



工业和信息化普通高等教育  
“十二五”规划教材立项项目

21世纪高等学校规划教材

# 大学物理 实验

章韦芳 李大创 訾振发 主编  
赵敏 朱剑博 陈学梅 魏义永 强晓明 副主编



21st Century University  
Planned Textbooks



人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS



工业和信息化普通高等教育  
“十二五”规划教材立项项目

21世纪高等

# 大学物理 实验

章韦芳 李大创 訾振发 主编  
赵敏 朱剑博 陈学梅 魏义永 强晓明 副主编

21st Century University  
Planned Textbooks



人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目 (C I P) 数据

大学物理实验 / 章韦芳, 李大创, 訾振发主编. --  
北京 : 人民邮电出版社, 2013. 9  
21世纪高等学校规划教材  
ISBN 978-7-115-31945-6

I. ①大… II. ①章… ②李… ③訾… III. ①物理学  
—实验—高等学校—教材 IV. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第140537号

## 内 容 提 要

本书是合肥师范学院基础物理实验室工作人员近三十年实验教学和教学仪器改进的经验总结基础上, 结合课程建设实际以及目前学生学习特点编写而成。全书分为 5 章, 包括力学与热学实验、电磁学实验、光学实验、近代物理与综合实验 4 个部分的 47 个实验项目。教师可根据专业和实验室条件选择合适的实验项目。

本书可作为高等本科院校物理学及各理工科专业学生的教科书和参考书, 也可作为相关人员的参考用书。

---

◆ 主 编	章韦芳	李大创	訾振发
副 主 编	赵 敏	朱剑博	陈学梅 魏义永 强晓明
责任编辑	武恩玉		
责任印制	彭志环	焦志炜	
◆ 人民邮电出版社出版发行	北京市崇文区夕照寺街 14 号		
邮编 100061	电子邮件 315@ptpress.com.cn		
网址 <a href="http://www.ptpress.com.cn">http://www.ptpress.com.cn</a>			
北京鑫正大印刷有限公司印刷			
◆ 开本: 787×1092	1/16		
印张: 14.25		2013 年 9 月第 1 版	
字数: 373 千字		2013 年 9 月北京第 1 次印刷	

---

定价: 35.00 元

读者服务热线: (010) 67170985 印装质量热线: (010) 67129223  
反盗版热线: (010) 67171154

# 前

# 言

实验是物理学的基础，是培养学生严谨的科学思维能力，培养学生理论联系实际、分析和解决实际问题的能力，特别是培养学生与科学技术发展相适应的综合能力和创新能力的重要教学环节。大学物理实验是理工科学生必修的一门重要基础实验课程，是学生进入大学后接触最早的实验课程之一。如何使中学阶段物理实验基础普遍薄弱的学生能够学好大学物理实验，为今后的其他实验课程打好基础，是大学物理实验教学面临的共同难题。

为了适应当前实验教学改革的需要，根据《高等学校理工科类大学物理实验课程教学基本要求》，并结合合肥师范学院基础物理实验室近三十年的学科建设、发展和实验教学方法、教学仪器改进的经验总结，我们对大学物理实验教材进行了重新编写。对于基础性实验，在内容安排上更注重加强基础知识的教学。而对于综合性强的实验，则在知识综合、动手能力和综合分析能力上对学生提出了较高要求。这样既能保证学生通过课程的学习掌握基础的实验方法和技能，又能在打好基础的前提下有所提高。

合肥师范学院基础物理实验室经过近三十年的学科建设和发展，教师和实验专业技术人员在日常教学过程中对教学方法、教学仪器不断探索和改进，积累了许多宝贵的经验，对多项实验项目的实验方法、仪器进行了全方位的改进。新方法、新仪器在多年的实验教学中取得了良好的效果。本书对这些宝贵的探索进行了阐述，将之与传统实验方法进行了对比。

本书第1章介绍误差理论及数据处理的基本知识；第2章为力学、热学实验部分，共17个实验；第3章为电磁学实验部分，共11个实验；第4章为光学实验部分，共8个实验；第5章为近代物理与综合实验部分，共11个实验。本书编写人员所承担内容为：章韦芳实验18、实验21～实验23、实验25、实验27、实验30、实验39、实验41；李大创实验9；訾振发实验2、实验4～实验6、实验24、实验26、实验37、实验43；赵敏实验8-1、实验10、实验11-2、实验12-2、实验13-2、实验19、实验33、实验35；朱剑博实验14、实验17、实验20、实验29、实验32、实验38、实验40、实验42、实验44；陈学梅第1章；魏义永实验1、实验3、实验31、实验34、实验36、实验45、实验46；强晓明实验7、实验8-2、实验11-1、实验12-1、实验13-1、实验15、实验16、实验28。

