

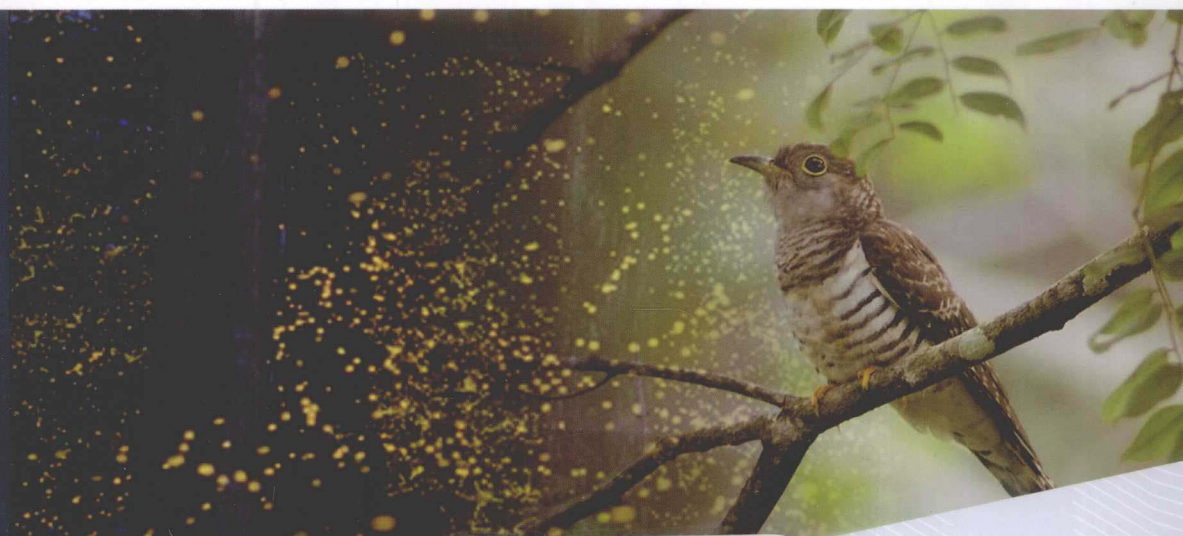


智能

科/学/技/术/著/作/丛/书

新兴元启发式优化方法

赵玉新 Xin-She Yang 刘利强 著



科学出版社

智能科学技术著作丛书

新兴元启发式优化方法

赵玉新 Xin-She Yang 刘利强 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

元启发式优化方法是一种新兴的优化方法,在控制科学、计算机科学、系统科学、管理科学、人工智能、机器学习等诸多领域得到普遍应用。本书全面、深入地介绍元启发式优化方法的起源、原理、模型、性能分析及改进策略,涵盖蚁群优化算法、粒子群优化算法、萤火虫算法、布谷鸟搜索算法、和声搜索算法、差分进化算法、随机蛙跳算法、细菌觅食算法及蝙蝠算法等。各章既相对独立,又互为参考,反映了当前元启发式优化方法的发展特点。附录给出了各章算法的程序源代码。本书取材新颖、内容丰富、覆盖面广、强调特色、着眼学术发展前沿,力求给读者带来一些新视角和新思维。

本书可供信息、自动化、计算机、人工智能、系统科学及管理科学等领域科技人员参考,也可作为相关专业研究生及高年级本科生的教材及参考书。

图书在版编目(CIP)数据

新兴元启发式优化方法/赵玉新,(英)杨新社,刘利强著. —北京:科学出版社,2013

(智能科学技术著作丛书)

ISBN 978-7-03-038614-4

I. 新… II. ①赵…②杨…③刘… III. 人工智能—计算 IV. TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 217774 号

责任编辑:姚庆爽 / 责任校对:赵桂芬

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2013 年 8 月第一次印刷 印张:20 3/4

字数:408 000

定价:118.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

大自然是神奇的,它孕育了众多巧妙的手段和运行机制,小至生物觅食、物种进化,大到天气演变、生态平衡,其隐含的哲学思想和高超智慧就像一个绵绵不断的知识宝库,为人类解决复杂困难问题提供了充足的灵感。

