



普通高等教育“十二五”规划教材

能源动力类专业

传热分析与计算

李友荣 吴双应 石万元 崔文智 编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

能源动力类专业

传热分析与计算

李友荣 吴双应 石万元 崔文智 编
黄素逸 主审



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。

本书是为满足高等学校工科大类系列课程改革而编写的教材，力求既能满足高等学校工科类专业教学的要求，又能适应相关工程领域技术人员参考的需要。全书共分七章，包括导热问题的分析解法和数值解法，单相对流传热、相变对流传热和辐射传热的分析与计算，传热过程强化及换热器等，每章均配有有一定数量的思考题和习题。

本书可作为能源动力类、机械类、化工类、土建类、航空航天类等专业的教材或教学参考书，也可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

传热分析与计算/李友荣等编. —北京：中国电力出版社，
2013.10

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5123 - 4921 - 6

I. ①传… II. ①李… III. ①传热学—高等学校—教材
IV. ①TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 219282 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2013 年 10 月第一版 2013 年 10 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 16 印张 383 千字

定价 29.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前 言

传热现象是自然界中最普遍的物理现象之一,传热学的研究和应用遍及各个工业领域和科研领域,传热学课程也是工程学科相关专业的重要基础课程。

为了满足我国高等教育人才培养模式改革和创新以及社会对人才培养的要求,在我国高等工程教育相关工科专业中实行传热学的分层次教学是非常必要的,即将传热学教学内容分为两个层次:一是基本层次,主要面向相关工科专业学生讲授传热学的基本原理和基本计算方法;二是专门化层次,主要针对不同的专业方向剖析与专业密切相关的各种传热现象。为此,与之配套的传热学分层次教学教材的建设也亟需加强。

本书是为能源动力类专业方向传热学的专门化层次教学需要而编写的教材。通过传热学基本层次的学习,学生已经掌握了导热、对流和辐射传热的基本原理和计算方法,本教材则对上述内容进行了深化与拓展。在导热部分,讨论了有内热源的一维稳态导热、一维非稳态导热以及半无限大物体非稳态导热的分析求解方法,介绍了多维非稳态导热的乘积解以及导热问题的积分求解方法,阐述了导热问题数值求解的基本原理和方法;在单相介质对流传热部分,重点讨论了管内层流和紊流对流换热表面传热系数的计算方法,以及求解单相介质对流传热的比拟法和积分法。在相变对流传热部分,简单介绍了沸腾和凝结传热的基本概念和理论,重点阐述了大容器沸腾传热、管内流动沸腾传热、膜状凝结以及流动蒸汽凝结传热的计算方法;在辐射传热部分,介绍了固体表面间辐射传热计算的网格法和数值计算方法,讨论了气体辐射与太阳辐射。除此之外,还阐述了强化传热的基本原理及其性能评价方法,分类介绍了强化传热的途径和具体措施,重点讨论了工程实际中广泛采用的典型强化传热方法传热系数和阻力系数的经验计算关系式及其应用。最后,介绍了工程上常见换热器的类型和结构,以间壁式换热器为对象,阐述了换热器传热计算中的基本参数与方程,分析和讨论了换热器设计计算的平均温差法和传热有效度-传热单元数法。

在本书内容的组织上,编者力求既满足高等学校工科类专业教学的要求,又能适应工程领域相关技术人员参考的需要。各章节均设置了一定量的例题和思考题,并注重与工程实际相结合,训练学生利用基本理论分析和解决实际传热问题的能力。

全书共分七章,第1章和第2章及附录由李友荣编写,第3章和第7章由吴双应编写,第4章由崔文智编写,第5章和第6章由石万元编写,全书由李友荣统稿。本书由华中科技大学黄素逸教授主审。

