

大夏书系·教学艺术

中学数学名师 教学艺术

(第二版)

任勇：用「学习方法」开启学生智慧

夏炎：融德育与数学文化于课堂

童嘉森：为学生学习数学搭桥

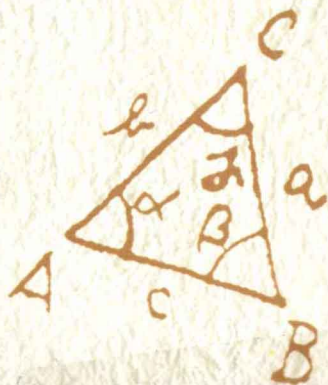
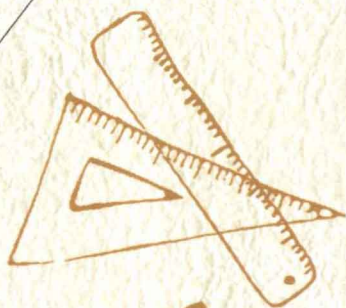
丁益祥：构建民主开放的数学课堂

赵公明：为学生搭建「成功阶梯」

刘爱学：数学要「品」、「做」、「悟」

吕维智：数学即高级游戏

雷玲
主编



上海市
华东师范大学出版社

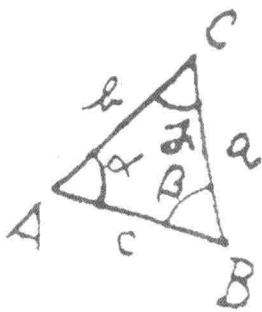
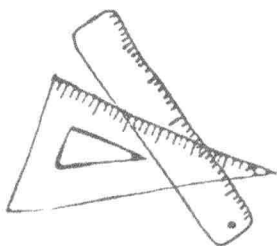


大夏书系·教学艺术

中学数学名师 教学艺术

(第二版)

雷玲 主编



上海市
著名商标

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

中学数学名师教学艺术/雷玲主编. —2版. —上海:华东师范大学出版社, 2012. 9

ISBN 978-7-5617-9977-2

I. ①中... II. ①雷... III. ①中学数学课—课堂教学—教学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 236486 号

大夏书系·教学艺术

中学数学名师教学艺术(第二版)

主 编 雷 玲

策划编辑 李永梅

审读编辑 杨 霞

封面设计 戚开刚

出版发行 华东师范大学出版社

社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062

网 址 www.ecnupress.com.cn

电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105

客服电话 021-62865537

邮购电话 021-62869887 地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口

网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com/>

印 刷 者 北京密兴印刷有限公司

开 本 700×1000 16 开

印 张 14.5

字 数 240 千字

版 次 2014 年 2 月第二版

印 次 2014 年 2 月第一次

印 数 6 100

书 号 ISBN 978-7-5617-9977-2/G·5938

定 价 32.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

1. 任勇：用“学习方法”开启学生智慧	1—35
画外音	
他不满足于当一个教书匠	2
课堂教学艺术	
之一：借题发挥	4
之二：探索，从最基本的问题开始	12
之三：“变”的魅力	15
经典课例	
“四等分圆面积”教学反思	18
观 点	
我的课堂教学理念	26

解 读	
任勇的育人观、课程观、教学观和学习观	29
讲 述	
在用数学中体悟数学	32
链 接	
“四化”学数学	34
2. 夏炎：融德育与数学文化于课堂	37—61
画外音	
最好的满足就是给别人以满足	38
课堂教学艺术	
之一：以史为镜识数学	39
之二：以史为仓道数学	40
之三：以史为鉴学数学	41
之四：以史为源讲数学	42
经典课例	
关注人文精神，体验科学发现	
——谈“数学归纳法”的教学设计	45
解 读	
与问题同行	49
讲 述	
做托起明天太阳的人	55

3. 童嘉森：为学生学习数学搭桥 63 - 96

画外音

这样的教师是一座“桥” 64

课堂教学艺术

之一：教会学生找到解题的钥匙 65

之二：联旧引新，讲新带旧 72

之三：教会学生简便解题 73

经典课例

两点间距离公式

——数学阅读教学反思 77

观 点

培养数学阅读能力，教师要有几招 83

解 读

从自我发展谈青年教师的成长 86

4. 丁益祥：构建民主开放的数学课堂 97 - 142

画外音

要做好教师，先做好人 98

课堂教学艺术

之一：鼓励提问，民主开放，培养创造能力 99

之二：联想类比，以旧引新，培养探索能力 100

之三：归纳猜想，科学证明，培养发现能力 102

之四：自主探索，合作交流，培养学习能力	104
经典课例	
曲线的参数方程（第一节）	106
观 点	
中学数学课堂教学中十大关系的处理	115
解 读	
落实课程标准 把握教学尺度	123
讲 述	
满腔热血育桃李 不懈追求谋发展	132
5. 赵公明：为学生搭建“成功阶梯”	143 - 172
画外音	
行走在神奇的教育世界	144
课堂教学艺术	
之一：“备”学生的妙招	145
之二：“开心辞典”式的课堂	149
之三：从“错题集”、“学习障碍本”到“成功阶梯”	153
经典课例	
“线段的垂直平分线”教案	157
观 点	
赵公明教育教学观点	162