近年来,启发式算法(Heuristic Algorithms),尤其是具有自然进化思想的元启发式算法(Meta-heuristic Algorithms)在国内外学术界掀起新的研究热潮。元启发式算法的学术思想大多来自于人类长期对物理、生物、社会等现象仔细的观察和实践,以及对这些自然规律的深刻理解,是人类逐步向大自然学习,模仿其自然现象的运行机制而得到的知识结晶。与传统的确定性优化方法相比,启发式算法因其能直观、行之有效地解决复杂计算问题而在几乎所有科学、工程和工业领域得到认可和应用。据不完全统计,每年全球多达数百种国内外期刊以及百余个国内外学术会议广泛传播与报道该领域相关理论成果与应用创新,极大地促进了元启发式算法的发展与进步。

考虑到元启发式算法发展较快,特别是近年来不断涌现的一些新颖算法正在吸引国内外同行的关注、研究及应用,本书作者结合自身有关元启发式算法的思考,特撰写此书,其目的是分享我们在该领域所做的部分研究成果,为推动元启发式优化方法的发展尽微薄之力。

本书研究工作先后得到国家自然科学基金(60904087、61210306002、51009036、51109041、51109045、51379049)、中央高校基本科研业务费(HEUCFX 41302、HEUCF110419、HEUCF100423、HEUCF041216)、国家部委预先研究项目、黑龙江省博士后科研启动金(LBH-Q09127)等资助,特向相关部门表示深深感谢!同时,本书撰写过程中还得到许多年轻人的协助和支持,他们是祖伟、谭佳琳、王重雷、董静、金娜、王庆忠、李杰等,在此由衷表示感谢!

本书共分为10章。第1章是元启发式优化概述,简要介绍元启发式算法的发展历史、分类、特点及前沿动态等;第2~10章分别介绍蚁群优化算法、粒子群优化算法、萤火虫算法、布谷鸟搜索算法、和声搜索算法、差分进化算法、随机蛙跳算法、细菌觅食算法及蝙蝠算法,在简要介绍各种算法产生与发展及其生物学原理的基础上,系统论述算法建模过程、理论分析与改进策略。其中,萤火虫算法、布谷鸟搜索算法、蝙蝠算法为作者原创算法,尚处于发展起步阶段。此外,本书附录给出了各种启发式算法的程序源代码,为广大读者更好地理解和应用这些算法给予必要帮助。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请广大读者、同行与专家批评指正。

作者

2013年6月于中国哈尔滨、英国伦敦

目 录

《智能科学技术著作丛书》序

前言

第 1 章 概述	1
1.1 引言	1
1.2 元启发式算法分类及特点	2
1.3 寻找免费的午餐	7
1.4 元启发式算法的发展方向	8
1.5 本书构思及结构	9
参考文献	9
第 2 章 蚁群优化算法	12
2.1 算法基础	12
2.1.1 产生与发展	12
2.1.2 生物学原理	13
2.1.3 国内外研究现状	15
2.1.4 发展趋势	17
2.2 算法模型	18
2.2.1 元启发式算法	18
2.2.2 蚁群优化元启发式算法框架	19
2.2.3 经典蚁群算法模型	23
2.3 理论分析	28
2.3.1 收敛性分析	28
2.3.2 状态转移策略分析	35
2.4 改进算法介绍	43
2.4.1 离散域蚁群算法改进	43
2.4.2 连续域蚁群算法改进	50
参考文献	75
第 3 章 粒子群优化算法	81
3.1 算法基础	81
3.1.1 产生与发展	81
3.1.2 国内外研究现状	83

