

黄平 等著

Numerical Calculation
Methods of Elastohydrodynamic
Lubrication

弹性流体动压润滑
数值计算方法

清华大学出版社



黄平 等著

**Numerical Calculation
Methods of Elastohydrodynamic
Lubrication**

**弹性流体动压润滑
数值计算方法**

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书介绍了弹性流体动压润滑(弹流润滑)的数值计算方法和程序。全书共分15章,第1~3章分别是:弹性流体动压润滑基本方程、弹性变形数值计算方法和能量方程数值计算方法,这3章的内容是后面各章的基础;第4~10章包括线接触、点接触、椭圆接触弹流问题的等温解和热解的内容,其中第9章分析了速度方向与主轴方向不一致时的椭圆接触弹流问题,这些章节是弹流润滑计算中最基本、最重要的内容;第11~15章分别介绍了脂润滑、双电层效应、非稳态、粗糙度影响、微极流体的弹流润滑计算,这些计算内容是在对前面程序的简单修改的基础上实现的。

本书可以作为机械设计与理论专业研究生及相关专业师生的教材或教学参考书,也可供从事弹流润滑计算分析与研究的工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

弹性流体动压润滑数值计算方法/黄平等著.--北京:清华大学出版社,2013
ISBN 978-7-302-34123-9

I. ①弹… II. ①黄… III. ①弹性流体动压润滑—数值计算—计算方法 IV. ①TH117.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第243904号

责任编辑:庄红权
封面设计:常雪影
责任校对:刘玉霞
责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:170mm×240mm 印 张:20.5 字 数:398千字

版 次:2013年11月第1版 印 次:2013年11月第1次印刷

(附光盘1张)

印 数:1~2000

定 价:58.00元



前 言

本书是作者与研究生们一起合作出版的《润滑数值计算方法》的姊妹篇。《润滑数值计算方法》自出版以来受到了较广泛的关注和评价,使作者感到十分有必要出版本书。

本书以弹性流体动压润滑(简称弹流润滑)数值计算方法和程序为主,详细介绍了弹流计算中的线接触、点接触、椭圆接触的等温解和热解的内容。此外,还对特殊工况下的弹流润滑问题,如:不同方向速度、脂润滑、双电层效应、非稳态、粗糙度影响、微极流体等弹流润滑计算进行了简要的介绍。

弹流润滑计算是与工程实际联系十分紧密的内容,存在于滚动轴承、齿轮传动等零件中,同时弹流计算又是润滑计算中的难点之一。其主要的困难在于必须将 Reynolds 方程、弹性变形方程、粘压方程,以及能量方程等联立在一起求解,因此一般需要通过迭代法完成,而这样的求解过程时常会带来计算不收敛。本书尽量采用较为可靠的迭代方法,并对提供的程序和例题进行了验算,确认可以得到满意的结果。

然而,必须指出,由于弹流问题的复杂性,一般的弹流程序不具有普适性,也就是说,当工况条件发生变化时,直接使用相应的程序不一定能够得到收敛解,这时读者需要注意以下几点。

(1) 由于计算精度的设置导致的未收敛:因为数值计算总会存在一定的误差,对有些弹流问题来讲,如果计算变量的精度(如未采用双精度等原因)不能达到程序中给定的收敛精度,而在一个较低的精度水平上重复,但是没有发散。这时虽然未满足精度要求,但是仍然可以认为是得到了收敛解,其解可用。

(2) 由于迭代次数限制导致的未收敛:在大多数迭代程序中,除了设置一定的精度,为了不使计算无限循环下去,同时设置了迭代次数的限制。所以,有些弹流计算虽然已经开始收敛,但是由于次数达到限制而终止计算,显示计算结果未收敛。这种情况解可用。如果读者希望得到更精确的解,可以适当加大迭代次数。

(3) 由于计算区间较小导致的未收敛:通常弹流计算的区间一般仅限于 6 倍的接触区半宽,入口区一般为 4 倍的半宽,出口区一般为 1.5~2 倍的半宽。这样的宽度一般都可以满足典型的弹流润滑问题求解,但是对于一些非典型的弹流问题,比如轻载、高速、高粘度、非牛顿流体等问题,可能带来计算不收敛的情况。如果出