编 者

2013年8月

主要符号表

主要变量

a	热扩散率, m^2/s
A	面积, m^2
c	热传播速度, m/s ; 比热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; 黑体辐射系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
C_f	范宁 (Fanning) 摩擦系数
d	直径, m
D_e	当量直径, m
E	辐射力, W/m^2
E_λ	单色辐射力, W/m^3
f	沿程阻力系数 (达西阻力系数)
g	重力加速度, m/s^2
G	投入辐射, W/m^2 ; 质量流率, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
h	表面传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
H	高度, m
I	太阳辐射强度, W/m^2
J	第一类贝塞尔 (Bessel) 函数; 有效辐射, W/m^2
K	传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
l	特征尺寸, m ; 混合长度, m ; 翅片高度, m
L	长度, m
n_f	单位管长上翅片数
N	流体横掠管排数
NTU	传热单元数
p	压力, Pa ; 翅片节距, m ; 周长, m ; 液膜润湿周界, m
q	热流密度, W/m^2
q_m	质量流量, kg/s
q_{v1}	单位宽度液膜的体积流量, $\text{m}^3/(\text{m} \cdot \text{s})$
Q	热量, J
r	汽化潜热, J/kg ; 半径, m
R	热容量比; 气泡半径, m ; 凝结液滴半径, m
s	平均射线程长, m ; 翅片间距, m
S	导热形状因子, m
S_c	太阳常数, W/m^2
t	温度, $^\circ\text{C}$; 肋片节距, m

Δt	加热壁面过热度, °C; 传热温差, °C
T	热力学温度, K
u	特征流速, m/s; x 向流速, m/s
v	y 向流速, m/s; 比体积, m ³ /kg
V	体积, m ³
W	热容量, W/K
w_z	液膜流速, m/s
x	干度; 前缘至平壁或圆柱任一点距离, m
X	单元函数; 角系数
X_{tt}	马蒂内利数

希腊字母

α	吸收率
α_v	体积膨胀系数, 1/K
β	分离常数; 协同角
δ	厚度, m
ϵ	发射率 (黑度); 传热有效度; 紊流扩散率, m ² /s
ϵ_N	管排修正系数
ϵ_β	流体流动方向与管轴线不垂直时的修正系数
Γ	单元函数
η	动力黏度, Pa·s; 无因次距离; 组合变量; 肋片效率; 热效率
Φ	传热量, W
Φ_v	内热源强度, W/m ³
φ	温差修正系数; 经度角
λ	导热系数, W/(m·K); 波长, m
μ	常数
ν	运动黏度, m ² /s
θ	过余温度或温差, °C/K; 接触角; 纬度角
Θ	无因次温度
ρ	密度, kg/m ³
σ	表面张力, N/m; 斯忒芬-玻尔兹曼常数
τ	剪切应力, N/m ² ; 时间, s; 透射率
ω	松弛因子
Ω	立体角, sr

常用准则数

$Bi=hl/\lambda$	毕渥 (Biot) 数
$Fo=a\tau/l^2$	傅里叶 (Fourier) 数
$Gr=g\alpha_v\Delta t l^3/\nu^2$	格拉晓夫 (Grashof) 数

$Nu=hl/\lambda$	努塞尔 (Nusselt) 数
$Pr=\nu/a=\eta_{cp}/\lambda$	普朗特 (Prandtl) 数
$Re=ul/\nu$	雷诺 (Reynolds) 数

下标

cr	临界值
f	流体
i	内
j	交叉流
l	液相
m	平均值
max	最大
min	最小
n	逆流
o	外
q	恒热流工况
s	饱和
T	恒壁温工况
v	气相
w	壁面
x	局部值
1	热流体
2	冷流体

上标

+	无因次值
'	进口；脉动值
''	出口

目 录

前言

主要符号表

1 导热问题的分析解法	1
1.1 导热基本定律	1
1.2 导热微分方程与定解条件	3
1.3 一维稳态导热分析	6
1.4 导热形状因子	15
1.5 一维非稳态导热	17
1.6 半无限大物体非稳态导热	24
1.7 多维非稳态导热的乘积解	27
1.8 导热问题的积分解法	34
本章小结	41
思考题	41
习题	42
2 导热问题的数值解法	44
2.1 概述	44
2.2 节点离散方程的建立	46
2.3 代数方程组的求解	51
2.4 非稳态导热问题的数值解法	58
本章小结	61
思考题	61
习题	62
3 单相对流传热的分析与计算	64
3.1 对流传热概述	64
3.2 管内层流对流传热的分析与计算	71
3.3 管内紊流对流传热的分析与计算	77
3.4 求解单相对流传热的比拟法	86
3.5 求解单相对流传热的积分法	90
3.6 单相对流传热实验关联式	97
本章小结	113
思考题	113

