



毛纲源考研数学辅导系列

全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学

全真模拟试题及解析

毛纲源 编著

本书在手 考研无忧

考前冲刺	查漏补缺	检验复习效果
理清思路	轻松上阵	取得理想成绩



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

毛纲源考研数学辅导系列

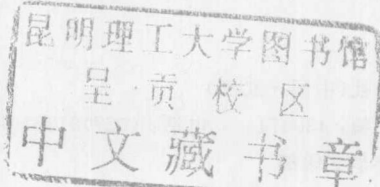
全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学三全真模拟试题及解析

(根据教育部最新考研大纲编写)

毛纲源 编著

考前冲刺 查漏补缺 检验复习效果
理清思路 轻松上阵 取得理想成绩



03002213270

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 提 要

根据教育部最新考研数学大纲的内容,作者分析了历年常考题型及近几年已考或未考的知识
点,精心组织,认真选编了十套全真模拟试卷(每套试卷都给出了详细的解析),其选题覆盖面广,
重难点突出.

本书可作为广大考生考前冲刺,查漏补缺,检验复习效果的不可多得的必备复习资料.相信使
用过本书的读者能够轻松上阵,取得理想的成绩.

图书在版编目(CIP)数据

考研数学三全真模拟试题及解析/毛纲源 编著. —武汉:华中科技大学出版社,2013.11

ISBN 978-7-5609-9504-5

I. ①考… II. ①毛… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 287043 号

考研数学三全真模拟试题及解析

毛纲源 编著

策划编辑:王汉江(QQ:14458270)

责任编辑:王汉江

封面设计:范翠璇

责任校对:邹 东

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:华中理工大学印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:13.5

字 数:277 千字

版 次:2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

定 价:28.00 元



华中出版

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

前 言

硕士研究生入学数学考试,考查的内容大都是数学基本概念、基本方法和基本原理,以此为基础,考查考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力。

本书选编的十套全真模拟试题,选题覆盖面广,题型新颖,重点题型突出.特别对综合性试题、应用性试题和证明题等有关重点内容的选择,难易适度,符合实际考试要求.每套试题都附有详尽的解析,特别是对选择题和填空题,全部给出了详细的解答.

本书对历年已考过的真题未进行收录(除个别特别典型的考研数学试题外),主要是为了帮助读者通过做模拟试题能真正检验自己的复习效果,起到查漏补缺的作用.

另外,本人编写的数学一、数学二和数学三的模拟试题基本上不重复,相关的模拟试题均可作为报考数学一、数学二和数学三的考生考前冲刺使用.

建议考生在使用本书时不要就题论题,而是要通过做题发现一些规律性的东西,使隐含在其中的方法技巧为己所有、为己所用,从而迅速提高自己的水平和应试能力,取得理想的考试成绩.

在使用本书时,如果感觉基础欠佳,可以参阅本人编写的《考研数学三常考题型解题方法技巧归纳(第二版)》.

希望这本书能对广大考生有所帮助,为考研成功助一臂之力.希望考试时某些试题会让你产生“似曾相识”甚至“一见如故”的感觉,带来意外的惊喜.

在本书编写过程中参考了众多的相关辅导资料,在此特向有关作者表示真诚谢意!

由于时间仓促和作者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请广大读者、同行的专家赐教!

编 者

2013 年 11 月于武汉理工大学

读者书评

毛纲源老师的考研数学系列辅导书自出版以来,深受读者青睐,受到读者的一致好评。现将各大网站(当当网、卓越网、京东商城、苏宁易购、淘宝网等,关键字搜索“毛纲源”)部分读者的反馈信息收集整理如下,以飨读者。

回愿帖! 毛老师的书——你值得拥有! 2013-04-18 18:18

去年用的毛纲源老师的考研系列辅导书,数学 148 分,如愿以偿考上清华。呵呵! 特赞一下! ~

最新考研数学一,很好的一本书! 2012-09-18 12:53

对考研的知识点总结得很全面,几乎囊括的所有的解题方法,而且对知识点的分类也很细致。绝对是一本强大的辅导资料,用过之后,你会发现对知识点会有一个清晰的认识,做题时思路也会很清晰。

题型全,试题经典! 2012-09-13 23:24

对基本概念、基本理论进行剖析,同时配合经典例题介绍了许多新的、快捷的解题方法和技巧。适合第二轮复习。

相信毛老师的书! 2012-04-17 17:59

如果你选择了此书,请就以此书为主,不要再买其他资料,最多再加历年真题、若干模拟题,那么 135 分以上不是梦!