现这样的情况,适当加大接触区的宽度一般都能得到收敛解,但是这样会带来一定的精度损失,而这样的精度损失通常不能用提高节点密度的方法得到补偿。

(4) 由于问题不适合导致的不收敛:弹流润滑一般求解的是点、线最大接触压力在 $0.2\sim 0.8\text{GPa}$ 之间的流体动压润滑问题,如果最大压力低于或高于这一区间,润滑会趋于普通流体动压润滑或使膜厚过薄等,从而导致现有的弹流润滑计算程序不适合这类问题而不收敛。这种情况读者可以通过不收敛结果发现问题,并采用适合的程序求解。

总之,到目前为止一般的弹流计算程序还无法做到普适,所以有时需要读者通过熟悉弹流润滑的特性,修改相应的计算语句来得到满意的计算结果。但是这并不影响本书的作用,与《润滑数值计算方法》一书的目的相同,作者希望通过建立这样一个平台,可以避免许多弹流润滑计算的重复工作量,并有助于需要弹流解的读者尽快完成最终的计算。

参加本书编写的有:赖添茂(第 2.3 节,第 8、10 章)、杨倩倩(第 4 章)、王亚珍(第 6、9 章)、陈英俊(第 11 章)、白少先和左启阳(第 12 章)、张炜(第 13 章),黄平负责其他章节的编写和全书的统稿工作。由于时间关系和水平所限,书中肯定存在不足,甚至错误,希望广大读者提出宝贵意见和修改建议,使其进一步完善。

作 者

2013 年 8 月于广州

目 录

符号说明	1
第 1 章 弹性流体动压润滑基本方程	5
1.1 求解弹流润滑的基本方程	5
1.1.1 一维弹流润滑 Reynolds 方程	5
1.1.2 二维弹流润滑 Reynolds 方程	6
1.1.3 存在两方向速度的二维弹流润滑 Reynolds 方程	6
1.1.4 时变弹流润滑 Reynolds 方程	6
1.2 不含弹性变形的膜厚方程	7
1.2.1 线接触膜厚方程	7
1.2.2 点接触膜厚方程	7
1.2.3 椭圆接触膜厚方程	8
1.3 表面弹性变形	8
1.3.1 一维弹性变形	8
1.3.2 二维弹性变形	9
1.4 粘度和密度随压力和温度变化的方程	9
1.4.1 粘度变化方程	9
1.4.2 密度变化方程	10
1.5 载荷平衡条件	11
1.5.1 载荷平衡方程	11
1.5.2 载荷平衡数值计算	12
1.6 Reynolds 方程的有限差分法	15
1.6.1 偏微分的差分形式	15
1.6.2 差分形式 Reynolds 方程	16
1.6.3 差分方程迭代	17
1.6.4 压力迭代收敛准则	17
第 2 章 弹性变形数值计算方法	19
2.1 线接触变形方程数值计算方法与程序	19
2.1.1 弹性变形方程	19

2.1.2	弹性变形方程数值计算	20
2.1.3	计算流程图	20
2.1.4	算例	22
2.2	点接触变形方程数值计算方法与程序	23
2.2.1	点接触弹性变形方程	23
2.2.2	点接触弹性变形数值计算	24
2.2.3	计算流程图	25
2.2.4	计算程序	26
2.2.5	算例	27
2.3	椭圆接触变形方程数值计算方法与程序	29
2.3.1	几何关系	29
2.3.2	接触应力与接触区	31
2.3.3	计算程序	32
2.3.4	算例	39
2.4	利用多重网格积分技术求解弹性变形	39
2.4.1	多重网格积分法原理	39
2.4.2	计算程序与算例	41
第 3 章	能量方程数值计算方法	54
3.1	能量方程	54
3.1.1	一维能量方程及其边界条件	54
3.1.2	二维能量方程及其边界条件	54
3.2	热流体动压润滑数值计算方法与程序	56
3.2.1	一维热流体动压润滑	56
3.2.2	二维热流体动压润滑	58
第 4 章	等温线接触弹流润滑数值计算方法与程序	64
4.1	基本方程及其量纲一化	64
4.1.1	基本方程	64
4.1.2	量纲一化方程	65
4.1.3	离散方程	65
4.2	数值计算方法及程序	66
4.2.1	迭代方法	66
4.2.2	程序与算例	66