习题	113
4 相变对流传热的分析与计算	116
4.1 沸腾传热	116
4.2 大容器沸腾传热的计算	121
4.3 管内流动沸腾传热的分析与计算	123
4.4 凝结传热	129
4.5 流动凝结传热的分析与计算	134
4.6 凝结传热的工程计算	141
本章小结	145
思考题	145
习题	146
5 辐射传热理论与计算	147
5.1 热辐射基本概念	147
5.2 角系数	148
5.3 多表面间的辐射传热	155
5.4 气体辐射传热	158
5.5 太阳辐射和环境辐射	163
本章小结	167
思考题	168
习题	168
6 强化传热及其工程应用	169
6.1 强化传热的目的和意义	169
6.2 强化传热的基本理论	169
6.3 强化传热的性能评价	173
6.4 强化传热的途径与措施	176
本章小结	191
思考题	191
习题	191
7 换热器传热过程分析与计算	193
7.1 换热器类型和结构	193
7.2 换热器传热计算中的基本参数与方程	196
7.3 换热器传热过程平均温差的计算	198
7.4 换热器传热计算的传热有效度-传热单元数法	211
本章小结	224
思考题	224
习题	225

附录

附录 1	金属材料的密度、比热容和导热系数	227
附录 2	常用非金属材料的密度和导热系数	229
附录 3	常用保温及耐火材料的最高允许温度及其导热系数与温度的关系	230
附录 4	标准大气压下干空气的热物理性质	231
附录 5	标准大气压下烟气的热物理性质	232
附录 6	标准大气压下过热水蒸气的热物理性质	232
附录 7	饱和水的热物理性质	233
附录 8	干饱和水蒸气的热物理性质	235
附录 9	几种饱和液体的热物理性质	237
附录 10	常见材料发射率	239
参考文献		242

1 导热问题的分析解法

导热是三种基本热量传递方式之一,导热过程广泛存在于工程实际中。导热问题分析与计算的重点是确定导热物体内部的温度分布、计算导热过程的传热量。本章首先介绍导热基本定律,并导出导热微分方程,然后分别讨论各种导热问题的求解方法,包括有内热源和无内热源时一维稳态导热问题、一维非稳态导热问题及多维稳态导热问题等。

1.1 导热基本定律

1.1.1 傅里叶定律

当物体各部分之间不存在相对位移时,在温度差或温度梯度的作用下,由于微观粒子(分子、原子或自由电子等)的热运动产生的热量传递过程称为导热。导热过程可以发生在固体内部或固体与固体之间,也可以发生在静止的液体或气体内部。

当采用宏观方法研究传热问题时,通常需要引入连续介质假定,以便用连续函数来描述温度的变化。温度场就是在某一时刻温度的空间分布,温度 t 是一个标量,因此,温度场是一个标量场。在直角坐标系中,温度场可以表示为

$$t = f(x, y, z, \tau) \quad (1-1)$$

式中: x 、 y 和 z 为三个空间坐标; τ 为时间。

当温度场不均匀时,温度场内任意点处都对应一个温度梯度,它是一个向量,其方向总是指向温度升高的方向。在直角坐标系中,温度场可表示为

$$\text{grad}t = \frac{\partial t}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial t}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial t}{\partial z}\mathbf{k} \quad (1-2)$$

按照热力学第二定律,当存在不均匀温度时,就会自发地产生从高温向低温的传热过程,其传热量的大小与温度梯度密切相关,方向与温度梯度方向相反。对于各向同性的均匀介质,导热热流密度与温度梯度间的关系为

$$\mathbf{q} = -\lambda \text{grad}t = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial t}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial t}{\partial z}\mathbf{k} \right) \quad (1-3)$$