解 读	
解读赵公明	169
6. 刘爱学：数学要“品”、“做”、“悟”	173 - 196
画外音	
数学的欣赏者、研究者、思想者	174
课堂教学艺术	
之一：让枯燥的数学走进生活	175
之二：启发学生树立“动”“静”数学观	179
之三：教学生“做”数学	182
经典课例	
“数学作文”教学反思	187
观 点	
高考数学复习要把握“五要五不要”	192
解 读	
构建“品·做·悟”数学教学理念	194
7. 吕维智：数学即高级游戏	197 - 221
画外音	
数学育人 乐在其中	198
课堂教学艺术	
之一：引导学生开展研究性学习	200

之二：指导学生记“合作学习循环日记”	207
之三：面批作业，拔高评价	212
经典课例	
“平移”教学反思	216
解 读	
吕维智：修炼数学精神	219

1. 任勇：用“学习方法”开启学生智慧



档案 中学数学特级教师。他既是官员，又是学者。先后荣获福建省优秀青年教师、福建省优秀专家、厦门市拔尖人才等称号。已编写和参与编写《任勇与数学学习指导》等 82 部学术专著。享受国务院特殊津贴。荣获“苏步青数学教育奖”一等奖，并入选“国培计划”首批专家。现任福建省厦门市教育局副局长，兼任中国学习科学研究会副会长、福建省特级教师协会副会长。

画外音

他不满足于当一个教书匠

1986年1月，任勇参加了福建省优秀青年教师评选，获优质课一等奖。那一年，他的教学录像在全省中学数学教师中流传开来。

近年来，任勇已成为中学数学领域卓有建树的专家。他的《中学数学学习法》、《任勇中学数学教学艺术与研究》等专著在教育界颇具影响。

任勇能取得超乎寻常的成就，是因为他有远大的志向。他在一份材料中这样写道：“高尔基认为，‘一个人追求的目标越高，他的才能就发展得越快，对社会就越有益’。试想，一个教师若只满足于当一个教书匠而没有远大志向，是绝对不可能成为杰出的教育家的。虽然我们不一定都能成为教育家，但我们应当朝着这个方向迈进。”

任勇认为，按教师的行为划分，优秀教师有以教师个人的精力、体力、身心的超常付出为基本特征的牺牲型；有以自己的专业实力和优异效果，通过对教育行为的描述与解释形成较大影响的专业型；有以对学生的思想教育和对成绩中下的学生的转化为主要成就的情感型。大多数优秀教师的行为是全面而综合的，同时又往往有个人的特色。有所作为的教师，特别是青年教师，首先应“三管齐下”——要有牺牲精神，要有专业功底，要有情感投入。联系自己，任勇说：“没有牺牲精神，我早就打‘退堂鼓’了；没有专业功底，别说搞学习科学研究，恐怕连书都教不好；没有感情投入，教师的教又如何能与学生的学达到某种动态的平衡，如何能教学互动、主动参与呢？”

对于一名教师来说，“三管齐下”的要求已经很高了。但更可贵的是，任勇还具有与时俱进的精神，能根据时代的发展对自己提出更高的要求。他说：“我曾给自己定过一个目标——‘做全面发展的研究型的人民教师’。随着时代的发展，我感到目标还可以再提高一些，故将之改为‘做高素质的新世纪育才者’。21世纪的教育将注视着这一代人民教师，当教师就要当一流的高素质教师，这是时代对我们的要求。”

近年来，任勇与其他教师一起，根据所在学校的学情，构建了多种模式相融合的学习指导实验，即初一、高一的课题式学习指导，初二、高二的交流式学习指导，初三、高三的专题式学习指导，学科教学的渗透式学习指导，课题组的讨论式、咨询式学习指导，还有选修课、活动课、微型课的学习指导和家庭教育中的学习指导等。三年实验下来，他取得了一系列成果，其中《普通中学学习指导的理论与实践》一文在全国学术会议上交流，并获一等奖。

