

五光十色的

尤 异 / 编著



数 学



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

五光十色的

尤 异 / 编著



数学



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

五光十色的数学 / 尤异编著. —大连: 大连理工大学出版社, 2010.1

ISBN 978-7-5611-5349-9

I. ①五… II. ①尤… III. ①数学-青少年读物
IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 006104 号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市软件园路 80 号 邮政编码: 116023

发行: 0411-84706041 传真: 0411-84707403 邮购: 0411-84706041

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连美跃彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸: 160mm×235mm

印张: 11.75

字数: 157 千字

2010 年 1 月第 1 版

2010 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑: 杨文杰

责任对校: 文 心

封面设计: 万点书艺

ISBN 978-7-5611-5349-9

定价: 20.00 元

致读者

这是一本中学生课外读物。说是课外读物，好像就是只有放学回家以后才能阅读的、与课业无关的“闲书”。这本书则不然，因为它的所有内容都与你在校学习的数学有关。

有人不喜欢数学，认为它艰涩难懂，以至于望而生畏。那就请你轻轻松松地读读这本书吧。说不定它会使你爱上数学。

有的人学习不得要领，事倍功半。那是你缺少学习方法。这本书可以让你在生动有趣的阅读中学到一些好的学习方法，就像拿到了打开知识宝库的钥匙：一句“芝麻开门”的咒语。

学习一般有两个目的：获取知识和获取良好的思想方法。知识是重要的，因为知识就是力量。而良好的思想方法却是杠杆，使很小的力量就能撬动地球。通过本书中的经典事例和追寻科学伟人的足迹，你可以接受到两千多年以来人类积淀的聪明与智慧，使你受益匪浅。这不仅有助于你解决数学学习中的难题，也有助于你增强创造力。

浏览本书就像加入一次愉快的旅行，一次数学王国之旅。那里不是你印象中或想象中的荒漠与冷峻，展现在你面前的是一个五光十色的、生动的世界，一个真正的数学世界。

至此你还能说本书是只能在放学以后阅读的与课业无关的闲书吗？它将是你的良师益友，是一本别开生面的或说是另类的、好玩的数学辅导读物。你完全可以想什么时候读就什么时候读，只要是不在老师上课的时候就行。

编者

2009年12月

目 录

01.清晨,当你悄悄开启数学的大门	1
02.一个难倒原始人的最简单问题	5
03.饭店老板的幽默	9
04.瞧这一家子	12
05. $\sqrt{2}$ 引起的恐慌	15
06.不仅仅是没有	18
07.神秘的 π	21
08.神通广大的无穷大	25
09.直觉有时喜欢恶作剧	28
10.兔子永远也追不上乌龟吗	33
11.称量圆球的体积	38
12.太阳神阿波罗的牛群	45
13.数学家的年龄	48
14.最严谨和最直观的证明	50
15.皇帝和总统数学家	54
16.高斯的墓碑	57
17.几何的老祖宗	61
18.有另外一种几何吗	63
19.空间是弯曲的	66
20.完美正方形和几何佯谬	69
21.分形与计算机画家	73
22.地图、四色问题与莫比乌斯怪圈	76
23.最具文学天赋的数学家	81

24.雷声大雨点稀的著名定理	85
25.使天文学家生命延长一倍的发明	88
26.笛卡尔的三梦与一只苍蝇	93
27.宁死不屈的女数学家	96
28.牛顿与微积分	99
29.微积分的跨国之争	103
30.数学史上的“贝多芬”	106
31.他留下一座金矿	110
32.两个倒霉的数学家	113
33.报国无门的数学家	117
34.上帝喜爱圆球吗	121
35.数学与基本国策	124
36.数学与股市预测	127
37.密码风云	131
38.战争中的数学	136
39.足球场上的数学	138
40.数学魔术	140
41.数学与文化	144
42.数学与医学	148
43.数学与彩虹	152
44.数学与人体美(一)	154
45.数学与人体美(二)	156
46.黄金分割与建筑美学	158
47.对称无处不在	161
48.柏拉图的“美”与数学	164
49.趣题几则	166
结束语	174

01.清晨,当你悄悄开启数学的大门

清晨当你刚刚从睡梦中走出,当你带着梦中的迷蒙揉着惺忪的双眼,悄悄地,悄悄地走近了数学王国的大门。你轻轻地推开它,慢慢地慢慢地探进头去:哇塞!你顿时被眼前的景象惊呆了:酷毙了,真是美丽极了!

