

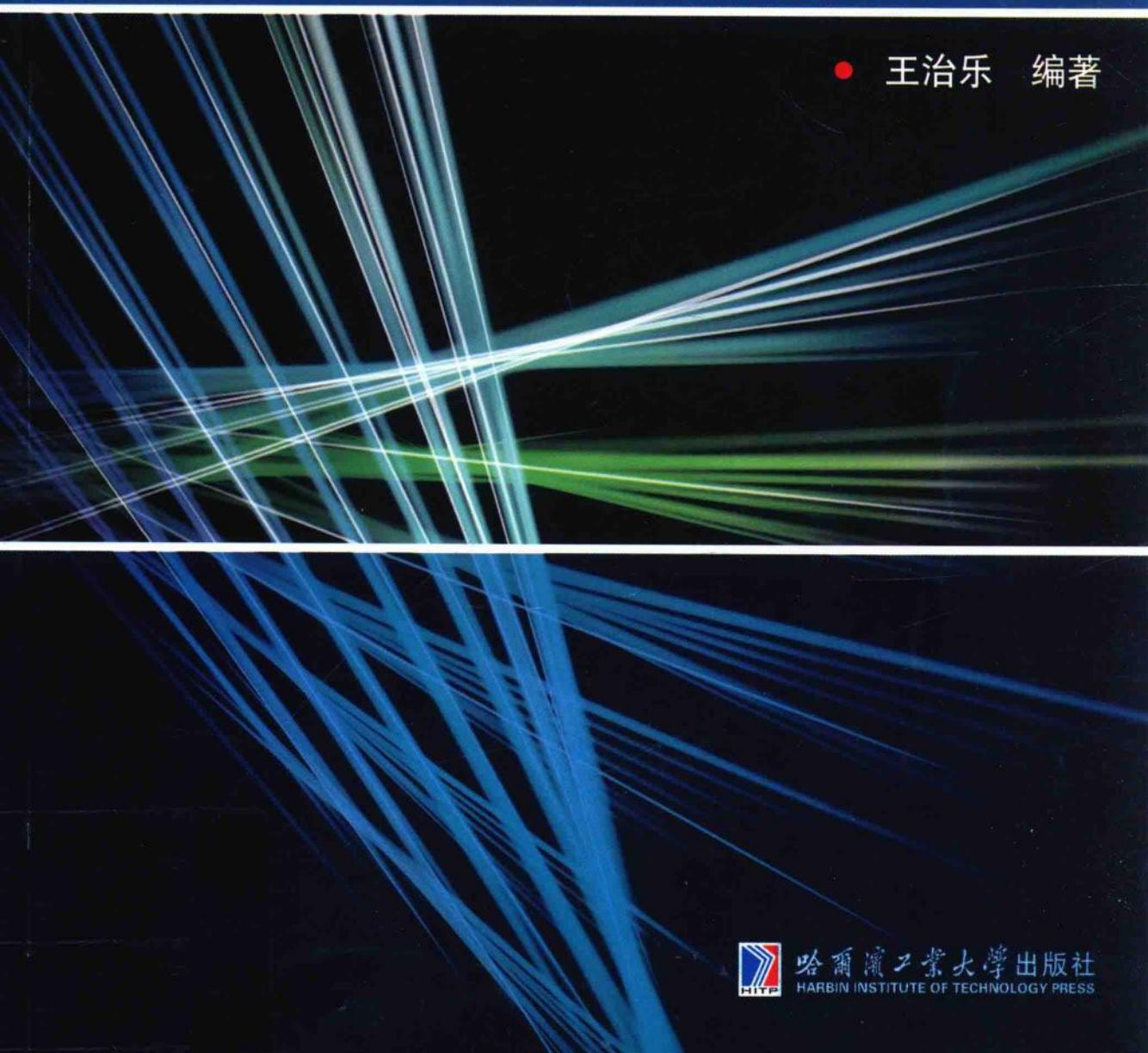


“十二五”国家重点图书·航空航天精品系列

THIN-FILM OPTICS & VACUUM COATING TECHNOLOGY  
BAO MO GUANG XUE YU ZHEN KONG DU MO JI SHU

# 薄膜光学与真空镀膜技术

● 王治乐 编著



哈爾濱工業大學出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

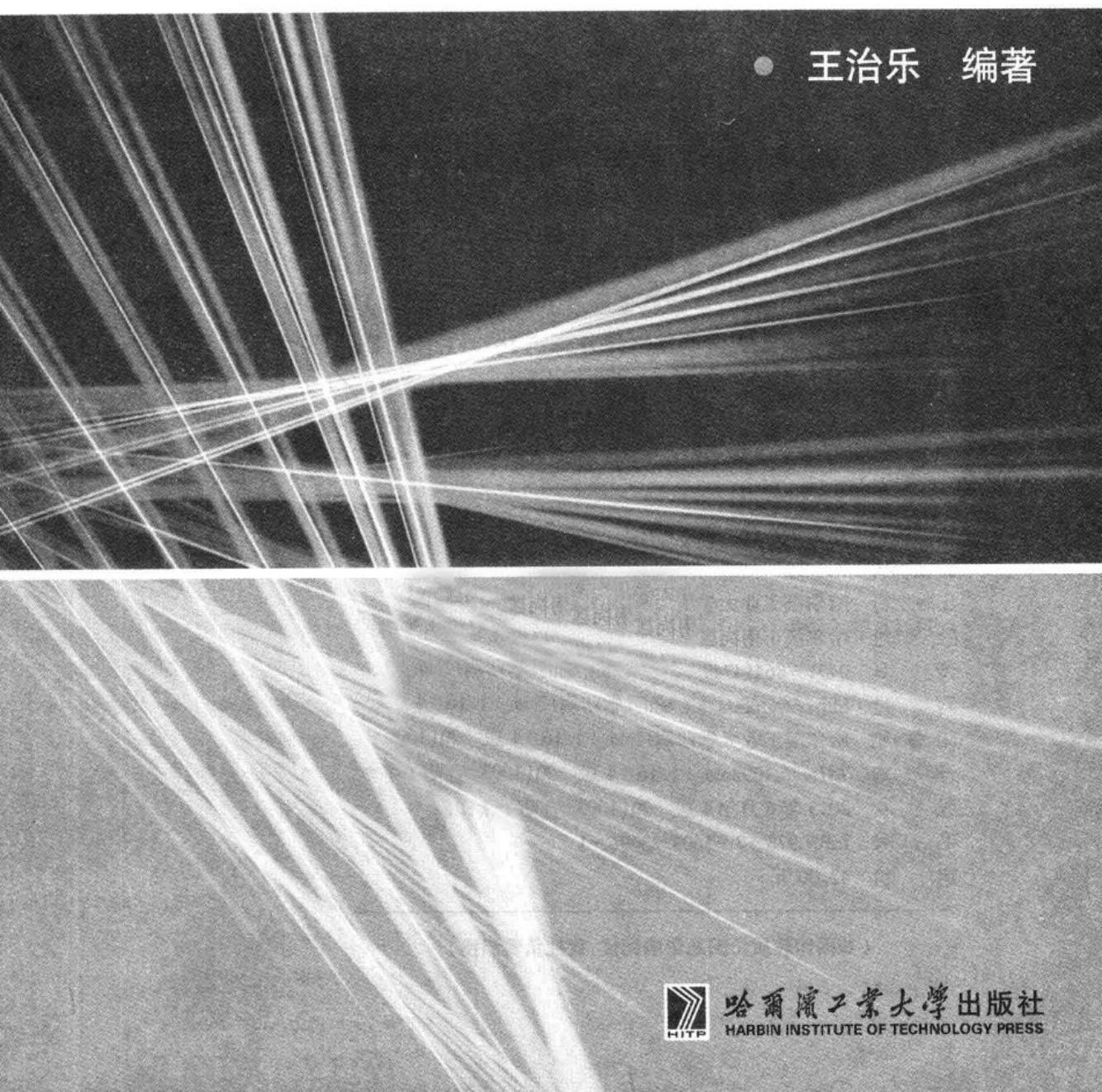


“十二五”国家重点图书·航空航天精品系列

THIN-FILM OPTICS & VACUUM COATING TECHNOLOGY  
BAO MO GUANG XUE YU ZHEN KONG DU MO JI SHU

# 薄膜光学与真空镀膜技术

• 王治乐 编著



哈爾濱工業大學出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书比较全面地介绍了光学薄膜的理论基础与真空制备工艺,内容包括光学薄膜的波动理论基础、膜系特性计算与设计方法、常用膜系(减反射膜系、反射膜系、截止滤光片与带通滤光片)的性能特点、薄膜在真空状态下的物理气相沉积技术、物理气相沉积薄膜的结构与特点、光学薄膜的性能测试方法等。本书用简明的语言对光学薄膜技术设计的主要环节进行了论述,并给出了相关的国内、国际技术标准,可作为电子科学与技术、光电测试、光学工程等专业的本科教材,也可作为光电系统工程技术人员的技术参考材料。