（陈成龙）

课堂教学艺术

之一：借题发挥

——“不等式 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ 证明”的巧妙设计

“问题才是数学的心脏。”学习数学，一大关键是学会解题。解题教学是数学教师的基本功，解题是数学教学中的“微观艺术”，而任何艺术的精彩和感人之处，也许就在这“微观”之中。

例题教学是帮助学生掌握概念、定理及其他数学知识的手段，也是使学生掌握数学思想、方法，形成技能、技巧，并培养学生数学能力的重要手段。

如何充分发掘、利用课本中例题的价值，是数学教育工作者正在积极探索的一个热点问题。

奥加涅相说得好：“很多习题潜在着进一步扩展其数学功能、发展功能和教育功能的可能性……从解本题到向独立地提出类似的问题和解答这些问题，这个过程显然在扩大解题的武器库，学生利用类比和概括的能力在形成，辩证思维、思维的独立性以及创造性的素质也在发展。”

数学教育家波利亚也认为：“一个有责任心的教师与其穷于应付烦琐的数学内容和过量的题目，还不如适当选择某些有意义但又不太复杂的题目去帮助学生发掘题目的各个方面，在指导学生解题的过程中，提高他们的才智与推理能力。”

基于上述理念，笔者以一道课本上的例题为例，借题发挥，探索一题多解、一题多变、一题多用的价值，以期促使学生学会多层次、广视角、全方位地认识、研究问题，培养学生的创新意识和创新能力。

游戏引入：

师：上课前，我们猜一条谜语，谜底是“考试不作弊”，猜一数学名词。

生：真分数。

师：（笑）非常正确，那么，用“考试作弊”猜一数学名词呢？

生：（异口同声）假分数。

师：很好，现在请大家任意写下一个真分数。

师：分子、分母分别加上一个正数，新的分数与原分数的大小关系怎样？

生：一个真分数的分子和分母分别加上一个正数后其值增大。

引出问题：

已知 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$ ，且 $a < b$ ，求证： $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ 。

一题多解的教学价值

一道数学题，因思考的角度不同可得到多种不同的解题思路。寻求多种解法，有助于拓宽解题思路，发展观察、想象、探察、探索、思维能力。

证法 1（分析法）：略。

证法 2（综合法）：能用分析法证明的题目，一般也能用综合法证明，要求学生“口证”。

证法 3（求差比较法）：

因为 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$ ，且 $a < b$

$$\text{所以 } \frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} = \frac{m(b-a)}{b(b+m)} > 0$$

$$\text{所以 } \frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$$

证法 4（求商比较法）：

$$\frac{\frac{a+m}{b+m}}{\frac{a}{b}} = \frac{ab+bm}{ab+am}$$

因为 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$ ，且 $a < b$

所以 $bm > am$ ， $ab+bm > ab+am$ ，且 $\frac{a}{b} > 0$

$$\text{所以 } \frac{\frac{a+m}{b+m}}{\frac{a}{b}} > 1$$

$$\text{所以 } \frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$$

证法 5 (反证法):

$$\text{假设 } \frac{a+m}{b+m} \leq \frac{a}{b}$$

因为 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$

所以 $(a+m)b \leq a(b+m)$, 即 $bm \leq am$

所以 $b \leq a$, 这与题设 $a < b$ 产生矛盾

所以假设不成立, 故 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$

证法 6 (放缩法):

因为 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$, 且 $a < b$

$$\text{所以 } \frac{a}{b} = \frac{a(b+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+am}{b(b+m)} < \frac{ab+bm}{b(b+m)} = \frac{a+m}{b+m}$$

证法 7 (构造函数法):

$$\text{构造函数 } f(x) = \frac{x+a}{x+b} \quad (0 < a < b)$$

因为 $f(x) = 1 - \frac{b-a}{x+b}$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数

$$\text{所以 } f(m) > f(0), \text{ 即 } \frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$$

注: 利用函数单调性证明不等式具有优越性, 高中实验教材已把微积分列入必修内容, 用导数研究函数的单调性很方便, 故对此法应高度重视。

证法 8 (增量法):

因为 $a < b$, 可设 $b = a + \delta$ ($\delta > 0$)

$$\text{所以 } \frac{a}{b} = \frac{a}{a+\delta} = \frac{1}{1+\frac{\delta}{a}} < \frac{1}{1+\frac{\delta}{a+m}} = \frac{a+m}{a+m+\delta} = \frac{a+m}{b+m}$$

证法 9 (定比分点法):

$$\text{由 } \frac{a+m}{b+m} = \frac{\frac{a}{b} + \frac{m}{b} \cdot 1}{1 + \frac{m}{b}}$$

可知 $\frac{a+m}{b+m}$ 分 $\frac{a}{b}$ 与 1 为定比 $\lambda = \frac{m}{b} > 0$

所以 $\frac{a+m}{b+m}$ 在 $\frac{a}{b}$ 与 1 之间 (内分点)

所以 $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m} < 1$

证法 10 (斜率法 1):

在直角坐标系中, $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a - (-m)}{b - (-m)}$ 表示经过 $A(b, a)$ 和 $B(-m, -m)$ 两点所在直线的斜率, 设其倾斜率为 α , 而 $\frac{a}{b} = \frac{a-0}{b-0}$ 表示点 $A(b, a)$ 和原点 $O(0, 0)$ 所在直线的斜率, 设其倾斜角为 β , 如图 1.