蓝蓝的天空中挂着一弯彩虹,七色的光环熠熠生辉,仿佛在向人昭示着它的某种奥秘:它由数字组成。

无数圆球在你眼前飘荡,啊,那是我们的地球!那是我们的月球!那是我们的太阳!我们的……群星闪烁着,一直到遥远的苍穹。露珠在朝你眨眼,水珠在向你微笑。红红的苹果、金黄的橘子……啊,他们都在迎接自己的客人!天上地上怎么会有这么多的圆形?你在沉思。

一个带有穿透力的神秘声音在耳畔响起,那是两千五百年前来自古希腊的声音:“美是对称、美是比例、美是和谐!”啊,那是哲人亚里士多德的声音。

蒙娜丽莎款款地走来,她以自己身体的和谐和比例述说着黄金分割的魅力,背景是如此的迷人。啊,谜一样的0.618!

阳光如泻,撒在金子般的沙滩上,一只乌龟和一只兔子正在赛跑。小白兔并没偷懒,它跑得那么执著,可它却总也追不上乌龟。那边是一个小岛,一个酷似西西里的小岛,一位老人专心致志地清理着太阳神阿波罗的牛群,白的、黑的、花的、棕的,一头挨着一头。

一位长者从那边走来,他身着长袍,宽阔的额头显示着智慧。他赤脚在沙滩上走着,低着头喃喃自语:“该死的根号2!不是整数、不是分数,你到底是个什么东西啊?”他责怪着一个学生的发现打破了数的神圣。

看看他手中的直角三角形,你一定会认得出他——毕达哥拉斯。

阿基米德走来了，满头白发、银色的胡须，他大概是世界上第一个裸奔的男人，那是因为他发现了浮力定律，不过他今天穿着衣服。这是一位声称给他一个支点就能撬起地球的人。而现在，他手中的不是一根巨大的杠杆，而是一架天平——他要称量圆球的体积。不，确切地说是圆球的体积公式！

这是一位为数学献身的伟人，面对死亡还高喊：“不要动我的圆！”让我们向他致敬！

那不是笛卡尔吗？他仰卧在他那终生懒得起来的床上，悠闲地研究着一只在天花板上飞着的苍蝇：噢，如果天花板的边线是条数轴，那么它的运动轨迹是个什么函数呢？

啊，拿破仑，波拿巴·拿破仑！这位炮兵学校出身的酷爱几何和三角的皇帝、曾经横扫整个欧洲的统帅，正和人们讨论着他的“拿破仑三角形”。这位叱咤风云、威严无比的人，在他的数学挚友拉普拉斯和拉格朗日面前，竟是这般的谦恭。

高斯！对，是高斯！就是那位刚上学就会算级数的神童，也是后来的数学王子高斯。他逝去了，可是他的墓碑上为什么刻着一个正十七边形？

在宽敞明亮的实验室里，牛顿爵士正在称量刚从树上掉下来的苹果和地球间的万有引力。他把一只怀表当做鸡蛋轻轻地放进了沸腾的锅里。他计算苹果下落的速度，用到了一种叫做“流数”的东西，这是他的发明，而这恰恰就是后来被称做“微积分”的东西。而在不远处的德国，莱布尼兹也正在公布他的发明。

绿茵茵的草地上，三位几何泰斗席地而坐，正在激烈地争论着。罗巴切夫斯基和黎曼向欧几里得的第五公理发难。罗巴切夫斯基说：“过直线外一点可以做无数条直线与它平行。”黎曼说：“一条也做不成。你看原本平行的两条直线到太阳那儿就相交了。”欧几里得不以为然地摇了摇头：“我管

01.清晨,当你悄悄开启数学的大门

不了那么远,我只管我看得见的地方。不管怎么说,我的书在全世界印数最多,《圣经》第一我第二!”

还是黎曼打了圆场:“其实我们三个谁也没错。就像我们走路一样,总有高低不平。那高坡就是你——罗巴切夫斯基几何;低处就是我——黎曼几何;而平坦处就是你——欧几里得几何。我们只是曲率不同而已。”

爱因斯坦应声而来:“我可以证明,在遥远的星际,空间是弯曲的。”他刚刚参加了友人的聚会,手里还拿着提琴。

会堂里正上演着数学家们的盛会。莫比乌斯拿着纸板制成的怪圈侃侃而谈:“你们看,蚂蚁在这纸圈里面爬,它不用越过圈的外缘,也不用把纸穿个洞就可以一直爬到圈的外面。”是的,谁也没敢小看这个不起眼的怪圈,它是拓扑学的缘起!都说还有另外一个世界:物理学家说是一个和我们对称的反物质世界;数学家说那可能是个四维的世界。可是怎么才能到达那个世界呢?也许只有靠莫比乌斯曲面了,它是从这面走到那面去的最好的通道!

哪里都不只有鲜花,有时也有败草。在那边遥远一点的角落里正上演着一幕幕惨不忍睹的情景。年轻的数学天才躺在恋人的怀里默默地死去,他已承受不住更多的苦难。而他的她在轻轻地唱着,仿佛那古老的摇篮曲:“燕儿飞去了!燕儿飞去了!”那边则是“群”的奠基者伽罗华,他正在与人决斗。“呼”地一声枪响,这位年仅21岁的天才倒在了血泊之中,是谋杀还是情杀?