编写过程中参考了兄弟院校的有关教材、部分仪器厂家的产品说明，也从网上收集了部分相关资料。由于原作者很难确定，在此一并致以衷心的感谢，并请原作者尽快与我们联系。

合肥师范学院各级领导对本书的编写给予了大量的指导和帮助，提出了许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中难免会有错误和疏漏，恳请读者不吝批评指正。

编 者

2013年3月

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 章 误差分析、数据处理 与实验基本仪器 .....</b>	<b>4</b>
1.1 测量的基本概念 .....	4
1.2 测量误差的基本概念 .....	4
1.2.1 误差的定义及分类 .....	4
1.2.2 误差的表示形式 .....	6
1.2.3 误差的处理 .....	6
1.3 测量不确定度的评定与计算 .....	9
1.3.1 测量不确定度的定义及分类 .....	9
1.3.2 测量不确定度的评定方法 .....	9
1.4 有效数字及其运算规则 .....	12
1.5 数据处理的基本方法 .....	13
1.5.1 作图法 .....	14
1.5.2 最小二乘法 .....	16
1.6 实验的基本仪器及注意事项 .....	18
1.6.1 力热学实验基本仪器 .....	19
1.6.2 电磁学实验基本仪器及注意事项 .....	19
1.6.3 光学实验基本仪器及注意事项 .....	24
<b>第 2 章 力学、热学实验部分 .....</b>	<b>25</b>
实验 1 长度的测量 .....	25
实验 2 单摆 .....	31
实验 3 密度的测量 .....	32
实验 4 随机误差的统计规律 .....	36
实验 5 倾斜气垫导轨上滑块运动的研究 .....	37
实验 6 碰撞实验 .....	39
实验 7 金属杨氏弹性模量的测定 (伸长法) .....	42
实验 8 固体比热容的测量 .....	44
实验 8-1 固体比热容的测量 (冷却法) .....	44
实验 8-2 固体比热容的测量 (混合法) .....	48
实验 9 热电偶的定标 .....	49
实验 10 液体粘滞系数的测量 (落球法) .....	53
<b>实验 11 金属线胀系数的测定 .....</b>	<b>55</b>
实验 11-1 金属线胀系数的测定 (1) .....	55
实验 11-2 金属线胀系数的测定 (2) .....	56
<b>实验 12 冰熔解热的测定 .....</b>	<b>59</b>
实验 12-1 冰熔解热的测定 (1) .....	59
实验 12-2 冰熔解热的测定 (2) .....	60
<b>实验 13 液体表面张力系数的测定 .....</b>	<b>62</b>
实验 13-1 液体表面张力系数的测定 (拉脱法) .....	62
实验 13-2 液体表面张力系数的测定 (毛细管法) .....	63
<b>实验 14 电热转化的研究 .....</b>	<b>66</b>
<b>实验 15 刚体转动惯量的测量 .....</b>	<b>68</b>
<b>实验 16 导热系数的测定 .....</b>	<b>70</b>
<b>实验 17 空气比热容比的测量 .....</b>	<b>72</b>
<b>第 3 章 电磁学实验部分 .....</b>	<b>76</b>
实验 18 电学元件伏安特性的研究 .....	76
实验 19 电表的改装和校准 .....	80
实验 20 惠斯通电桥测电阻 .....	83
实验 21 十一线电位差计测干电池 电动势和内阻 .....	85
实验 22 电子示波器的使用 .....	89
实验 23 霍尔效应 .....	96
实验 24 电子荷质比的测定 .....	101
实验 25 LRC 电路的暂态过程研究 .....	105
实验 26 铁磁物质动态磁滞回线的测试 .....	110
实验 27 LRC 电路的稳态特性 .....	116
实验 28 静电场的测绘 .....	122
<b>第 4 章 光学实验部分 .....</b>	<b>125</b>
实验 29 薄透镜焦距的测定 .....	125
实验 30 分光计的调节和使用 .....	127
实验 31 用透射光栅测光波波长 .....	134
实验 32 迈克尔逊干涉仪的调节和使用 .....	137

实验 33	用牛顿环干涉测透镜曲率半径	142
实验 34	单缝衍射	144
实验 35	偏振现象的观测与分析	148
实验 36	用双棱镜干涉测光波波长	151