3.1.3 研究热点	85
3.2 算法模型	86
3.2.1 算法统一框架	86
3.2.2 算法设计步骤	86
3.2.3 算法基本描述与分析	88
3.3 理论分析	91
3.3.1 收敛性分析	91
3.3.2 种群拓扑结构分析	94
3.4 改进算法介绍	104
3.4.1 基于种群多样性的模糊粒子群优化算法	104
3.4.2 双子群离散粒子群优化算法	117
参考文献	142
第4章 萤火虫算法	148
4.1 算法基础	148
4.1.1 产生与发展	148
4.1.2 生物学原理	148
4.1.3 国内外研究现状	149
4.2 算法模型	150
4.2.1 萤火虫算法基本思想	150
4.2.2 萤火虫算法数学描述	150
4.2.3 标准萤火虫算法的基本流程	151
4.3 理论分析	152
4.3.1 萤火虫算法性能和算法参数研究	152
4.3.2 算法测试	153
4.4 改进算法介绍	157
4.4.1 萤火虫算法改进研究动态	157
4.4.2 多目标萤火虫算法研究	158
参考文献	170
第5章 布谷鸟搜索算法	173
5.1 算法基础	173
5.1.1 产生与发展	173
5.1.2 生物学原理	174
5.2 算法模型	175
5.2.1 数学原理	175
5.2.2 基本算法流程	176

5.2.3 算法应用	177
5.3 理论分析	181
5.3.1 随机算法收敛准则	181
5.3.2 布谷鸟搜索算法的 Markov 模型建立与收敛性分析	182
5.3.3 参数研究	186
5.3.4 算法测试	187
5.4 改进算法介绍	192
5.4.1 算法的改进思路	192
5.4.2 典型改进算法介绍	192
参考文献	199
第 6 章 和声搜索算法	201
6.1 算法基础	201
6.2 和声搜索算法模型	203
6.2.1 算法流程	203
6.2.2 参数的影响	206
6.2.3 算法改进思路	212
6.3 理论分析	213
6.3.1 马尔可夫链基础知识	213
6.3.2 马尔可夫链的状态分类	215
6.3.3 和声搜索算法收敛性证明	216
参考文献	218
第 7 章 差分进化算法	220
7.1 算法基础	220
7.1.1 产生与发展	220
7.1.2 差分进化算法(DE)的基本概念及特点	220
7.2 算法模型	222
7.2.1 差分进化算法(DE)的实施流程	222
7.2.2 差分进化算法迭代步骤	225
7.2.3 差分进化算法基本族群	226
7.3 算法改进	227
7.3.1 MNDE 的基本原理	228
7.3.2 MNDE 中的参数设置	230
7.3.3 MNDE 算法性能验证	232
参考文献	238

第 8 章 随机蛙跳算法	240
8.1 算法基础	240
8.1.1 算法的特点	240
8.1.2 算法研究现状	240
8.2 算法模型	241
8.2.1 生物学原理	241
8.2.2 数学原理	242
8.2.3 算法的实现	242
参考文献	251
第 9 章 细菌觅食算法	253
9.1 算法介绍	253
9.1.1 产生与发展	253
9.1.2 应用研究	253
9.1.3 算法生物学原理	253
9.2 算法模型	254
9.2.1 算法原理	254
9.2.2 理论分析	256
9.2.3 参数选取	257
9.2.4 算法实现	258
9.2.5 算法的改进思路	262
9.2.6 仿真实验及分析	266
参考文献	270
第 10 章 蝙蝠算法	271
10.1 算法生物学原理	271
10.1.1 微型蝙蝠的行为	271
10.1.2 回音定位的声学原理	271
10.2 蝙蝠算法	272
10.2.1 虚拟蝙蝠的运动	273
10.2.2 音量和脉冲发生率	274
10.2.3 验证和讨论	275
10.2.4 进一步的研究课题	275
参考文献	276
附录 A 蚁群优化算法程序源代码	277
附录 B 粒子群优化算法程序源代码	282
附录 C 萤火虫算法程序源代码	285

附录 D	布谷鸟搜索算法对 Ackley 函数优化的程序源代码	290
附录 E	和声搜索算法程序源代码	294
附录 F	差分进化算法程序源代码	297
附录 G	随机蛙跳算法程序源代码	305
附录 H	细菌觅食算法对 Rosenbrock 函数优化的程序源代码	309
附录 I	蝙蝠算法程序源代码	313