第 5 章 线接触弹流润滑 Newton-Raphson 方法与程序	75
5.1 基本方程	75
5.2 Newton-Raphson 迭代法	75
5.2.1 矩阵系数表达式	75
5.2.2 表达式中各量的计算	76
5.3 数值计算方法与程序	77
5.3.1 非润滑区的系数处理	77
5.3.2 $\bar{\rho}_e H_e$ 的确定	77
5.3.3 初始 H_0 的确定与修正	77
5.3.4 计算程序	78
5.3.5 算例	83
第 6 章 等温点接触弹流润滑数值计算方法与程序	84
6.1 等温点接触弹流润滑基本方程	84
6.1.1 基本方程	84
6.1.2 量纲一化方程	84
6.2 数值计算方法及程序	85
6.2.1 差分方程	85
6.2.2 迭代方法	86
6.2.3 计算流程图	86
6.2.4 计算程序	88
6.2.5 算例	94
第 7 章 多重网格技术在等温弹流润滑计算中的应用	95
7.1 多重网格法基本原理	95
7.1.1 网格结构	95
7.1.2 方程的离散	95
7.1.3 光滑、限制和延拓	96
7.2 非线性问题的全近似格式	97
7.2.1 网格参数下传	97
7.2.2 下层网格参数修正	97
7.2.3 网格参数上传	98
7.2.4 V 循环和 W 循环	98
7.3 多重网格法解弹流问题注意的问题	99
7.3.1 迭代方法与选用	99

7.3.2	松弛因子与网格变换方式	100
7.4	多重网格法求解线接触弹流润滑的程序	101
7.4.1	程序说明	101
7.4.2	计算程序	102
7.4.3	算例	112
7.5	多重网格法求解点接触弹流润滑的程序	113
7.5.1	程序说明	113
7.5.2	计算程序	114
7.5.3	算例	123
第 8 章	等温椭圆接触弹流润滑数值计算方法与程序	124
8.1	基本方程及其量纲一化	124
8.2	数值计算方法及程序	125
8.2.1	计算流程图	125
8.2.2	计算程序	125
8.2.3	算例	135
第 9 章	有两方向速度等温椭圆接触弹流润滑数值计算方法与程序	136
9.1	基本方程及其量纲一化	136
9.2	速度的处理	137
9.3	数值计算方法及程序	137
9.3.1	计算流程图	137
9.3.2	计算程序	137
9.3.3	算例	147
第 10 章	热弹流润滑数值计算方法与程序	148
10.1	热弹流润滑基本方程	148
10.1.1	线接触热弹流润滑	148
10.1.2	点接触热弹流润滑	150
10.2	膜厚方向的粘度、温度处理	151
10.2.1	速度场计算	151
10.2.2	连续方程	153
10.2.3	能量方程	154
10.2.4	上下界面温度条件	155
10.2.5	解线性方程组	157

10.2.6	温度计算流程图	158
10.3	线接触热弹流润滑数值计算方法及程序	159
10.3.1	计算流程图	159
10.3.2	计算程序	160
10.3.3	算例	172
10.4	点接触热弹流润滑数值计算方法及程序	173
10.4.1	计算流程图	173
10.4.2	计算程序	174
10.4.3	算例	186
第 11 章	脂润滑弹流数值计算方法与程序	187
11.1	脂润滑弹流基本方程	187
11.2	等温弹流数值计算方法及程序	188
11.2.1	线接触问题	188
11.2.2	点接触问题	200
11.3	热弹流数值计算方法及程序	211
11.3.1	线接触问题	211
11.3.2	点接触问题	231
第 12 章	考虑双电层的弹流润滑数值计算方法与程序	248
12.1	双电层结构	248
12.2	考虑双电层的 Reynolds 方程	248
12.2.1	修正的 Reynolds 方程	248
12.2.2	电粘度表达式	251
12.3	计算程序与算例	252
12.3.1	计算程序	252
12.3.2	算例	261
第 13 章	线接触时变弹流润滑数值计算方法与程序	262
13.1	时变弹流润滑 Reynolds 方程	262
13.1.1	Reynolds 方程及其量纲一化	262
13.1.2	离散 Reynolds 方程	262
13.2	数值计算方法与程序	262
13.2.1	迭代方法	262
13.2.2	计算流程图	263