这是两颗过早出生又过早陨落的新星。他们的成果生前都没得到承认,是因为没人能够理解。可他们都留下了丰富的数学宝藏,以至于今天人们还在研究他们的思想。

更悲惨的一幕映入了眼帘:希腊女数学家希帕蒂娅被狂奔的马车拖着,一直拖到了教堂……

赶紧离开这里吧,但愿这一切今后不再会发生。

心,终于平静了。看,数学王国的导游来了,他有一个好听的名字:优异。这也是一个词语,在汉语词典里与优异相同。他像一位魔术师那样介绍自己的角色。他用手电筒的光柱在墙上截着,截出了一个圆、一个椭圆、一条抛物线还有双曲线……

他忽然发问:“你们知道古罗马的角斗场为什么是椭圆形的吗?猜中者赠免费门票一张。”

“现在正式开始数学王国之游。从哪里开始呢?当然是从头了!”

“嘘,小声点!别惊动了我们的祖先——原始人!”



02. 一个难倒原始人的最简单问题

数学最基础的东西是数。那么，什么是数呢？它是怎么起源的呢？

原始人最早了解的是一一对应关系。他们在地上挖一个小坑，打一只羊就放进一枚石子，打两只羊就放进两枚石子。这就是一一对应的关系。



慢慢地他们发现，两只羊和两头牛都可以用同样的石子表示，也就是说，在两只羊和两头牛之间存在着一个共同的东西，而这个东西与是牛是羊并没有关系。这是什么呢？就是后来说的2，被叫做数的东西。数是在具体事物中被发现，被抽象出来的一种概念。单独的数在数学之外毫无意义。譬如3，把它和具体事物结合起来就有了意义：3头牛、3只羊等。

现在该说说原始人的事情了。

清早出外打猎，作为头领的老祖母要“清点”人数，每走出洞口一个人她便在身边投下一枚石子。当打猎归来的时候，每进来一个人她便在那堆



石子中拿出一枚。当所有石子正好拿完的时候,说明所有出去的人都平安归来了。当然究竟有多少人她是说不清的。

一天,在出去的人中有两个丧生了。归来时领头的人急忙向老祖母报告,可他不知道怎么表达“2”这个数目,而此刻狩猎去的人又等不及了,正当领头人和老祖母纠缠不清的时候,人们涌进洞去,而老祖母又没顾得上拣石子。于是,对她来说究竟丧生了几个人就永远是个迷了。这个现在连小孩子都认为最简单的问题却难倒了原始人。

这个例子说明人类必须找到一个表述数的办法。

甲原始人想向乙原始人说有5个什么东西,该怎么表达呢?最简便的办法就是利用手指:伸出一个手指表示1个,伸出两个手指表示2个,伸出五个手指当然就表示5个了,这是用肢体来表达的方式。那么要用语言呢?其实也可以和肢体联系起来,在南美洲有个土著民族,他们使用的数词也与手有关:

末尾的弯了(指小指) 是1

又弯了一个(指无名指) 是2

中间那个也弯了(指中指) 是3

就剩一个没弯了(指折了4个手指) 是4

一只手的指头全弯了 是5

一双手的指头全弯了 是10

那么,15该怎么说呢?显然是,我的一双手的指头全弯了,还有一只手的指头也都弯了。

随着人类的进步和抽象能力的发展,人类对数的语言表述方式逐渐形成了今天的样子。不过用肢体表达数的方式到今天也没有什么太大的变化,仍是伸出一个手指代表1,伸出两个手指代表2……篮球裁判伸出5个指头,再把手翻一下,就代表10号队员犯规了。

02. 一个难倒原始人的最简单问题

把数目记录下来(刻在黏土板上或竹子、骨头上),就诞生了记录数的符号。下面是古埃及壁画中的象形文字,就是计数的符号:



a. 莲花,表示一千(1000)。古代尼罗河中莲花是很多的。



b. 尼罗河边的植物嫩芽,它们生机勃勃,可以表示一万(10000)。



c. 蝌蚪们成群地聚在一起,很多很多,用它来表示十万(100000)。

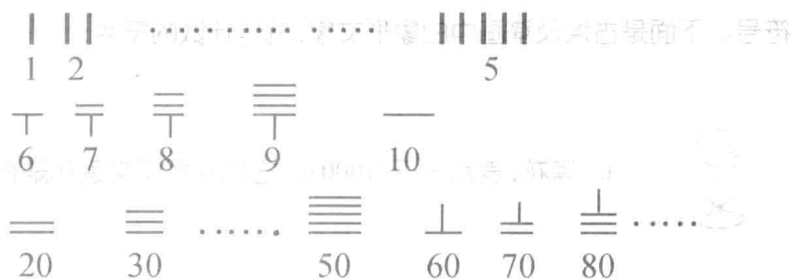


d. 这是一百万(1000000),它太多了,令人惊讶!就用一个惊讶的表情吧!