## 第 5 章 近代物理与综合

### 实验部分 ..... 156

实验 37	声速的测量（超声）	156
实验 38	弦振动的研究	160
实验 39	电子束的偏转和聚焦	165
实验 40	交流电桥	172

实验 41	半导体热敏电阻特性的研究	178
实验 42	空气折射率的测定	188
实验 43	超声光栅	191
实验 44	双光栅测量微弱振动	194
实验 45	密立根油滴实验	199
实验 46	弗兰克-赫兹实验	204
实验 47	光电效应及普朗克常数的测定	209

### 附录 常用数据表 ..... 214

### 参考文献 ..... 219

# 绪 论

物理学本质上是一门实验科学，在物理学的建立和发展中，物理实验起到了直接的推动作用。从经典物理到近代、现代物理，物理实验在发现新事物、建立新规律、检验理论、测量物理量等诸多方面发挥着巨大作用，是科学实验的先驱。

大学物理实验是一门重要的基础课程，是理工科类学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端，是今后进行科学实验的入门课程，它的一整套实验知识、方法和技能也是各专业后续实验课程的基础之一。

## 1. 大学物理实验课的主要任务

(1) 通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，学生可掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能。运用物理学原理和物理实验方法研究物理规律，加深对物理学原理的理解。培养学生实事求是的精神和严谨的科学态度，如实地记录实验中出现的物理现象和实验数据，能根据实验要求设计数据表格。

(2) 培养与提高学生从事科学实验的能力。主要包括：

① 独立操作能力——通过自行阅读实验教材与参考资料，查询有关资料和思考问题，掌握实验原理及方法，做好实验前的准备；能够借助教材或仪器说明书正确使用仪器设备和实验装置，正确测读、记录和处理实验数据，绘制曲线；独立完成实验内容，分析实验结果，撰写合格的实验报告；培养学生逐步形成自主实验的基本能力。

② 分析与研究的能力——融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识，对实验结果进行分析、判断、归纳与综合。能够运用物理学理论对实验现象与结果进行分析和判断，具有初步的分析与研究的能力。

③ 理论联系实际的能力——能够运用物理学理论在实验中发现问题、分析问题，并学习解决问题的科学方法，逐步提高学生综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力。

④ 创新能力——能够完成符合规范要求的综合性、设计性内容的实验，进行初步的具有研究性或创意性内容的实验。激发学生的学习主动性，逐步培养学生的创新能力。

(3) 掌握一些常用物理量及物性参数（如长度、时间、质量、热量、温度、压强、电流、电压、电阻、电感、电容、磁场强度、光强度、频率、波长、折射率、电子电荷）的测量方法，能正确使用常用的物理实验仪器和量具，能按实验要求选择仪器的准确度等级或测量范围，注意加强数字化测量技术和计算技术在物理实验教学中的应用。

(4) 掌握常用的实验操作技术。例如：零位调整、水平/铅直调整、光路的共轴调整、消视差调整、逐次逼近调整、根据给定的电路图正确接线、简单的电路故障检查与排除，以及在近代科学研究与工程技术中广泛应用的仪器的正确调节。

(5) 培养学生从事科学实验的素质。包括理论联系实际、实事求是的科学作风；严肃认真的工作态度；不怕困难、勇于探索的创新精神；遵章守纪、爱护公物的优良品德；团结协作、共同进取的作风。

## 2. 大学物理实验课的基本程序

### (1) 课前预习

预习是训练和提高自学能力的极好途径，为了在规定时间内高质量地完成实验内容，必须做好预习工作。预习时，通过阅读实验教材及参考资料，重点考虑3个方面的问题：做什么（实验目的）；根据什么去做（实验原理和方法）；怎样做（实验方案、条件、步骤和关键要领）。在此基础上写好预习报告，预习报告主要内容是：实验名称、实验目的、实验原理（如主要计算公式、线路图等），实验主要内容（需观察的现象或需测量的物理量，数据记录表格），遇到的问题及注意事项。

每次实验前，教师将检查预习情况，并给与批改。没有预习或不合格者不得做实验，即使补做实验，该实验成绩也作降分处理。

### (2) 上课操作实验

实验操作与观测是动手能力、思维判断能力和综合运用能力训练的过程，也是培养学生科学实验素质的主要环节。

实验操作程序：

① 提前十分钟到指定实验室后，确定座位，检查自己的实验仪器是否可以正常操作。检查完毕后，按照自己实验桌上的实验序号（或者桌上实验运行记录本上的序号）到讲台上的实验签到本上相应的位置签上自己的姓名。