## 图书在版编目(CIP)数据

薄膜光学与真空镀膜技术/王治乐编著. —哈尔滨:  
哈尔滨工业大学出版社, 2013. 6

“十二五”国家重点图书·航空航天精品系列

ISBN 978 - 7 - 5603 - 3696 - 1

I . ①薄… II . ①王… III . ①薄膜光学②真空技术-  
镀膜 IV . ①0484. 4②TN305. 8

—中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 167413 号

策划编辑 赵文斌 杜 燕

责任编辑 范业婷

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 17.25 字数 394 千字

版 次 2013 年 6 月第 1 版 2013 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 3696 - 1

定 价 42.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 前　　言

随着各种新型光电设备的发展与已有系统的性能提升,光学薄膜的重要性也得到了加强。光学薄膜的设计与制备不仅涉及光学、材料学、电子学、机械学、自动控制等多个学科,更涉及膜系设计与优化技术、真空沉积技术、膜厚检测技术、薄膜性能测试技术等内容。编写本书的目的是用有限的篇幅比较全面地向读者介绍光学薄膜从理论设计到制备的知识体系,并通过 MACLOED 软件给出了大量实际膜系的光谱曲线来说明相关理论结果,尽量避免繁琐的理论推导。

本书比较全面地介绍了光学薄膜的理论基础与真空制备工艺,具体内容包括光学薄膜的波动理论基础、膜系特性计算与设计方法、常用膜系(减反射膜系、反射膜系、截止滤光片与带通滤光片)的性能特点、薄膜在真空状态下的物理气相沉积技术、物理气相沉积薄膜的结构与特点、光学薄膜的性能测试方法等。本书用简明的语言对光学薄膜技术设计的主要环节进行了论述,并给出了相关的国内、国际技术标准,可作为电子科学与技术、光电测试、光学工程等专业的本科教材,也可作为光电系统工程技术人员的技术参考材料。

本书的第 2 章和第 3 章由张树青博士参与编写,第 10 章由任智斌博士参与编写,第 9 章由侯晴宇博士参与编写,第 11 章和附录由张旺博士参与编写,其他章节的编写与全书校勘由王治乐博士完成。王付刚、赵明、石栋梁、刘尚阔、宋宇、钱育龙等研究生参与了画图与文字整理工作,在此表示感谢。