此式即为传统的傅里叶导热定律。其中, λ 为导热系数,单位为 $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。导热系数的大小表征了物体导热能力的强弱,它是一个重要的物性参数。

对于一维导热问题,式(1-3)可写为

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$$

由式(1-3)可知,在非均匀的温度场内,一定存在一个对应的热流密度场。由于热流密度是一个矢量,其方向总是从高温指向低温,因此,热流密度场是一个矢量场。

在非均匀温度场内,通过一定面积 A 上的总导热量为

$$\Phi = -\lambda A \text{grad}t = -\lambda A \left(\frac{\partial t}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial t}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial t}{\partial z}\mathbf{k} \right) \quad (1-4)$$

利用传统的傅里叶定律求解传热问题时，必须特别注意以下几点：

(1) 尽管在傅里叶导热定律中没有时间项，但是，式 (1-3) 和式 (1-4) 对所有的稳态和非稳态导热问题都适合。

(2) 傅里叶定律只能适用于连续均匀介质，即介质内部存在连续的温度场和热流密度场的情形。连续介质是指物体的几何尺度远大于分子的平均自由行程。一般情况下，绝大多数的固体、液体和气体都可以认为是连续均匀介质，但稀薄气体不能认为是连续介质。同时，导热体内部存在相变时，尽管温度场连续，但热流密度场不连续，故不是均匀介质，此时，傅里叶定律都不适用。

(3) 由式 (1-3) 和式 (1-4) 可知，当温度场确定后，热流密度场就唯一地确定下来；但是，当热流密度场确定后，温度场却不能唯一确定，因此，在研究传热问题时应更多地关注温度场。

1.1.2 有限热传播速度下的傅里叶定律

根据传统的傅里叶定律，当物体中某处的热扰动使该处的温度发生变化时，整个物体内部的温度分布及热流密度立刻就会发生变化，即使在离开热扰动源无限远的地方也能立即感受到扰动的影响，即热扰动是以无限大的速度传播的。显然，从严格的理论意义上来讲，这是不可能的。统计热力学理论已经证明，热扰动的传播速度是有限的，因此，必须对传统的傅里叶定律进行修正。

当考虑有限热传播速度时，傅里叶定律被修正为

$$\frac{a}{c^2} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \mathbf{q} = -\lambda \text{grad} t \quad (1-5)$$

式中： a 为物体的热扩散率或导温系数； c 为热传播速度， $c^2 = a/\tau_0$ ； τ_0 为弛豫时间，它反映了导热物体内部趋于新的平衡状态的速度，其数量级与分子二次碰撞的时间间隔相当。

对于稳态导热问题，热流密度场不随时间发生变化，上式左边第一项消失，式 (1-5) 简化为式 (1-3)，因此，传统的傅里叶定律精确成立。通常情况下，热扩散率比热传播速度的平方约小 10 个数量级，即式 (1-5) 左边第一项非常小，有限热传播速度的影响可以忽略不计，传统的傅里叶定律仍然适用。但是，在一些超常情况下，如深冷、快速加热或冷却、超高热负荷等，则必须要考虑有限热传播速度的影响。例如，在 1.4 K 的液氮 II 中，热传播速度仅为 19 m/s，因此，传播项的影响不能忽略。

1.1.3 导热系数与导热机理

导热系数是反映物质导热能力大小的物性参数，它与导热过程中热量的传输机理密切相关。不同的物质导热机理不同，导热系数的差异很大。

1. 气体

气体的导热系数很小，一般为 $0.006 \sim 0.6 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

对于气体来讲，分子间的距离较大，分子可以在任意方向自由地运动，其运动范围只受容器边界壁面的限制。在分子的自由运动过程中，分子间会不断地发生碰撞。因此，气体中的导热主要是由分子的热运动和分子间的相互碰撞所引起。

由于气体的比定容热容和分子运动的平均速度都随温度的升高而增加，因此，气体的导热系数也随温度的升高而增加。例如，标准大气压下， 0°C 时空气的导热系数为 $0.0244 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，而 300°C 时为 $0.046 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，几乎高出一倍。