② 在实验指导老师对实验讲解完以后，由学生独立操作，将测量的数据记录在事先准备好的实验记录纸上，待实验操作完毕后，将实验数据交给实验老师审阅签字，如有错误，需要重新操作验证，确认无误后方可结束实验。

③ 结束时，整理实验仪器，关闭开关电源，并在桌上的实验运行记录本上签上本次做实验的实验名称、实验时间、姓名以及实验运行情况后，由实验老师确认无误后方可离开实验室。

在实验教师指导性讲解的基础上，主要做到以下几方面要求：

① 弄清实验内容的具体要求和注意事项。

② 熟悉仪器，并进行调整测试，符合要求后，方可进行正式操作、测量。

③ 科学地、实事求是地记录下实验中观察到的各种现象和测量数据，同时记录与实验结果有关的实验条件，如环境（温度、湿度、压力等），记录数据时，要注意有效数字和单位准确。



准时上课，迟到者本次实验成绩作降分处理，迟到半小时及以上者，教师有权禁止该生做实验。如有特殊情况（如生病）需要出具证明，并及时找相应实验老师联系补做实验。缺失一次实验者，本学期的实验成绩为不合格。

### (3) 实验后的报告

实验报告是实验工作的全面总结和深入理解的一个环节。一份完整的实验报告应是在完善预习报告的基础上，增加以下几个方面。

① 实验数据：将教师签字的原始数据记录纸粘贴在实验报告上；

② 数据处理：按照实验要求对实验数据进行处理，结果表达；

③ 实验总结：实验现象及误差分析，结果讨论、结论，对实验的体会与建议等。

书写实验报告时，要简明扼要，文字通顺，字迹端正，图表规范；独立完成实验报告，并在下次做实验前递交给相应的实验老师批改。



**注意** 抄袭他人报告者，一经发现，抄袭与被抄袭者成绩一律记为零分。任何理由都不成立。

### 3. 大学物理实验课的成绩评定

为了更好地促进大学物理实验教学，提高实验教学质量，根据物理实验的实际教学情况，制定该课程的成绩评定标准。课程成绩以平时成绩为主，成绩建档。成绩评定标准如下：平时成绩占总成绩的 70%左右，期末考查成绩占总成绩的 30%左右。平时成绩主要采用“三段式能力考核”方式进行评定：通过考核预习情况检验学生的自学能力，占平时总成绩的 30%；通过操作检验学生的动手能力与理论联系实际能力，占平时成绩的 40%；通过实验报告考核学生综合分析、处理数据和书面表达能力，占平时成绩的 30%。所有的实验项目结束后，将有实验老师安排实验操作技能考试，考试当场采用抽签方式，学生随机选个实验进行操作考试，最后考试成绩占总成绩的 30%。

# 第1章

## 误差分析、数据处理与实验基本仪器

### 1.1 测量的基本概念

物理学是一门实验学科，在科学的研究和实验过程中，离不开对某些物理量的测量。物理实验除了定性地观察物理现象外，也需要对物理量进行定量测量，并确定各物理量之间的关系。所谓测量，就是将待测物与规定为基本单位的物理量进行比较，其倍数就为测量的大小。按照测量方法分为直接测量和间接测量；按照测量条件分为等精度测量和非等精度测量。

直接测量就是让待测物与测量仪器、仪表或量具直接进行比较，从而得到测量数值。例如，用米尺测长度，用秒表测时间，用天平与砝码测物体的质量，用电压表测电压等都属于直接测量。

对于一些无法直接测量的，可以借助它的一些直接测量量，经过一定的函数运算获得，这种测量称为间接测量。例如，密度和单摆的周期等物理量的测量往往先要通过直接测一些物理量，再利用函数关系，计算出密度和周期，这样的测量方法称间接测量，相应的被测物理量称为间接测量量。

在实际实验的物理量测量多数为间接测量，但直接测量简单、直观，是一切间接测量的基础。

如果对某一物理量进行重复的多次测量，而且设每次测量的条件相同，测得一组数据分别为 $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ ，这样一组数列称为“等精度测量列”。在这些数列的测量过程中，只要有一个测量条件不同，这时进行的测量即为非等精度测量。