第 1 章 概 述

1.1 引 言

优化是具有普适性的工程数学问题。通俗地讲,就是如何找到最好的(或理想的)解决方案。优化问题广泛而多样,其理论探索一直是非常活跃的研究领域。事实上,优化方法大致可以归纳为确定性优化和随机优化两类。确定性优化方法虽研究相对成熟,但是其工程应用条件较为苛刻,且难以应对大规模优化问题,促使随机优化方法,特别是启发式优化方法迅速发展。

近年来,启发式算法(Heuristic Algorithms),尤其是具有自然进化思想的元启发式算法(Meta-heuristic Algorithms)在国内外学术界再次掀起新的研究热潮,受到众多学者的高度关注和追踪。与传统的确性优化方法相比,启发式算法因其能直观、行之有效地解决复杂计算问题而在几乎所有科学、工程和工业领域得到认可和应用。

虽然启发式算法的理论基础还有待完备,但是由于其学术思想来自于人类长期对物理、生物、社会等现象仔细的观察和实践,以及对这些自然规律的深刻理解,是人类逐步向大自然学习,模仿其自然现象的运行机制而得到的智慧结晶,因此其科学性和发展潜力是不言而喻的。自第二次世界大战期间,阿兰·图灵(Alan Turing)在破译德军密码过程中首次提出启发式搜索(Heuristic Searching)概念开始,启发式算法研究先后经历了四个重要阶段:①20 世纪 40~50 年代(初创萌芽时期):以图灵为代表的科学家创新性地提出了启发式搜索学术思想,并将其应用于自动计算引擎设计(Automatic Computing Engine, ACE)等重大工程领域,开创了该领域的研究工作。同期,Warren McCulloch 与 Walter Pitts 提出的神经元模型为进化计算和人工智能的发展注入了新的活力。②20 世纪 60~70 年代(低速发展时期):虽然人们对启发式算法的研究越来越重视,提出了诸如贪婪算法和局部搜索等,然而受当时计算条件和理论发展的限制,对于解决较大规模的优化问题还是无能为力。但即便如此,该阶段后期还是出现了经典的遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^[1]。③20 世纪 80~90 年代(繁荣活跃时期):计算复杂性理论的发展以及工业应用的迫切需求极大地促进了人们对新的搜索机制和优化策略的研究,从而掀起启发式算法的研究热潮,诸如模拟退火算法(Simulated Annealing Algorithm, SAA)^[2]、禁忌搜索(Tabu Search, TS)^[3]、BP 神经网络(Back Propagation Neural Network, BPNN)^[4]、人工免疫系统(Artificial Immune Systems,

AIS)^[5]、差分进化算法(Differential Evolution, DE)^[6]、蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)^[7]、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[8]等如雨后春笋般不断出现。这一时期关于启发式算法的研究工作更加具有系统性和实用性,包括数学、计算科学、生物学、控制科学等诸多领域科学家从基础理论、算法设计到工业应用给予了大量的关注和学术贡献。而且,据不完全统计,这一时期出版有关启发式算法相关论文的国内外期刊多达上百种,并且进化计算的顶级权威期刊先后创刊:麻省理工学院出版社于1993年创办《Evolutionary Computation》,IEEE于1997年创办《IEEE Transactions on Evolutionary Computation》。此外,从1999年开始,每年定期召开的IEEE Congress on Evolutionary Computation为全球学者提供了研讨交流平台,助推启发式算法及相关研究的进步。④进入21世纪至今(百花齐放时期):来自于大自然的神奇灵感继续催生启发式算法的迅速发展,各种算法百花齐放、百家争鸣。在世纪之初的短短十年间,不仅传统算法得到更加深入地研究和推广,而且各种新颖的启发式算法,诸如萤火虫算法(Firefly Algorithm, FA)^[9]、和声搜索算法(Harmony Search, HS)^[10]、蝙蝠算法(Bat Algorithm, BA)^[11]、布谷鸟搜索算法(Cuckoo Search, CS)^[12]、细菌觅食优化算法(Bacterial Foraging Optimization Algorithm, BFA)^[13]、蛙跳算法(Shuffled Frog Leaping Algorithm, SFLA)^[14]、蜂群算法(Bee Colony Algorithm, BC)^[15]、鱼群算法(Fish Swarm Algorithm, FSA)^[16]、群搜索优化算法(Group Search Optimizer, GSO)^[17]、入侵性杂草克隆算法(Invasive Weed Colony Optimization, IWCO)^[18]、智能水滴算法(Intelligent Water Drops Algorithm, IWD)^[19]、生物地理学优化算法(Biogeography-Based Optimization, BBO)^[20]、稻田算法(Paddy Field Algorithm, PFA)^[21]、猴子搜索算法(Monkey Search, MS)^[22]等相继涌现,正是这种传统启发式算法和新兴启发式算法协调竞争、互相促进的格局再次掀起该领域研究高潮。