e. 一千万(10000000),这是只有神才用得着的数字,只好用神圣的太阳表示了。

中国上古时代是用筹(算筹)做计算工具的,所以至今还有“把××当做筹码”的说法。筹,应该就是一种用做计算的竹片或竹棍。下面是用算筹表示数字的方法:



现在通用的计数符号是阿拉伯数字。

阿拉伯数字的全名应该叫印度——阿拉伯数字，它实际上是由印度人发明，由阿拉伯人传到欧洲继而传向世界的。

课堂对对碰

数 算 筹 象 形 文 字

思考空间

老祖母怎样才能知道有多少人丧生了呢？

03. 饭店老板的幽默

一位饭店老板喜欢数学,又喜欢幽默。有一天,他贴出一张招聘广告,招聘服务员。广告是这样写的:

因事业发展需要,本店拟招聘服务员4名(不分男女),月薪20004元(五进制)。



“啊,月薪两万多!这么高啊!”人们纷纷前去应聘,可去了才知道实际工资是每月1254元。可老板并没有撒谎,这是怎么回事呢?问题就出在那则招聘广告末尾的“五进制”上。哈哈,就让我们从头说起吧。

远古时期,生产力低下,物资极度匮乏,计数不会很大,一天猎得一头牛,甚至两头牛就很不错了,很少用到三。“三”实际上就是个很大的数了。我们翻开《现代汉语词典》,在“三”字的注释上就有两条:一是,二加一后所得的数目;另一个则是,表示多数或多次。现在我们常说的成语三番五次、举一反三,事不过三等,都是形容多的意思。

随着生产力的发展,人类就需要计大的数目了,于是就产生了进位制。

世界上有形形色色的进位制:有二进位的、五进位的、七进位的、十进位的、十六进位的、二十进位的、六十进位的。这些进位制大多与我们的身体有关。譬如前面谈到的那位篮球裁判,他提示10号犯规,实际上采用的就是五进位制。

十进位制是现在数学中采用的计数方式。我们双手有十个指头,数到头就是一双手的手指数,再数就得从头再来,这就是十进位。众所周知,南美洲的印第安人曾经创造了令人瞩目的玛雅文化,而玛雅文化中使用的是二十进制。这与当地天气炎热,人多赤脚有关,他们的进位制应该来源于手脚并用。伊拉克人的祖先古巴比伦人则采用六十进制。时至今日,这种进位制也一直被全世界的计时系统所采用。我们不禁要想,为什么放着简便自然的十进制不用,偏要采用复杂的六十进制呢?也许可能的原因如下:

10只有2和5两个约数,而60有2、3、4、5、6、10、12、20、30等九个约数。生活中经常出现某数被2、3、4、5等分的情况(例如1小时要被分成2、3、4、5等份),10不能被3和4整除,60却能。因此,在有些情况下使用六十进制反而很方便。

现在要谈的是二进制。

二进制是十七世纪德国大数学家莱布尼茨发明的。它一出现就深受科技界的欢迎。随着电子计算机的广泛应用,二进制更是如鱼得水,大显身手。电子计算机是用电子文件的不同状态来表示不同的数码。如果用十进制就必须使文件表示出10种不同的状态,而二进制只有两个数码,用“通电”和“断电”这两个状态就可以表示出来,因此二进制很方便。

在二进制中,只有0和1两个符号,0仍代表“零”,1仍代表“一”。那么“二”怎么办呢?便得向左进一,就是“逢二进一”,这样就可以用0和1两个数

码表示出一切自然数。

自然数1、2、3、4、5、6、7、8、9、10, 在十进制中表示为1、2、3、4、5、6、7、8、9、10, 而在二进制中则相应表示为1、10、11、100、101、110、111、1000、1001、1010。

在近代, 数学家把进位制用级数表达出来, 例如

在十进制中, $2004 = 4 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^3$ 。

在五进制中, $2004 = 4 \times 5^0 + 0 \times 5^1 + 0 \times 5^2 + 2 \times 5^3$, 能折合成十进制的254。

在二进制中, $10 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1$, 能折合成十进制的2, $11 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1$, 能折合成十进制的3, $100 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$, 能折合成十进制的4, 依次类推。

饭店老板那五进制中的20004 $= 4 \times 5^0 + 0 \times 5^1 + 0 \times 5^2 + 0 \times 5^3 + 2 \times 5^4$, 折合成十进制中的1254。因为我们日常用的都是十进制, 因此, 服务员的实际工资是1254元。

课堂对对碰

进位制

思考空间

在六十进制中, 200004能折合成十进制的多少呢?