### 1.2 测量误差的基本概念

#### 1.2.1 误差的定义及分类

##### 一、误差的定义

待测物理量的大小（真值）是客观存在的。由于测量设备、环境、方法和人员等诸多因素的影响，使得测量值与真实值并不完全一致，这种差异在数值上表现为误差。

误差是指测量值 $x$ 与被测量的真值 $x_0$ 之差，用 $\delta$ 表示。用式子表示为

$$\delta = x - x_0 \quad (1-1)$$

真值是某一物理量在一定条件下所具有的客观的、不随测量方法改变的真实数值，一般是未知的。误差  $\delta$  反映了测量值偏离真值的大小和方向，可正可负； $\delta$  的绝对值越小说明结果越是接近真值，故又称  $\delta$  为绝对误差。在一些特殊情况下，某些物理量的真值可认为是已知的，主要包括以下几种。

① 理论真值。通过理论方法获得的真值。例如，三角形内角之和为  $180^\circ$ ，电压与电流的相位差为  $90^\circ$  等。

② 计量学的约定真值。例如国际计量大会决议的 7 种标准值。

③ 标准器的相对真值。当高一级的标准器的误差小于低一级的标准器或普通计量仪器的误差一定程度后，高一级标准器的指示值可以作为级别低的仪器的相对真值。例如，用 0.5 级的电流表测得电路的电流为  $1.300A$ ，用 0.2 级电流表测得的为  $1.302A$ ，则后者可视为前者的实际值。

## 二、误差的分类及处理

测量误差的产生有多种原因。根据误差的性质和产生的原因，可将误差分为系统误差和随机误差两大类。

### 1. 系统误差

在同一测量条件下，多次测量同一物理量时，误差的绝对值和符号恒定或者按某一确定规律变化，称为系统误差。一个完整的测量系统，通常由实验源、实验体、观测系统、实验环境 4 部分组成，因此系统误差来源可以归纳为以下几个方面。

#### (1) 仪器误差

所用测量仪器或装置本身不完善或者调整不当而产生的误差。例如，标准器不标准产生附加误差；仪器设计制造不完善、调节使用不当、老化等原因都会造成测量误差；而一些附件由于长时间得不到更换，也会引入误差。

#### (2) 环境误差

由于各种环境因素（如温度、湿度、压力、振动、电磁场等）的影响，而引起的测量装置和被测量本身的变化所造成的误差。例如，标准电池是以  $20^\circ\text{C}$  时的电动势作为标准值，当温度升高或是降低时，如果不加以修正，就会引入误差。

#### (3) 实验方法误差

由于测量方法或计算方法不完善、不合理等原因引起的误差。例如，瞬时测量时取样间隔不能为零；用单摆测量重力加速度时，公式  $g=4\pi^2L/T^2$  的近似性；用伏安法测电阻时，忽略电表内阻的影响等。

#### (4) 人员误差

由于测量人员分辨能力、反应速度及固有习惯等原因引起的误差。例如，使用停表计时，由于观测者的反应速度不同而导致的经常性的提前或滞后带来的测量误差。

从上述系统误差产生的原因可以知道，不能通过多次测量来消除和发现它。但是在实验中可以通过修正和补偿等方法来处理系统误差。按对系统误差掌握程度，又可分为已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差的大小和符号是可以确定的，如千分尺、电表的零位误差、伏安法测电阻电表内阻引起的误差等，这类误差可以修正。未定系统误差是大小和符号不能确定，只能估计出大小变化范围的系统误差。例如仪器出厂时的准确度指标是用符号  $\Delta_{\text{仪}}$  表示的，即为仪器误差的极限范围。

### 2. 随机误差

又称偶然误差，是指在同一条件下，通过多次测量得到的，测量值与真值的绝对值和符号以不可预知的方式变化的测量误差。产生随机误差的原因很多，各种偶然的因素都会影响测量结果。

主要可以分成两方面因素：一是人的感官灵敏度及仪器精度有限；二是实验环境（温度、湿度、气流等）变化，测量仪器的指示数值的波动等都会导致随机误差。随机误差出现没有规律，原因复杂。因此，随机误差是无法控制的，无法从实验中完全消除，所以随机误差是不可能修正的。

从一次测量来看，随机误差是随机的。但当测量次数足够多时，随机误差服从一定的统计规律（见随机误差的处理），因此可以用统计方法估算其对测量值的影响。

## 1.2.2 误差的表示形式

### 1. 绝对误差

用绝对值大小给出的误差定义为绝对误差  $\delta$ 。用式子表示为

$$\text{误差} (\delta) = \text{测量值} (x) - \text{真值} (x_0) \quad (1-2)$$

绝对误差是带有单位的数，可正可负。绝对误差反映测量值偏离真值的大小与方向。

### 2. 相对误差

被测量  $x$  得到的绝对误差与被测量真值的比值称为相对误差  $E$ 。用式子表示为

$$\text{相对误差} (E) = \frac{\text{绝对误差} (\delta)}{\text{真值} (x)} \quad (1-3)$$

由于一般情况下真值未知，通常用测量值代替真值。相对误差是无量纲纯数，通常用“%”表示。相对误差可以反映测量的精度高低。

### 3. 引用误差

引用误差定义为绝对误差与测量范围上限（或量程）的比值，即

$$\text{引用误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量范围上限}} \quad (1-4)$$