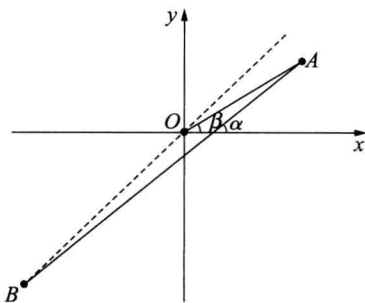


图 1

由 $a < b$ 可知 A, B, O 三点不共线, 且 A 点在直线 OB 的下方, 所以 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{4}$, 故 $\tan \beta < \tan \alpha$, 即 $\frac{a-0}{b-0} < \frac{a-(-m)}{b-(-m)}$, 因此, $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$.

证法 11 (斜率法 2):

在直角坐标系中, 设 $A(b, a), B(m, m)$, 则 AB 的中点 $C(\frac{b+m}{2}, \frac{a+m}{2})$, 如图 2.

由于 OA, OB, OC 三线的斜率满足 $k_{OA} < k_{OC} < k_{OB}$, 故得 $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m} < 1$.

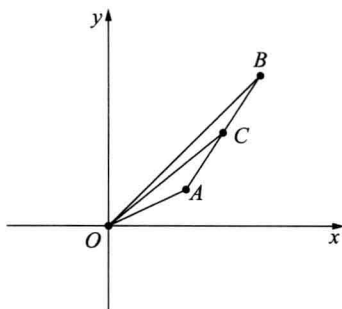


图 2

证法 12 (三角法):

如图 3, 在直角三角形 ABC 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = a, AB = b$, 延长 BA 至 E, BC 至 D , 使 $CD = AE = m$.

设 CA, DE 交于 F , 则有 $\tan \angle DEB = \frac{a+m}{b+m}, \tan \angle CAB = \frac{a}{b}$.

因为 $\angle CAB < \angle DEB$, 所以 $\tan \angle CAB < \tan \angle DEB$, 故 $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$ 。

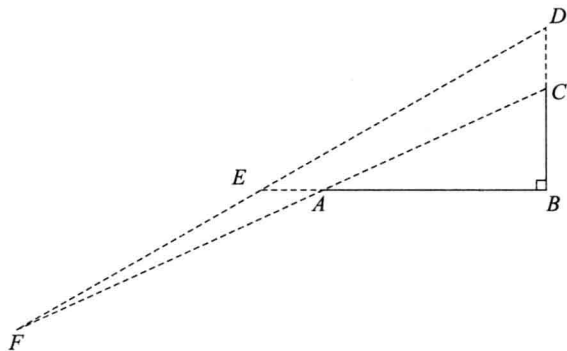


图 3

“解需有法，解无定法。大法必依，小法必活。”前六种证法是大法，必须牢牢掌握；后六种证法是小法，要会灵活应用。尤其是后六种证法，让我们在意料之外和令人震惊之中，又一次体验到了数学的神奇、数学的美。

一题多变的数学价值

一道例题，如果静止、孤立地去解答它，充其量不过解决了一个问题。数学解题教学应突出探索活动，探索活动不能只停留在对原习题解法的探索，而应适当、有机地对原习题进行深层的探索，挖掘出更深刻的结论，这就是数学教学中的变式艺术。变式，是一种探索问题的方法，也是一种值得提倡的学习方法。变式，可以激发学生学习数学的兴趣，也可以有效地提高学生的数学水平。

变式 1: 若 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$, 且 $a > b$, 则 $\frac{a+m}{b+m} < \frac{a}{b}$ 。

变式 2: 若 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$, 且 $a < b$, 则 $\frac{b+m}{a+m} < \frac{b}{a}$ 。

变式 3: 若 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$, 且 $a < b$, $a > m$, 则 $\frac{a-m}{b-m} < \frac{a}{b}$ 。

变式 4: 若 $a, b, m, n \in \mathbf{R}^+$, $a < b$, $n < m$, 则 $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a+m}{b+m}$ 。

变式 5: 若 $a, b, m, n \in \mathbf{R}^+$, $a > b$, $n < m$, 则 $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a+m}{b+m}$ 。