当气体压力升高时, 气体的密度增加, 但分子的平均自由行程减小, 两者对导热系数影响趋势正好相反, 其相互抵消, 使得压力对导热系数的影响很小。但是, 当压力很低时, 气体的分子平均自由行程主要受容器壁面的限制, 此时的气体导热系数则主要依靠分子的碰撞, 故导热系数会随着压力的降低而减小; 当压力很高时, 分子间的相互作用力不容忽略, 这种作用力会随压力的升高而加大, 故导热系数也会随压力升高而增加。

2. 固体

固体内热量的传递主要依靠两种机理, 一种是自由电子的运动, 另一种是晶格振动波迁移, 所谓晶格振动波是指晶体晶格中原子、分子在其平衡位置附近的热振动形成的弹性波, 它从晶体内的热面传向冷面。

纯金属的结构特点是晶格间存在大量的自由电子, 自由电子的运动是金属固体内热量传递的主要途径, 因此, 金属的导热系数最大, 介于 $12 \sim 420 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 之间。然而, 当温度升高时, 晶格振动的加剧会阻碍自由电子的运动, 因此, 导热系数会随温度的升高而降低。

对合金而言, 其导热系数要明显低于纯金属。合金中上述两种导热机理所起的作用基本相当, 但掺入的杂质会破坏晶格的完整性、干扰自由电子的运动, 使导热系数下降。一般情况下, 合金的导热系数随温度升高而增加。

非金属固体导热中主要依靠晶格振动来传递热量, 因此, 导热系数随温度升高也增加。

3. 液体

液体内的导热机理比较复杂, 其导热系数一般为 $0.07 \sim 0.7 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

液体内的热量传递主要依靠两个途径, 一是类似于气体, 依靠液体分子间的碰撞传递能量, 此时, 由于液体分子间的距离较短, 分子间作用力的影响更大; 另一个途径是类似于非金属固体, 依靠弹性波来传递能量。对于不同的液体, 上述两个途径所占比例是不同的。

1.2 导热微分方程与定解条件

1.2.1 导热微分方程

傅里叶导热定律给出了任意时刻、物体内部任意点处热流密度与温度梯度之间的关系, 但并没揭示每一点处温度与相邻点温度之间的联系, 也没能给出这一时刻与下一时刻温度间的关系。因此, 只有对非常简单的一维稳态导热问题, 才能直接对傅里叶导热定律积分求解, 得到以两端温度表示的热流密度计算式。

对于非稳态导热或多维稳态导热, 要想确定热流密度, 首先必须知道温度分布。为此, 必须建立起关于温度分布的数学关系式, 这种关系式称为导热微分方程。

导热微分方程是根据能量守恒原理和傅里叶定律建立起来的。考虑如图 1-1 所示的微元体, 假定物体中有内热源, 其值为 Φ_V , 它代表单位时间内物体单位体积中产生或消耗的热量, 其单位为 W/m^3 。在任意时间间隔内关

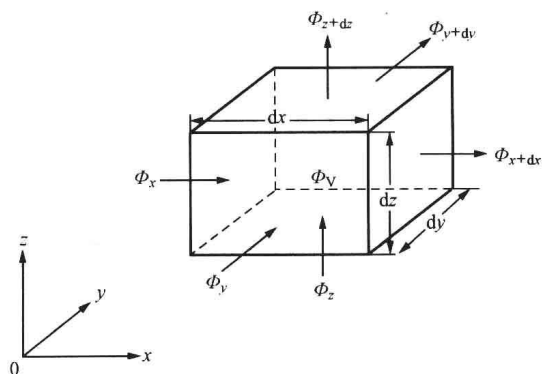


图 1-1 微元体的热量平衡

于微元体的热量平衡关系可表述为

$$\text{微元体热力学能的增量} = \text{导入总热量} - \text{导出总热量} + \text{内热源的生成热} \quad (\text{a})$$