引用误差通常用“%”表示，主要用于仪器误差的表示。仪表量程或测量范围内各点的引用误差一般不相同，其中最大的引用误差称为引用误差限，去掉引用误差的正负号及“%”后，称为仪器的准确度等级。例如，根据准确度将电表划分成：0.1、0.25、0.5、1.0、1.5、2.5 及 5.0 七个等级。

## 1.2.3 误差的处理

前面介绍了测量误差的基本概念，强调了误差产生的必然性和普遍性。误差自始至终存在于一切科学实验中，一切测量结果都会有误差。本节主要介绍系统误差和随机误差的处理方法。

### 1. 系统误差的处理

系统误差往往隐藏于测量数据中，不易被发现，也不能通过多次测量来消除。因此，发现系统误差对后续的处理是至关重要的。一般情况我们可以理论分析、对比测量、数据观察和分析等方法发现系统误差，并消除那些已定的系统误差。对难以避免的一些系统误差，有时测量过程中也可以采用一些专门的测量技术或方法使其减小或消除。常用的方法有以下几种。

#### (1) 替代法

在一定条件下，对某一被测量进行测量后，不改变测量条件，用标准值替代被测量值，实现相同的测量效果。这样就消除了除标准量本身的定值系统误差以外的其他系统误差。例如，用替代法测量电阻。

#### (2) 补偿法

在量热实验中，系统的初、末温度如选择相等地分布在环境温度的两侧，则实验过程中系统与外界交换的热量大为减小，则因散热引起的系统误差可以大部消除，这种方法称为散热修正的

抵偿法。

### (3) 交换法

它是将测量中的某个条件（如被测对象的位置等）人为的相互交换，使产生的系统误差的原因对测量结果起到相反的作用。例如，滑线电桥测量电阻时，可以交换被测电阻和标准电阻的位置，以消除接触电阻产生的系统误差。

### (4) 随机法

这种方法是改变实验条件测量多次以减小系统误差的一种观测方法。例如，我们怀疑米尺刻度不均匀，就可以随机地改变起点测量多次，然后按照随机误差的理论处理数据以减小系统误差。

## 2. 随机误差的处理

随机误差与系统误差的性质不同，处理方法也不同。假设我们在实验中已经将系统误差消减到可以忽略的程度，通过等精度测量，得到一系列的测量值为 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，在单次测定过程中，其大小符号无法预言，没有规律性。但是，如果进行反复多次测定，就会发现随机误差还是具有一定的规律性，即具有统计规律性。

### (1) 随机误差的统计规律

随机误差的统计分布规律有很多，正态分布是最常见的分布之一，即大小相等的正、负误差出现的几率相等，小误差出现的机会多，大误差出现的机会少，特大的正、负误差出现的机会更小。服从正态分布的随机误差的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-5)$$

或

$$f(x - x_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-6)$$

式中， $x$  为测量值； $x_0$  为真值； $\delta$  为误差； $f$  表示在  $\delta$ （或  $x$ ）附近单位区间内，被测量误差（或测量值）出现的概率。 $\sigma$  为正态分布的标准偏差，是表征测量分散性的参量，分布曲线如图 1-1 所示。