很细致,很到位,值得购买! 2012-04-05 18:12:35

囊括了大部分考研题型……内容很经典,很实用! 强烈推荐! 相当不错!

确实物有所值 2011-04-05 18:12:35

准备考研啦! 以前的知识点遗忘的差不多了,很是郁闷,师兄推荐了华科大出版社出版的毛纲源编写的考研书,书中归纳的解题方法与技巧是其他参考书里没有的。很赞! 对我帮助很大!

题目讲解很细,分难度解析 2010-11-23 16:40:19

很喜欢这本书,题目讲解得很细,归纳得很好,分层次地解答,总结得通俗易懂,基础中有提高,让你很开心地就掌握了方法。内容真的不错!

是老师介绍我们买的 2010-03-11 16:54:29

数学老师说毛纲源的考研系列书很好,买了之后看了,觉得书中的案例太经典了,值得推荐!

书很好,很好,值得一看! 2010-12-15 20:28:51

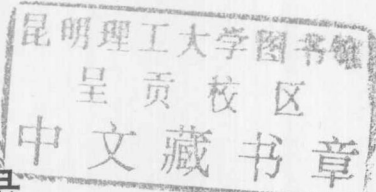
我们数学老师给我们推荐买的,这本书的体系很好,是按照题型来编排的,而且题很好,推荐这本书。

解题方法新颖,独到! 2010-05-28 18:20

本书紧扣考研数学大纲,按题型展开。使用后,解题思路更加清晰了,解题效率也提高得很快。

书很好,值得推荐! 2010-10-20 11:50:30

注重归纳总结,力求一题多解,解答规范、详细。思路清晰,很适合我用来考前突击。



目 录

数学三全真模拟试题(试卷一)	(1)
数学三全真模拟试题(试卷二)	(8)
数学三全真模拟试题(试卷三)	(15)
数学三全真模拟试题(试卷四)	(21)
数学三全真模拟试题(试卷五)	(27)
数学三全真模拟试题(试卷六)	(35)
数学三全真模拟试题(试卷七)	(43)
数学三全真模拟试题(试卷八)	(50)
数学三全真模拟试题(试卷九)	(57)
数学三全真模拟试题(试卷十)	(64)
数学三全真模拟试题(试卷一)及解析	(71)
数学三全真模拟试题(试卷二)及解析	(85)
数学三全真模拟试题(试卷三)及解析	(99)
数学三全真模拟试题(试卷四)及解析	(113)
数学三全真模拟试题(试卷五)及解析	(126)
数学三全真模拟试题(试卷六)及解析	(140)
数学三全真模拟试题(试卷七)及解析	(154)
数学三全真模拟试题(试卷八)及解析	(167)
数学三全真模拟试题(试卷九)及解析	(182)
数学三全真模拟试题(试卷十)及解析	(196)

数学三全真模拟试题(试卷一)

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{x^2} - 1)^{\sin x} = (\quad)$.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内可微,且

$$f(a) = f(b) = 0, \quad f'(a) < 0, \quad f'(b) < 0,$$

则方程 $f'(x) = 0$ 在 (a, b) 内().

- (A) 没有实根 (B) 有且仅有一个实根
(C) 有且仅有两个不等实根 (D) 至少有两个不等实根

3. 设 $f(x)$ 有二阶连续导数,且 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的拐点,则

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) + f(x_0 - h) - 2f(x_0)}{h^2} = (\quad)$$

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 不存在

4. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2, R > 0\}$, 常数 $\lambda \neq 0$, 则积分

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R (e^{\lambda r \cos \theta} - e^{-\lambda r \sin \theta}) r dr$$

的值().

- (A) 为正 (B) 为负
(C) 为零 (D) $\lambda > 0$ 时为正, $\lambda < 0$ 时为负

5. $\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix} = (\quad)$.

- (A) 1998 (B) 11999 (C) 2000 (D) 2001

6. 设 A 是三阶矩阵, P 是三阶可逆矩阵, 已知

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}, \text{ 且 } A\alpha_1 = \alpha_1, A\alpha_2 = \alpha_2, A\alpha_3 = 0,$$

则 P 是().