通过微元体 $x=x$ 、 $y=y$ 和 $z=z$ 三个微元表面导入的热量分别记为 Φ_x 、 Φ_y 和 Φ_z ，通过 $x=x+dx$ 、 $y=y+dy$ 和 $z=z+dz$ 三个微元表面导出的热量分别为 Φ_{x+dx} 、 Φ_{y+dy} 和 Φ_{z+dz} ，则在三个方向上导入微元体的热量与导出热量之差分别为

$$\Phi_x - \Phi_{x+dx} = -\frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_x dydz \right] dx \quad (\text{b})$$

$$\Phi_y - \Phi_{y+dy} = -\frac{\partial \Phi_y}{\partial y} dy = \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_y dx dz \right] dy \quad (\text{c})$$

$$\Phi_z - \Phi_{z+dz} = -\frac{\partial \Phi_z}{\partial z} dz = \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)_z dx dy \right] dz \quad (\text{d})$$

内热源的生成热可表达为

$$\Phi_V dx dy dz \quad (\text{e})$$

微元体热力学能的增量为

$$\frac{\rho c \Delta t dx dy dz}{\Delta \tau} = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz \quad (\text{f})$$

式中： ρ 和 c 分别为物质的密度和比热容； τ 为时间。

将式 (b) ~ 式 (f) 代入式 (a) 并整理得

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \Phi_V \quad (1-6)$$

如果物性参数为常数，则式 (1-6) 可变为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \Phi_V \quad (1-6a)$$

式中： ρc 为物体的热容量； Φ_V 为内热源强度。

该方程描述了物体内温度随时间和空间的变化规律。方程左边表示物体内由于温度的变化引起的热力学能的增加或减少，右边第一项表示由于导热所引起的热量传递，最后一项为内热源项。式 (1-6a) 也可写为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\Phi_V}{\rho c} \quad (1-6b)$$

式中： a 为热扩散率，也称为导温系数。

对于无内热源的稳态导热，式 (1-6b) 简化为

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad (1-7)$$

在柱坐标系中，导热微分方程的一般形式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \Phi_V \quad (1-8a)$$

在球坐标系中，导热微分方程的一般形式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \Phi_V \quad (1-8b)$$

式中： θ 为纬度角； φ 为经度角。

当考虑有限热传播速度时，导热微分方程式 (1-6b) 变为

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\Phi_V}{\lambda} \quad (1-9)$$

1.2.2 定解条件

导热微分方程描述的是物体内部温度场的共性规律, 求解某个具体的导热问题时, 还必须给出相应的定解条件, 包括物体的几何条件、物性条件、初始条件和边界条件。前三类条件都比较简单, 易于理解, 这里主要介绍边界条件。

边界条件给出的是导热物体边界上的温度或传热状况, 可以分成两大类, 一类是线性边界条件, 另一类是非线性边界条件。

线性边界条件有四类, 分述如下:

(1) 第一类边界条件: 给定物体边界上的温度, 其一般表达式为

$$\tau > 0, \quad t_w = f_1(\tau) \quad (1-10a)$$

当边界温度均匀且恒定时, 上式简化为

$$\tau > 0, \quad t_w = t_{w0} = \text{常量} \quad (1-10b)$$

(2) 第二类边界条件: 给定物体边界上的热流密度, 其一般表达式为

$$\tau > 0, \quad q_w = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = f_2(\tau) \quad (1-11a)$$

当壁面热流密度均匀且恒定时, 上式简化为

$$\tau > 0, \quad q_w = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = q_{w0} = \text{常量} \quad (1-11b)$$

若物体边界上的热流密度为零, 称为绝热边界条件, 即

$$\tau > 0, \quad \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = 0 \quad (1-11c)$$

(3) 第三类边界条件: 给定物体边界与周围流体的对流传热状况, 此时, 表面对流传热系数 h 和周围流体温度 t_f 是已知的, 因此, 根据边界上的热量平衡关系有

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = h(t_w - t_f) \quad (1-12)$$

式中: λ 为固体的导热系数。

(4) 第四类边界条件: 又称为接触边界条件, 反映的是两固体表面接触时的传热状况。

当两固体表面理想接触传热时, 如图 1-2 (a) 所示, 此时, 不存在接触热阻, 接触面处温度和热流密度都连续, 即

$$t_1|_w = t_2|_w \quad (1-13a)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial n} \Big|_w = -\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial n} \Big|_w \quad (1-13b)$$