由于作者水平有限,错误和疏漏之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

编　　者

2012 年 12 月

# 目 录

## 上 篇

|                         |    |
|-------------------------|----|
| <b>第1章 绪 论</b>          | 1  |
| 1.1 薄膜光学概述              | 1  |
| 1.2 电磁理论基础              | 6  |
| <b>第2章 光学薄膜特性计算</b>     | 13 |
| 2.1 递推法                 | 13 |
| 2.2 矢量法                 | 15 |
| 2.3 矩阵法                 | 17 |
| 2.4 非均匀介质膜特性计算          | 20 |
| <b>第3章 光学薄膜的普遍定理</b>    | 22 |
| 3.1 透射定理                | 22 |
| 3.2 普遍等效定理              | 23 |
| 3.3 对称膜等效定理             | 24 |
| 3.4 周期性多层膜理论            | 26 |
| 3.5 诱导透射定理              | 28 |
| <b>第4章 膜系设计方法</b>       | 30 |
| 4.1 图解法                 | 30 |
| 4.2 解析法                 | 36 |
| 4.3 自动设计法               | 39 |
| 4.4 其他设计法               | 42 |
| <b>第5章 常用膜系分析与设计</b>    | 44 |
| 5.1 减反射膜(增透膜)           | 44 |
| 5.2 反射膜                 | 54 |
| 5.3 分光膜                 | 65 |
| 5.4 截止滤光片               | 73 |
| 5.5 带通滤光片               | 81 |
| 5.6 光波斜入射对膜系的影响         | 89 |
| 5.7 光学薄膜设计范例            | 92 |
| <b>第6章 光学薄膜应用举例</b>     | 94 |
| 6.1 光学薄膜在导引头半实物仿真系统中的应用 | 94 |
| 6.2 光学薄膜在眼镜行业中的应用       | 96 |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 6.3 截止滤光片的应用 .....                | 100        |
| 6.4 带通滤光片的应用 .....                | 103        |
| <b>下 篇</b>                        |            |
| <b>概 述 .....</b>                  | <b>107</b> |
| <b>第 7 章 真空镀膜设备 .....</b>         | <b>108</b> |
| 7.1 真空基础知识 .....                  | 108        |
| 7.2 真空的获得 .....                   | 110        |
| 7.3 真空的测量与检漏 .....                | 120        |
| <b>第 8 章 真空薄膜沉积技术 .....</b>       | <b>124</b> |
| 8.1 热蒸发镀膜技术 .....                 | 124        |
| 8.2 溅射镀膜技术 .....                  | 128        |
| 8.3 离子镀膜技术 .....                  | 135        |
| 8.4 膜厚的监控 .....                   | 139        |
| 8.5 获得均匀膜层的方法 .....               | 147        |
| <b>第 9 章 物理气相沉积薄膜的结构与特性 .....</b> | <b>150</b> |
| 9.1 薄膜形成与微观结构 .....               | 150        |
| 9.2 薄膜特性 .....                    | 154        |
| 9.3 镀膜工艺对薄膜性能的影响 .....            | 164        |
| <b>第 10 章 光学薄膜的性能测试 .....</b>     | <b>174</b> |
| 10.1 光学常数的测试 .....                | 174        |
| 10.2 光学性能的测试 .....                | 177        |
| 10.3 机械性能的测试 .....                | 184        |
| 10.4 其他性能的测试 .....                | 187        |
| <b>第 11 章 常用光学薄膜材料 .....</b>      | <b>192</b> |
| 11.1 金属薄膜 .....                   | 192        |
| 11.2 介质薄膜 .....                   | 193        |
| 11.3 特殊材料 .....                   | 196        |
| <b>附录 .....</b>                   | <b>202</b> |
| 附录 1 光学零件镀膜 分类、符号及标注 .....        | 202        |
| 附录 2 光学薄膜元件环境适应性试验方法 .....        | 206        |
| 附录 3 光学和光学仪器 光学薄膜 .....           | 218        |
| 附录 4 ISO 9211-1:2010 .....        | 225        |
| 附录 5 ISO 9211-2:2010 .....        | 234        |
| 附录 6 ISO 9211-3:2008(E) .....     | 247        |
| 附录 7 ISO 9211-4:2006(E) .....     | 255        |
| <b>术语索引 .....</b>                 | <b>265</b> |
| <b>参考文献 .....</b>                 | <b>267</b> |

# 上 篇

## 第1章 绪 论

### 1.1 薄膜光学概述

#### 1.1.1 概念与功能

光学薄膜是指在光学元件或独立的基片上镀一层或多层介质膜、金属膜或介质金属膜,用来改变光波的传输特性。光学薄膜大多通过干涉作用来改变光波的传输特性,如简单的肥皂膜、金属表面氧化膜、水面上油层显现的颜色,均可视为单层膜的干涉。当膜层中的干涉现象可以被观察时,通常认为膜层是薄的,否则认为是厚膜。干涉现象的观测不仅和膜层厚度有关,还与光源的相干性、探测器种类有关。通常,膜层厚度不超过几个波长时,可以认为是薄的。与膜层相比,基片的厚度在毫米或厘米量级,因此可以认为基片是厚的。

光在薄膜内干涉效果随波长变化而改变,光经过光学薄膜后,不同波长光的透射、反射、偏振及相位会发生不同变化,这些变化使得光学薄膜至少具有以下功能:

- (1) 反射率的增加或透过率的降低;
- (2) 反射率的降低或透过率的增加;
- (3) 分光作用:中性分光、双色分光、偏振分光;
- (4) 光谱带通、带止及长波通或短波通滤光作用;
- (5) 热辐射与发射率的控制、光通量改变;
- (6) 相位的改变;
- (7) 光波的引导、光开关与集成光路;
- (8) 色光与色温的改变;
- (9) 光信息的存储;
- (10) 色光显示与反射、防伪作用等。

光学薄膜的分类有多种方法,主要分类方法有:

- (1) 根据光谱响应的不同,可分为增透膜、反射膜、带通滤光片、截止滤光片、分光膜;
- (2) 根据膜厚可分为薄膜(干涉膜)和厚膜(非干涉膜);
- (3) 根据膜料分为全介质膜、金属膜、介质金属膜;
- (4) 根据层数分为单层膜、双层膜、和多层膜(三层膜及以上)。

薄膜光学是研究光在分层介质中传播规律的一门科学,它主要研究光在分层介质中传播时的透射特性、反射特性、吸收特性以及光的偏振状态和相位变化现象。薄膜光学促进了科学仪器的革命,光学零件的薄膜技术除大量应用于光学仪器,如照相机、显微镜、望远镜外,还广泛应用于激光技术、能源研究、空间技术、电子工程、医疗技术、彩色光电印刷机、大规模集成电路制板等领域,可以说没有薄膜光学就没有现代光电仪器。薄膜光学与导波光学相结合,形成了一门新的学科——集成光学。

薄膜光学发展至今,已经形成了一套比较完整、实用的理论,包括薄膜的特性计算、优化设计等具体内容。

### 1.1.2 发展史简介

薄膜光学理论发展初期阶段也是人们对光的波动性认识的历程,从17世纪“牛顿环”的发现到1801年托马斯·杨发表干涉实验结果,以及菲涅耳对此进一步的发扬光大,物理光学和薄膜光学才有了理论基础,目前用多光束干涉处理平行平面薄膜已成为物理教材的基本内容之一。

1873年麦克斯韦的《论电与磁》出版,将光的电磁理论与波动理论相结合,以此为基础导出了两媒质界面上入射光与反射光、透射光之间的振幅、能量和相位关系,从此分析薄膜光学问题的全部理论基本建立。然而,19世纪的物理学却没有发展多层膜的概念,也没建立相应的分析方法,其原因是当时的光学系统比较简单,没有这种实际需要,当然,当时也不具备制备多层膜的工艺与设备。即使单层膜的应用也历尽艰辛,虽然早在1817年夫琅禾费(Fraunhofer)用酸蚀法制成了世界上第一批单层减反射膜,1866年,瑞利在报告中称失去光泽玻璃的反光比新鲜玻璃的反光弱,但这并没有引起人们的重视。1899年法布里与泊洛制成了第一个薄膜光学元件——法布里-泊洛(Fabry-Perot)标准具,但它仍是由两块镀单层银膜的平板构成,而不是一个真正的多层膜器件。

因此,直到19世纪末,薄膜光学虽然具备了基础理论,但人们并没有找到实际解决制造各种薄膜的工艺方法和膜系设计分析手段,可以说20世纪以前是薄膜光学的早期发展阶段。

1930年油扩散泵的出现,使得工业制造各种薄膜成为可能,接着在实验室制造出了单层反射膜、增透膜、分光膜和金属法布里-泊洛干涉滤光片。

在上述实际工作的推动下,从20世纪40年代开始,薄膜光学理论进入全面发展时期,各种薄膜光学理论和膜系计算方法被相继提出。1956年,瓦施切克发表了第一本薄膜光学专著《薄膜光学》(Optics of Thin Films),到了60年代,激光、空间技术和光谱技术的飞速发展,以及电子计算机的推广应用,推动了薄膜光学的飞速发展。1969年,英国学者麦

克劳德(Macleod)用干涉矩阵解释和计算光学薄膜,出版了专著《薄膜光学滤光器》(Thin-film Optical Filters)。1976年,尼特尔(Knittle)发表了专著《薄膜光学》(Optics of Thin Films),全面讨论了薄膜光学的一些理论问题。

薄膜光学本身的发展主要是解决光学薄膜的理论与计算问题,然后解决各类光学薄膜的设计问题。膜系设计与光学系统设计不同,这是因为光学设计的基础是几何光学,而膜系设计的基础是物理光学,确切说是光的干涉原理。最早的膜系设计方法是试凑法、图解法,但这只能解决一些简单膜系的设计问题,随着优化技术和电子计算机的广泛应用,除了发展基于薄膜光学理论的解析设计方法外,杨和西利(Seely)根据电路网络设计理论的研究成果,在膜系设计理论中引入网络设计理论。到20世纪70年代,膜系设计的更大发展是计算机辅助的各种设计方法,特别是膜系自动设计。1981年,利德尔(Liddel)出版了膜系设计专著《多层膜中的计算机设计辅助技术》(Computes-aided techniques for the design of multilayer filters)。