### (2) 随机误差的特性

从以上的正态分布图，可以看出随机误差具有以下一些特征。

① 单峰性。绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数大的多。

② 对称性。绝对值相等，绝对值相等的正误差与负误差出现的次数大致相等。

③ 有界性。实际测量中，其误差的绝对值不会超过一定限度。

④ 抵偿性。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于 0。

即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$$

### (3) 算术平均值与标准偏差

假设某一待测量的理想真值为  $x_0$ ，对该物理量做等精度测量，得到一测量列 $(x_1, x_2, \dots,$

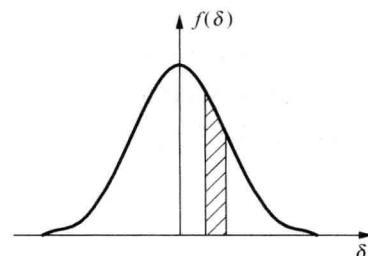


图 1-1 正态分布曲线

$x_n$ ), 则该测量列的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-7)$$

若测量数据中无系统误差存在, 在测量次数  $n \rightarrow \infty$  时, 有算术平均值

$$\bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = x_0 \quad (1-8)$$

测量列标准误差

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} \quad (1-9)$$

在实际测量中, 测量次数总是有限的, 且真值不可知。因此, 对于等精度测量列, 可以用算术平均值作为真值的最佳估计值。而测量列标准差也需通过估计获得。估计标准差的方法很多, 最常用的是贝塞尔法, 即子样标准差。公式为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-1}} \quad (1-10)$$

式中  $\delta_i = x_i - \bar{x}$ , 称为残差或偏差。

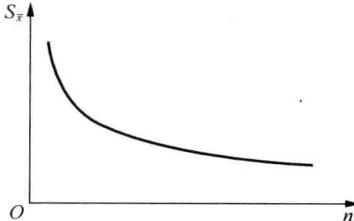


图 1-2 测量次数对  $S_x$  的影响

由于算术平均值也是一个随机变量, 进行多组等精度重复测量时得到的算术平均值具有离散性。描述该离散性的参数是算术平均值的标准差, 由误差理论可以证明, 算术平均值标准差与测量列(或单次测量)标准差之间的关系为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1-11)$$

由式(1-11)可看出, 平均值的标准差比单次测量的标准差小。随着测量次数的增加, 平均值的标准差越来越小, 测量精密度越来越高。但当测量次数  $n > 10$  以后, 次数对平均值标准差的降低效果很小, 如图 1-2 所示。所以, 不能够单纯通过增加次数来提高测量精度。在科学的研究中测量次数一般取 10~20 次, 而在大学物理实验中一般取 5~10 次。

当测量次数有限时, 根据式(1-10)与式(1-11), 算术平均值的标准差可由下式进行估计

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n(n-1)}} \quad (1-12)$$

## 1.3 测量不确定度的评定与计算

由于真值的未知性，使得测量误差的大小与正负难以确定。因此，在对测量结果的质量进行定量评定时，往往只是给出以一定的概率出现的误差范围。而这个用来定量评定测量结果质量的参数，即为测量不确定度。

### 1.3.1 测量不确定度的定义及分类

#### 1. 定义

测量不确定度是表征被测量值的分散性的一个参数，并且和测量结果相关。

测量不确定度可以用标准差表示，称为标准不确定度，用符号  $u$  表示。如果是几个不确定度的合成，称为合成标准不确定度，用符号  $u_c$  表示。既然测量不确定度与测量结果相联系，所以完整的测量结果表达中，应包括测量不确定度。在得到测量值（ $x$  最佳估计值为  $\bar{x}$ ）和合成标准不确定度后，测量结果通常写为

$$x = \bar{x} \pm u_c \text{ (单位)} \quad (1-13)$$

相对不确定度为

$$E = \frac{u_c}{\bar{x}} \text{ (或} \times 100\%) \quad (1-14)$$

书写测量结果时应注意：不确定度有效数字取 1~2 位，测量结果有效数字的最后一位应与不确定度的末位对齐。例如，对某长度量测量算术平均值为 3.643 1cm，不确定度为 0.042 4cm，结果表示为  $L = (3.64 \pm 0.04) \text{ cm}$ 。

#### 2. 分类

测量不确定度的来源较多，因而测量不确定度是由许多分量组成的。基于此，我们按评定方法将其分为两大类。

① A 类分量。用统计方法评定求出的相对独立的分量，称为不确定度 A 类分量，用  $u_A$  表示。

② B 类分量。用非统计方法评定的不确定度称为不确定度 B 类分量，用  $u_B$  表示。

值得注意的是，测量结果不确定度不与测量误差混为一谈。测量误差是被测量的真值与测量结果之差，可正可负，也可能接近于零。测量不确定度表示由于测量误差的存在，被测量值不能确定的程度，它反映了可能存在的误差分布范围，即随机误差分量和系统误差的分量的联合分布范围，它总是一个不为零的正数，是作为一种估值。

### 1.3.2 测量不确定度的评定方法

A 类评定。直接测量量的标准不确定度 A 类分量用算术平均值的标准差估计公式计算，即

$$u_A = S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n(n-1)}} \quad (1-15)$$