13.2.3	计算程序	263
13.2.4	算例	269
第 14 章	粗糙表面等温弹流润滑数值计算方法与程序	271
14.1	含有表面粗糙度的膜厚方程	271
14.2	利用 Newton-Raphson 方法计算粗糙表面弹流润滑	271
14.2.1	正弦函数粗糙度	271
14.2.2	单个深粗糙度	277
14.3	线接触随机粗糙表面弹流润滑	282
14.3.1	程序说明	282
14.3.2	计算程序	282
14.3.3	算例	286
14.4	点接触随机粗糙表面弹流润滑	287
14.4.1	程序说明	287
14.4.2	计算程序	287
14.4.3	算例	292
14.5	随机粗糙度生成程序	292
第 15 章	微极流体弹流润滑数值计算方法与程序	294
15.1	微极流体弹流润滑 Reynolds 方程	294
15.1.1	基本方程	294
15.1.2	Reynolds 方程推导	295
15.2	线接触微极流体弹流润滑	297
15.2.1	程序说明	297
15.2.2	计算程序	298
15.2.3	算例	301
15.3	点接触微极流体弹流润滑	302
15.3.1	计算程序	302
15.3.2	算例	307
参考文献		308

Contents

Nomenclature	1
Chapter 1 Basic equations of elastohydrodynamic lubrication (EHL)	5
1.1 Basic equations of EHL	5
1.1.1 One-dimensional Reynolds equation of EHL	5
1.1.2 Two-dimensional Reynolds equation of EHL	6
1.1.3 Reynolds equation of EHL with two two-dimensional speeds	6
1.1.4 Time-dependent Reynolds equation of EHL	6
1.2 Film thickness equation with no elastic deformation	7
1.2.1 Film thickness equation in line contact	7
1.2.2 Film thickness equation in point contact	7
1.2.3 Film thickness equation in ellipse contact	8
1.3 Surface elastic deformation	8
1.3.1 One-dimensional elastic deformation	8
1.3.2 Two-dimensional elastic deformation	9
1.4 Viscosity and density equations varying with pressure and temperature	9
1.4.1 Viscosity equation	9
1.4.2 Density equation	10
1.5 Load balancing condition	11
1.5.1 Load balancing condition equation	11
1.5.2 Numerical calculation for load balancing	12
1.6 Finite difference method of Reynolds equation	15
1.6.1 Discrete form of partial differentials	15
1.6.2 Discrete form of Reynolds equation	16
1.6.3 Iteration of discrete equations	17
1.6.4 Convergence criteria of pressure iteration	17

Chapter 2 Numerical calculation method of elastic deformation	19
2.1 Numerical calculation method and program of deformation	
equation in line contact	19
2.1.1 Elastic deformation equation	19
2.1.2 Numerical calculation of elastic deformation	20
2.1.3 Calculation scheme	20
2.1.4 Example	22
2.2 Numerical calculation method and program of deformation	
equation in point contact	23
2.2.1 Elastic deformation equation	23
2.2.2 Numerical calculation of elastic deformation	24
2.2.3 Calculation scheme	25
2.2.4 Calculation program	26
2.2.5 Example	27
2.3 Numerical calculation method and program of deformation	
equation in elliptical contact	29
2.3.1 Geometry relationships	29
2.3.2 Contact stress and contact area	31
2.3.3 Calculation program	32
2.3.4 Example	39
2.4 Integration with multi-grid technique to solve elastic	
deformation	39
2.4.1 Multigrid integration principle	39
2.4.2 Calculation programs and examples	41
 Chapter 3 Numerical calculation method of energy equation	 54
3.1 Energy equation	54
3.1.1 One-dimensional energy equation and its boundary	
conditions	54
3.1.2 Two-dimensional energy equation and its boundary	
conditions	54
3.2 Numerical calculation method and program of thermal	
hydrodynamic lubrication	56
3.2.1 One-dimensional thermal hydrodynamic lubrication	56
3.2.2 Two-dimensional thermal hydrodynamic lubrication	58

Chapter 4 Numerical calculation method and program of isothermal EHL in line contact	64
4.1 Basic equations and their dimensionless forms	64
4.1.1 Basic equations	64
4.1.2 Dimensionless equations	65
4.1.3 Discrete equation	65
4.2 Numerical calculation method and program	66
4.2.1 Iteration methods	66
4.2.2 Program and example	66
Chapter 5 Numerical calculation method and program of EHL in line contact with Newton-Raphson method	75
5.1 Basic equations	75
5.2 Newton-Raphson iterative method	75
5.2.1 Expressions of matrix coefficients	75
5.2.2 Calculation of expression formula	76
5.3 Numerical calculation method and program	77
5.3.1 Treatment of coefficients in non-lubricated zone	77
5.3.2 Determination of $\bar{\rho}_e H_e$	77
5.3.3 Initial determination and correction of H_0	77
5.3.4 Calculation program	78
5.3.5 Example	83
Chapter 6 Numerical calculation method and program of isothermal EHL in point contact	84
6.1 Basic equations of isothermal EHL in point contact	84
6.1.1 Basic equations	84
6.1.2 Dimensionless equations	84
6.2 Numerical calculation method and program	85
6.2.1 Differential equations	85
6.2.2 Iteration method	86
6.2.3 Calculation scheme	86
6.2.4 Calculation program	88
6.2.5 Example	94