1.2 元启发式算法分类及特点

大自然富有极其多样的、动态的、健壮的、复杂而迷人的现象,这为人类解决复杂计算问题提供了充足的灵感。元启发式算法一般遵循“优胜劣汰”自然法则,主要通过选择和变异来实现物种的进化。选择是优化的基础,变异(多样化)是随机搜索或非确定搜索的根本。在过去的几十年里,大量的研究工作集中在这一领域,根据“优胜劣汰”策略的不同,演化发展出许多元启发式算法,并广泛应用在计算机网络、机器人、生物医学工程、控制系统、并行处理、数据挖掘、电力系统、生产制造等诸多领域。

根据元启发式算法设计所模拟的自然特征,可以将其大体归纳为三类:①生态

系统模拟算法;② 群集智能算法;③进化算法。图 1-1 给出了代表性元启发式算法的分类,表 1-1 则总结归纳出各种元启发式算法的起源、控制参数、工作流程及主要应用领域^[23]。



图 1-1 元启发式算法的分类

表 1-1 代表性元启发式算法简介^[1~23]

序号	算法名称	起源	运行程序	控制参数	应用领域
1	遗传算法	Holland, 1975	编码, 复制, 交叉, 变异, 解码	种群规模, 最大迭代次数, 交叉概率, 变异概率, 染色体长度, 染色体编码	数据挖掘和规则提取的优化问题, 移动机器人路径规划, 固定费用运输问题, 调度问题, 任务分配问题, 飞行控制系统设计, 模式识别, 函数优化, 旅行商问题, 无线网络中的最小能量传播问题, 软件工程问题, 制造行业污染减排问题, 动力系统优化问题, 网页分类系统, 人工生命等
2	遗传规则	Koza, 1992	交叉, 繁殖, 变异, 排序, 编辑, 封装, 毁灭	种群规模, 最大迭代次数, 交叉概率, 变异概率	投资组合优化, 图像识别, 模式识别, 机器人学, 数据挖掘, 癌症诊断, 电力系统故障识别等