- (A) $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_3]$ (B) $[\alpha_2, \alpha_3, \alpha_1]$
(C) $[2\alpha_1 + 3\alpha_2, -8\alpha_2, 4\alpha_3]$ (D) $[\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1]$

7. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.7, P(A-B) = 0.3$, 则 $P(\bar{A} + \bar{B}) = ()$.

- (A) 0.4 (B) 0.5 (C) 0.6 (D) 0.7

8. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ (σ^2 已知), $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本, S^2 为样本方差, 则().

- (A) $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$
(B) $\left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$
(C) $\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$
(D) $\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2\right] + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

二、填空题(9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin^2 \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-3)(x-2)^3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 微分方程 $y'' + y' = x^2$ 的特解形式为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

12. 已知 $u = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$, 计算

(1) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 设 n 阶矩阵 A 的各行元素之和均为零, 且 A 的秩为 $n-1$, 则线性方程组 $AX=0$ 的通解为_____.

14. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x(x+2)/8, & 0 < x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

对 X 独立观测 3 次, 则 3 次结果都不超过 1 的概率为_____.

三、解答题(15~23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ ($a > 0$) 上连续, 在 (a, b) 内可微, 且 $f'(x) \neq 0$. 证明存在 $\xi, \eta, \zeta \in (a, b)$, 使得 $\frac{f'(\zeta)}{f'(\xi)} = \frac{\xi}{\eta}$.

16. (本题满分 10 分) 设函数 $y=y(x)$ 由方程组 $\begin{cases} x=3t^2+2t+3 \\ e^y \sin t - y + 1 = 0 \end{cases}$ 所确定, 试求

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=0}.$$

17. (本题满分 10 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且满足

$$f(0)=1, \quad f'(x)=f(x)+ax-a.$$

求 $f(x)$, 并求 a 的值使曲线 $y=f(x)$ 与 $x=0, y=0, x=1$ 所围平面图形绕 x 轴旋转一周所得的体积最小.

18. (本题满分 10 分) 求解差分方程 $3y_{x+1}-9y_x=x \cdot 3^{x+1}$.

19. (本题满分 10 分) 计算二重积分 $I = \int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^x \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{4-x^2-y^2}} dy$.

20. (本题满分 11 分) 用配方法化二次型

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 2xy + 6yz + 2zx$$

为标准形, 并求所用的可逆线性变换.

21. (本题满分 11 分) 已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a, & \text{①} \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, & \text{②} \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b, & \text{③} \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2. & \text{④} \end{cases}$$

问: (1) a, b 为何值时, 方程组有解?

(2) 有解时, 求出方程组导出组的一个基础解系;

(3) 有解时, 求出方程组导出组的全部解.

22. (本题满分 11 分) 某种产品的寿命 T (单位: 年) 服从指数分布:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}t}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

(1) 求产品的平均寿命;

(2) 产品每件售价 1 万元. 厂家规定: 若产品在一年内损坏, 厂家赔偿顾客 0.8 万元, 若寿命超过一年, 但不到平均寿命, 厂家赔偿顾客 0.5 万元; 若达到或超过平均寿命, 厂家就不赔偿. 问其出一件产品, 厂家的期望收入是多少?

23. (本题满分 11 分) 设 $(X, Y) \sim f(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq y < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

(1) 求联合分布函数 $F(x, y)$;

(2) 求 $P\left\{Y \leq \frac{1}{8} \mid X = \frac{1}{4}\right\}$.

数学三全真模拟试题(试卷二)

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{x^2} - (ax^2 + bx + c)$ 是比 x^2 高阶的无穷小,其中 a, b, c 为常数,则 ().

(A) $a=c=1, b=0$

(B) $a=1, b=2, c=0$

(C) $a=c=2, b=0$

(D) $a=b=1, c=0$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} (x+1)\arctan \frac{1}{x^2-1}, & x \neq \pm 1, \\ 0, & x = \pm 1, \end{cases}$ 则 ().