Chapter 7	Application of multigrid in calculation of isothermal EHL	95
7.1	Basic principles of multi-grid method	95
7.1.1	Grid structure	95
7.1.2	Discrete equation	95
7.1.3	Smooth, limitation and extension	96
7.2	Full approximation scheme of nonlinear problems	97
7.2.1	Down transmission of grid parameters	97
7.2.2	Parameter correction on lower mesh	97
7.2.3	Up transmission of grid parameters	98
7.2.4	V loop and W loop	98
7.3	Multigrid method for solving EHL problem	99
7.3.1	Iteration method and choice	99
7.3.2	Relaxation factor and grid conversion types	100
7.4	Program of multigrid method for solving EHL problem in line contact	101
7.4.1	Program specification	101
7.4.2	Calculation program	102
7.4.3	Example	112
7.5	Program of multigrid method for solving EHL problem in point contact	113
7.5.1	Program specification	113
7.5.2	Calculation program	114
7.5.3	Example	123
Chapter 8	Numerical calculation method and program of isothermal EHL in elliptical contact	124
8.1	Basic equations and their dimensionless forms	124
8.2	Numerical calculation method and program	125
8.2.1	Calculation scheme	125
8.2.2	Calculation program	125
8.2.3	Example	135
Chapter 9	Numerical calculation method and program of isothermal EHL in elliptical contact with two-dimensional velocities	136
9.1	Basic equations and their dimensionless forms	136

9.2	Velocity treatment	137
9.3	Numerical calculation method and program	137
9.3.1	Calculation scheme	137
9.3.2	Calculation program	137
9.3.3	Example	147
Chapter 10	Numerical calculation method and program of thermal EHL	148
10.1	Basic equations of thermal EHL	148
10.1.1	Thermal EHL in line contact	148
10.1.2	Thermal EHL in point contact	150
10.2	Treatment of viscosity and temperature in thickness direction	151
10.2.1	Velocity calculation	151
10.2.2	Continuity equation	153
10.2.3	Energy equation	154
10.2.4	Boundary conditions of temperature	155
10.2.5	Solution of linear equations	157
10.2.6	Scheme of temperature calculation	158
10.3	Numerical calculation method and program of thermal EHL in line contact	159
10.3.1	Calculation scheme	159
10.3.2	Calculation program	160
10.3.3	Example	172
10.4	Numerical calculation method and program of thermal EHL in point contact	173
10.4.1	Calculation scheme	173
10.4.2	Calculation program	174
10.4.3	Example	186
Chapter 11	Numerical calculation method and program of grease EHL	187
11.1	Basic equations of grease EHL	187
11.2	Numerical calculation and program of isothermal EHL	188
11.2.1	Line contact problem	188
11.2.2	Point contact problem	200
11.3	Numerical calculation and program of thermal EHL	211

11.3.1	Line contact problem	211
11.3.2	Point contact problem	231
Chapter 12 Numerical calculation method and program of EHL considering effect of electric double layer		
		248
12.1	Structure of electric double layer	248
12.2	Reynolds equation considering electric double layer	248
12.2.1	Modified Reynolds equation	248
12.2.2	Electric viscosity expression	251
12.3	Calculation program and example	252
12.3.1	Calculation program	252
12.3.2	Example	261
Chapter 13 Numerical calculation method and program of time-dependent EHL in line contact		
		262
13.1	Time-dependent EHL Reynolds equation	262
13.1.1	Reynolds equation and its dimensionless form	262
13.1.2	Discrete Reynolds equation	262
13.2	Numerical calculation method and program	262
13.2.1	Iteration method	262
13.2.2	Calculation scheme	263
13.2.3	Calculation program	263
13.3.4	Example	269
Chapter 14 Numerical calculation method and program of isothermal EHL on rough surface		
		271
14.1	Film thickness equation with surface roughness	271
14.2	Solving rough surface EHL by using Newton-Raphson method	271
14.2.1	Sine function roughness	271
14.2.2	Single deep roughness	277
14.3	Rough surface EHL in line contact	282
14.3.1	Program specification	282
14.3.2	Calculation program	282
14.3.3	Example	286