续表

序号	算法名称	起源	运行程序	控制参数	应用领域
3	进化策略	Bienert, Rechenberg, Schwefe, 1964	变异, 选择, 分离重组	种群规模, 最大 迭代次数, 交叉 概率, 变异概率	参数估计, 图像处理, 计算 机视觉系统, 任务规划和汽 车自动控制, 结构优化, 燃 气轮机故障诊断, 聚类, 多 参数的车辆路径规划问 题等
4	微分进化	Storn, Price, 1995	交叉, 变异, 选择	种群规模, 问题 维度, 比例因 子, 交叉概率	无监督图像分类, 聚类, 数 字滤波器的设计, 非线性函 数优化, 非线性化工过程全 局优化, 多目标优化等
5	稻田算法	Proposed, Pre- maratne, 2009	驱散, 授粉	种群规模, 参数 空间的边界, 种 子最大数量的 初始值	连续函数优化, 高阶系统 PID 控制器参数优化, RBF 神经网络参数优化等
6	和声搜索 算法	Zong Woo Geem, 2001	初始化算法参 数, 初始化记忆 库, 创作新的和 声, 更新和声记 忆库, 评估	记忆库的大小, 记忆库取值概 率, 微调概率, 微调步长	旅行商问题, 水管网的优化 设计, 公交线路的设计与优 化问题, 水库调度问题, 卫 星导热管的设计, 在土坡稳 定性分析中的应用, PID 控 制中参数的优化设置, 聚类 分析等
7	智能水滴 算法	Hamed Shah- hosseini, 2007	初始化, 更新水 滴当中携带的 泥土量, 更新水 滴行进时具有 的速度	水滴数量, 水滴 当中携带的泥 土量, 水滴行进 时具有的速度, 路径泥土量的 更新参数	旅行商问题, 车辆路线问 题, 机器人路径规划问题, 移动自组网路由等
8	人工免疫 系统算法	Proposed, Das- gupta, 1999	免疫操作(克 隆, 超变异, 精 英选择)	抗体种群规模, 超变换抗体数 量, 抗体替换数 量, 乘法因子	计算机安全异态检测, 聚 类/分类, 数值函数优化, 学 习系统, 控制, 机器人学, 数 据采集, 病毒检测, 模式识 别, 多模态优化, 调度问 题等

续表

序号	算法名称	起源	运行程序	控制参数	应用领域
9	群搜索优化算法	He et al, 2006	索取, 搜索, 生产	种群规模, 搜索者的百分比, 搜索者的数量, 领导角度, 位置, 最大追赶角度, 最大转向角, 最大追赶距离	桁架结构设计, 机械优化设计问题, 多目标优化, FACTS 装置的最佳位置, 设备状态监测, 分布式电源的位置和容量优化等
10	粒子群优化算法	Kennedy, Eberhart, 1995	初始化, 更新, 求适应度值	粒子数量, 粒子维度, 粒子范围, 最大速度, 学习因子, 惯性权重, 最大迭代次数	数据库分类, 特征提取, Web 服务器组合过程, 动力系统优化问题, 有噪声图像的边缘提取, 调度问题, 旅行商问题, 路径规划, 多目标动态约束组合优化问题, 数据聚类, 模糊神经网络规则提取, 机械故障检测, 计算机组合计算, 签名验证等
11	蚁群优化算法	Dorigo, Di Caro, 1999	信息素更新和记录, 信息素蒸发	蚂蚁数量, 迭代次数, 信息素蒸发率, 强化量	TSP 问题, 二次分配问题, 作业车间调度问题, 动态数据网络路由问题, 最短路径问题(路径节点的可用性随时间变化), 不断优化和并行处理的实现, 图着色和集合覆盖, 基于 Agent 的动态调度, 数字图像处理, 数据挖掘中的分类问题等
12	鱼群算法	Li, 2002	群体移动, 跟随, 探测	视觉距离, 最大步长, 拥挤度因子	函数优化, 参数估计, 组合优化, 最小二乘支持向量机, 地质工程技术问题等
13	细菌觅食优化算法	Passino, 2002	繁殖, 趋化, 括散, 消除	探测空间维度, 细菌数量, 趋化步数, 消除和扩散事件的数目, 复制步数, 消除和括散概率, 细菌位置, 迭代次数	电力系统中的谐波估计问题, 最优电力系统稳定器的设计, AVR 单片机的 PID 控制器的调谐, 机器学习, 调度问题, 隶属函数和模糊规则集的规则权值参数估计, 降低传输损耗, 非线性系统模型参数估计, 求解约束经济负荷调度问题, 多目标优化问题等