(A) $f(x)$ 在点 $x=1$ 处连续,在点 $x=-1$ 处间断

(B) $f(x)$ 在点 $x=1$ 处间断,在点 $x=-1$ 处连续

(C) $f(x)$ 在点 $x=1, x=-1$ 处都连续

(D) $f(x)$ 在点 $x=1, x=-1$ 处都间断

3. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \ln(1+x^3) \sin \frac{1}{x}, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ \frac{1}{x} \int_0^x \sin t^2 dt, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处 ().

(A) 极限不存在

(B) 极限存在,但不连续

(C) 连续,但不可导

(D) 可导

4. 设函数 $f(x, y)$ 连续,且

$$f(x, y) = xy \iint_{|x|+|y| \leq 1} f(x, y) dx dy + 15x^2y^2,$$

则 $f(x, y) = ()$.

(A) $\frac{1}{3}xy + 15x^2y^2$

(B) $7xy + 15$

(C) $15x^2y^2$

(D) $xy + 15x^2y^2$

5. 设 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$, 对 A 以行和列分块, 记为

$$A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4] = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]^T,$$

其中 $\begin{vmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{32} & a_{34} \end{vmatrix} \neq 0$ ①, $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$ ②, 有下述结论:

(1) $r(A) = 2$; (2) α_2, α_4 线性无关;

(3) $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性相关; (4) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关.

上述结论正确的是().

- (A) (1), (3) (B) (2), (3) (C) (1), (4) (D) (2), (4)

6. 已知 A 为三阶矩阵, $\alpha_1 = [1, 2, 3]^T$, $\alpha_2 = [0, 2, 1]^T$, $\alpha_3 = [0, t, 1]^T$ 为非齐次线性方程组 $AX = [0, 0, 1]^T$ 的三个解向量, 则().

(A) 当 $t = 2$ 时, $r(A) = 1$

(B) 当 $t = 2$ 时, $r(A) = 2$

(C) 当 $t \neq 2$ 时, $r(A) = 1$

(D) 当 $t \neq 2$ 时, $r(A) = 2$

7. 连续抛掷一枚硬币, 第 k ($k \leq n$) 次正面向上在第 n 次抛掷时出现的概率为().

(A) $C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(B) $C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(C) $C_{n-1}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(D) $C_{n-1}^{k-1} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

8. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1, \\ 1/8, & x = -1, \\ ax + b, & -1 < x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

又已知 $P(X=1) = 1/4$, 则().

(A) $a = 5/16$, $b = 7/16$

(B) $a = 7/16$, $b = 9/16$

(C) $a = 1/2$, $b = 1/2$

(D) $a = 3/8$, $b = 3/8$

二、填空题(9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. 若函数 $y = [f(x^2)]^{\frac{1}{2}}$, 其中 f 为可微的正值函数, 则 $dy =$ _____.

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{\frac{k}{n}}}{n + ne^{2k/n}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. $\int_0^{+\infty} dx \int_x^{2x} e^{-y^2} dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 差分方程 $y_{x+1} - \frac{1}{2}y_x = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

13. 设随机 X 和 Y 的联合概率分布为

X \ Y 概率	Y		
	-1	0	1
0	0.10	0.20	0.10
1	0.08	0.30	0.22

则 X 和 Y 的协方差 $\text{cov}(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$) 的简单随机样本, $\bar{X}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i$ ($1 \leq k \leq n$), 则 $\text{cov}(\bar{X}_k, \bar{X}_{k+1}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题(15~23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分) 求 $\int_0^2 x |x - \lambda| dx$ (λ 不为常数).

16. (本题满分 10 分) 已知 $f(x), g(x)$ 连续可导, 且

$$f'(x) = g(x), \quad g'(x) = f(x) + \varphi(x),$$

其中 $\varphi(x)$ 为某已知连续函数, $g(x)$ 满足微分方程

$$g'(x) - xg(x) = \cos x + \varphi(x),$$

求不定积分 $\int x f''(x) dx$.

17. (本题满分 10 分) 设 $0 < a < \pi/2$, 证明存在一点 $\xi \in (a, \pi/2)$, 使得

$$\begin{vmatrix} 2\xi & \cos\xi & e^{-\xi^2} \\ \frac{\pi}{4} & 1 & \int_0^{\pi/2} e^{-t^2} dt \\ a^2 & \sin a & \int_0^a e^{-t^2} dt \end{vmatrix} = 0.$$