B 类评定。本课程只考虑仪器误差的影响，标准不确定度 B 类分量为

$$u_B = \sigma_{\text{仪}} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} \quad (1-16)$$

合成不确定度。假设不确定度各分量之间相互独立，则合成标准不确定度为

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (1-17)$$

### 1. 直接测量不确定度的计算举例

例 1.1：用 0~25mm 的一级千分尺测金属丝的直径 7 次，测量数据为

$D'$  (mm): 2.509, 2.512, 2.500, 2.513, 2.511, 2.514

(1) 判断测量数据中有无已定系统误差，并消除或尽量减小其影响，修正后

$D$  (mm): 2.507, 2.510, 2.502, 2.511, 2.509, 2.512

(2) 修正后直径的算术平均值  $\bar{D} = 2.5073$  mm。



为防止计算误差过大，多取 1 位有效数字。

注意

(3) 由公式 (1-15) 计算出算术平均值的标准差  $S_{\bar{x}}$  作为不确定度 A 类分量  $u_A$ 。

$$u_A = S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (D_i - \bar{D})^2}{n(n-1)}} = 0.0046 \text{ mm}$$

(4) 根据仪器误差  $\Delta_{\text{仪}}$ ，由公式 (1-16) 计算不确定度 B 类分量  $u_B$ 。

按国家计量标准，测量范围为 0~100mm 的一级千分尺的仪器极限误差  $\Delta_{\text{仪}}=0.004\text{mm}$ ，故

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = 0.0023 \text{ mm}$$

(5) 由公式 (1-17)、公式 (1-14) 求合成标准不确定度  $u_c$ 、相对不确定度  $E$ 。

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{S_{\bar{D}}^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0.006 \text{ mm}$$

(6) 结果表示为 (不确定度  $u_c$  及相对不确定度  $E$  的有效数字位数见上节)

$$\begin{cases} D = (2.507 \pm 0.006) \text{ mm} \\ E = \frac{0.006}{0.5073} \times 100\% = 0.012 = 1.2\% \end{cases}$$

### 2. 间接测量不确定度的计算及举例

设间接测量量  $w$  与直接测量量  $x, y, z, \dots$  的函数关系为

$$w=f(x, y, z, \dots) \quad (1-18)$$

各直接测量量按上节步骤处理后的结果为

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} \pm u_x \\ y &= \bar{y} \pm u_y \\ z &= \bar{z} \pm u_z \end{aligned} \quad (1-19)$$

$$\bar{w} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) \quad (1-20)$$

由于间接测量量  $w$  与多个直接测量量有关, 因此, 间接测量量的不确定度由各直接测量量的不确定度决定。如果各直接测量量之间是相互独立的, 由统计理论可推出

$$u_c(w) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} u_y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z} u_z\right)^2} \quad (1-21)$$

$$E = \frac{u_c(w)}{w} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} u_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} u_z\right)^2 + \dots} \quad (1-22)$$

式中  $\frac{\partial f}{\partial x}$  及  $\frac{\partial \ln f}{\partial x}$  等都称为传播系数。

例 1.2: 用 0~25mm 的一级千分尺测圆柱体的直径和高度各 6 次, 测量数据见表 1-1。

表 1-1 圆柱体直径和高度的测量数据

测量次数	1	2	3	4	5	6
直径 $d/\text{mm}$	7.075	7.087	7.091	7.060	7.085	7.080
高度 $h/\text{mm}$	9.105	9.107	9.103	9.110	9.100	9.108

若测量数据无已定系统误差和粗大误差, 试求该圆柱体的体积。

解: 显然, 体积  $V$  为间接测量量, 直径  $d$  与高度  $h$  为直接测量量, 故应按间接测量数据处理方法来求测量结果。

按直接测量数据处理步骤, 求出各直接测量量  $d$  与高度  $h$  的不确定度。

(1) 直径  $d$  的处理

A 类分量  $u_A(d) = S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6(6-1)}} = 0.0045 \text{ mm}$

B 类分量  $u_B(d) = \frac{A_{1x}}{\sqrt{3}} = 0.0023 \text{ mm}$

$d$  的合成不确定度  $u_d = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{S_d^2 + \left(\frac{A_{1x}}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0.0051 \text{ mm}$



上述各计算结果的有效数字, 都比有效数字运算规则和不确定度取位规则要求的位数多一位, 目的是减小后续计算误差。以下类同。

(2) 高度  $h$  的处理

A 类分量  $u_A(h) = S_h = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (h_i - \bar{h})^2}{6(6-1)}} = 0.0015 \text{ mm}$