续表

序号	算法名称	起源	运行程序	控制参数	应用领域
14	萤火虫算法	Xin-She Yang, 2008	初始化,更新距离,更新亮度,移动	萤火虫数量,萤火虫之间距离,萤火虫之间的吸引力,萤火虫的亮度	等谱弹簧质点系统的误差函数优化,工程中压力管道设计优化问题,连铸工艺优化问题,解决电力系统中环境经济负荷调度的优化问题,多级图像阈值选取的优化问题,置换流水线调度问题,路径规划等
15	人工蜂群算法	Karaboga, 2005	繁殖,蜂群替换,选择	食物源数量,雇用或旁观者的蜜蜂数量,约束值,最大循环次数	旅行商问题,图像分割,路径规划,装配线平衡问题,解决可靠性冗余分配问题,训练神经网络,模式分类,聚类,资源约束项目调度问题,中心分配问题等
16	随机蛙跳算法	Muzaffar Eusuff, Kevin Lansey, 2003	替换,移动	蛙群的数量,族群数量,每个族群移动前的进化代数	彩色图像分割,旅行商问题,网格任务调度,Web 文档分类,模糊控制器的设计,移动机器人路径规划,分类规则挖掘,调度问题,地下水模型校准问题,组播路由优化等
17	蝙蝠算法	Xin-She Yang, 2010	选择,飞行,排列	蝙蝠种群,蝙蝠种群的位置,频率,脉冲发生率,音量	大规模优化问题,PFSP 调度干扰管理,基准函数求解等
18	布谷鸟算法	Xin-She Yang, Deb Suash, 2009	生成鸟窝,飞行,更新,丢弃,评价	鸟窝种群,外来鸟蛋被巢主鸟发现的概率,搜索范围,搜索步长	机器人路径规划,基准函数求解,图像识别,结构优化等
19	生物地理学优化算法	Dan Simon, 2008	迁移(迁入、迁出),变异	栖息地数量,最大迁入率,最大迁出率	基准函数求解,约束问题优化,飞机发动机的健康状况估计和传感器的选择问题,动力系统优化,地下水探测和卫星图像分类,全局数值优化等

续表

序号	算法名称	起源	运行程序	控制参数	应用领域
20	入侵性杂草克隆算法	Mehrabian, Lucas, 2006	繁殖, 扩散, 选择	杂草数量, 调节度, 标准差	时间调制线性天线阵列组合, UAV 多任务规划, PID 控制器微调, 前馈神经网络训练, 电力需求的纳什均衡搜索, MC-CDMA 干扰抑制多径衰落信道的盲多用户检测, 推荐系统等
21	多物种共生进化算法	Hanning Chen, Yunlong Zhu, 2008	初始化, 更新, 灭绝, 评估	粒子数量, 粒子维度, 粒子范围, 最大速度, 学习因子, 惯性权重, 最大迭代次数	协同认知无线通讯, 协同服务系统建设等

1.3 寻找免费的午餐

众所周知,正如大自然能够利用简单的哲学思想构建生态系统的平衡、保持物种的多样性,基于经验构造的元启发式优化方法同样有能力描述和解决复杂的问题。不过,即使它在可接受的计算成本内(时间、资源、效率等),能够找出一个近似最优解,但却在某些情况下,无法估计所得解与最优解的近似程度,其理论体系的发展还有待完备。

值得关注的是:1995年,Wolpert与Mcready提出的No-Free-Lunch(NFL)定理引起了众多学者对元启发式算法解空间性能的大讨论。NFL定理指出:对于任意给定的算法A和B,针对同一问题进行随机搜索时所表现的平均性能度量是完全一样的。然而,NFL定理的有效性在很大程度上取决于其基本假设的合理性。首先,NFL假设搜索空间是有限域,这在实践中是不客观的。对此,Auger与Teytaud在2010年已经证明:对于连续域,存在“免费的午餐”,例如,以二维Sphere函数为例,证明某些算法只需要4次迭代就可以达到全局最优^[24,25]。其次,NFL假设搜索序列是连续封闭的,即不能重复访问已经搜索的解空间,这种假设对于元启发式算法而言是过于苛刻、且难以实现的。事实上,大多数算法都无法遵循这样的假设,因此,NFL定理是无效的,这也意味着在实际应用中确实存在“免费的午餐”^[26~28]。

关于NFL的争论不仅具有重要的理论价值,而且对于元启发式算法的设计与发展具有现实指导意义。当然,不外乎存在三种学术观点:第一种意见认为NFL