当两固体表面非理想接触传热时, 如图 1-2 (b) 所示, 此时, 存在接触热阻, 接触面处温度会发生跳跃, 但热流密度仍连续, 即

$$t_1|_w = t_2|_w + \Delta t_c \quad (1-14a)$$

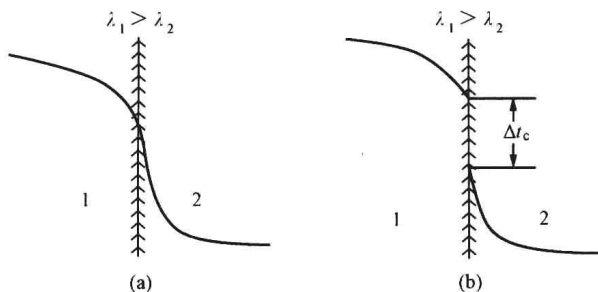


图 1-2 接触边界条件
(a) 理想接触; (b) 非理想接触

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial n} \Big|_w = -\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial n} \Big|_w \quad (1-14b)$$

式中： Δt_c 为由于非理想接触传热引起的温度降，其大小主要取决于接触热阻。

常见的非线性边界条件有两种情况，一种是辐射传热边界条件，此时，边界上的辐射传热可按 Stefan-Boltzmann 定理计算，即

$$q_r = \varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_0^4) = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w \quad (1-15a)$$

引入辐射传热系数 h_r ，则上式可写成线性形式：

$$q_r = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = h_r (T_w - T_0) \quad (1-15b)$$

$$h_r = \varepsilon \sigma_0 (T_w^3 + T_w^2 T_0 + T_0^2 T_w + T_0^3)$$

式中： T_0 为导热物体外环境温度。

当对流和辐射同时存在时， $h = h_r + h_c$ 。

另一种非线性边界条件是表面传热系数不是常数，而是与位置或传热温差有关。例如，给定表面传热规律 $h = c(t_w - t_f)^{1/4}$ ，则边界条件为

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_w = h(t_w - t_f) = c(t_w - t_f)^{5/4} \quad (1-16)$$

1.3 一维稳态导热分析

1.3.1 无内热源的一维稳态导热

常见的无内热源的一维稳态导热是：通过无限大平板、无限长圆筒壁和球壁的稳态导热，如果壁面温度是均匀、恒定的，都可以处理成一维稳态导热。

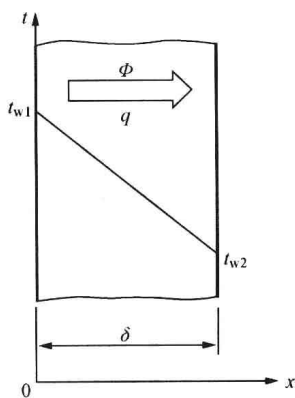


图 1-3 通过无限大
平板的导热

如图 1-3 所示，假定无限大平板 ($0 \leq x \leq \delta$) 两侧表面 $x=0$ 和 $x=\delta$ 处维持均匀恒定温度 t_{w1} 和 t_{w2} ，物性为常数，则平板内任意截面热流密度都相同，因此，直接积分傅里叶定律有

$$\int_0^\delta q dx = -\lambda \int_{t_{w1}}^{t_{w2}} dt$$

由此可得热流密度为

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (1-17a)$$

结合傅里叶定理，可以导出温度分布为

$$\frac{t - t_{w2}}{t_{w1} - t_{w2}} = 1 - \frac{x}{\delta} \quad (1-17b)$$

由此可见，由于平板内沿导热方向导热面积不变，因此，热流密度为常数；温度分布呈线性分布，等温面为与两侧表面平行的一簇平面。

当长圆筒壁的长度远大于其外半径时，圆筒壁两端散热的影响可以忽略。如图 1-4 所示，假定圆筒壁的内、外半径分别为 r_1 和 r_2 、物性为常数，其两侧表面分别维持均匀恒定温度 t_{w1} 和 t_{w2} ，则通过圆筒壁的总导热量 Φ 为常数，即

$$\Phi = -2\pi r l \lambda \frac{dt}{dr}$$

式中： l 为圆筒壁长度。

直接从圆筒壁内壁至外壁积分上式得

$$\Phi \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -2\pi\lambda \int_{t_{w1}}^{t_{w2}} dt$$

整理可得

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda}{\ln(r_2/r_1)} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (1-18a)$$

因此，通过圆筒壁的导热热流密度为

$$q = \frac{\Phi}{2\pi lr} = \frac{\lambda}{r \ln(r_2/r_1)} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (1-18b)$$

显然，在圆筒壁内，从内向外导热面积逐渐增大，因此，热流密度会逐渐减小。

同样，可以对傅里叶定律在区间 $r = [r_1, r]$, $t = [t_{w1}, t]$ 内积分得温度分布为

$$\frac{t - t_{w2}}{t_{w1} - t_{w2}} = 1 - \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (1-18c)$$

由此可知，在无限长圆筒壁内温度呈对数曲线分布，等温面为一簇同心圆柱面。

对于通过球壁 ($r_1 \leq r \leq r_2$) 的径向一维稳态导热，如果 $r = r_1$ 和 $r = r_2$ 处的壁面分别维持均匀恒定温度 t_{w1} 和 t_{w2} ，则可以采用同样方法导出通过球壁的总导热量、热流密度和温度分布

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda}{1/r_1 - 1/r_2} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (1-19a)$$

$$q = \frac{\lambda}{r^2(1/r_1 - 1/r_2)} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (1-19b)$$

$$\frac{t - t_{w2}}{t_{w1} - t_{w2}} = 1 - \frac{1/r_1 - 1/r}{1/r_1 - 1/r_2} \quad (1-19c)$$

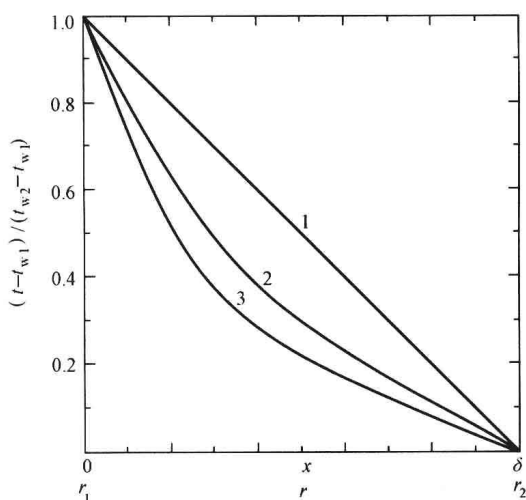


图 1-5 温度分布

1—大平板；2—长圆筒壁；3—球壁

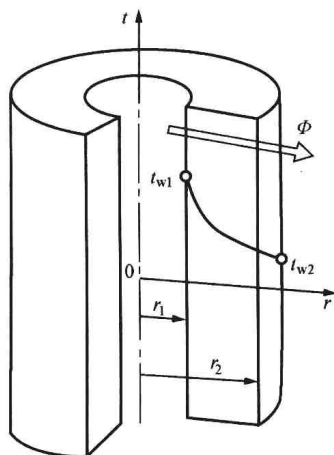


图 1-4 通过无限长圆筒壁的导热

因此，通过球壁的总导热量不变，热流密度逐渐减小，而温度呈双曲线分布，等温面为一簇同心球面。

为便于比较常见的三种一维稳态导热的特点，假定 $\delta = r_2 - r_1$ ，则 r_2/r_1 为某一定值时的温度分布，如图 1-5 所示。由此可见，无限大平板中的温度分布最均匀，无限长圆筒壁次之，球壁中的温度分布最不均匀，产生这种现象的主要原因是沿导热方向导热面积的变化。显然，随着 r_1 和 r_2 的增大或 $(r_2 - r_1)$ 的减小，则 r_2/r_1 减小，这种温度分布的差异减小，圆筒壁和球壁中的温度分布逐渐趋于平板中的温度分布。