目前,在Zemax、CodeV等先进的光学设计软件中已经包含膜系设计模块,并且出现了像Macleod这样的专业膜系设计软件。

### 1.1.3 薄膜干涉的特点

目前薄膜光学研究与应用的波段范围为:可见光、红外光和紫外光,波长范围大约为0.2~30 μm。基于波动光学理论的薄膜干涉具有如下特点:

#### (1) 时间相干性

根据物理光学的知识,两束光产生稳定干涉现象的必要条件是:频率相同,振动方向相同,相位差恒定;补充条件是光程差小于相干长度。光源的相干长度为

$$l = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = c\tau \quad (1.1)$$

式中,τ为单个原子发光持续时间,也称相干时间;Δλ为光源波段宽度;λ为波长。

由式(1.1)可得

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\tau} \quad (1.2)$$

由式(1.1)~(1.2)可知,光源时间相干性可以用相干光程、单色性、相干长度、相干时间或谱线宽度表示,它们是等效的。

对于白光光源,取Δλ=10 nm,λ=500 nm,则相干长度l=0.025 mm,由于一般光学零件的几何厚度在毫米量级,远远超过白光的相干光程,因此光学零件的上下表面不会产生干涉现象。但光学元件上的薄膜,厚度在亚微米量级,小于白光相干光程,因此,薄膜的上下界面将产生光的干涉现象。

注意,对于氦氖激光器(He-Ne Laser),其Δλ=10<sup>-6</sup> nm,λ=632.8 nm,相干长度l=40 km,因此一切光学元件都可按薄膜干涉现象解释。

一般情况下,薄膜会产生干涉现象,而光学元件不会产生干涉现象(除了激光等好的相干光源外),因此,计算薄膜的光学性质用振幅矢量和,计算光学元件(厚膜)的光学性质用强度的数量和。

## (2) 空间相干性

在干涉仪中,条纹越清晰越好,干涉条纹的清晰程度由对比度表征,干涉条纹对比度为

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1.3)$$

式中, $I_{\max}$  为干涉条纹光强分布极大值; $I_{\min}$  为干涉条纹光强分布极小值。

当  $K = 0$  时,条纹对比度最差;当  $K = 1$  时,条纹对比度最好。

对光学薄膜而言,一般情况下它对条纹对比度的要求与干涉仪完全相反。光学薄膜是为了改善光学零件界面的光学特性,如增透膜,它的作用是增加光学零件界面上的光能透过率,减小光学零件界面上的反射率,而不希望增透膜本身参与成像。如对无限远的一个光点,希望它的像还是一个点,而不是明暗相间的条纹,因此要求薄膜因干涉产生的条纹对比度为零。

一般而言,薄膜的透射率  $T$  或反射率  $R$ ,不是空间位置坐标( $x, y$ )的函数,而只是波长  $\lambda$  的函数(透射率  $T$  与波长  $\lambda$  的关系如图 1.1 所示),也就是说我们不希望薄膜的干涉效应改变光能的空间位置分布状况,即薄膜不根据空间位置坐标进行光能的重新分配,只对各波长的光能进行重新分配。

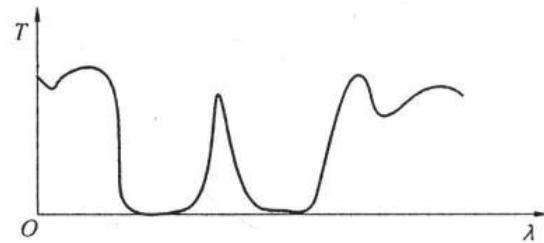


图 1.1 薄膜透射率曲线

### 1.1.4 光学薄膜的基本假定与表示

#### 1. 基本假定

为了研究方便,对光学薄膜作如下基本假定:

(1) 薄膜在光学上是各向同性介质,电介质的特性可用折射率  $n$  表征,并且  $n$  是一个实数;对于金属和半导体,其特性可用复折射率表征  $N = n - jk$ ,虚部  $k$  称为消光系数。

(2) 两个相邻介质可用一个数学界面分开,数学界面两侧相邻介质的折射率  $n$  发生不连续跃变。

(3) 折射率  $n$  在空间坐标上是连续的;为了达到设计目的,折射率可随膜层的厚度而变化,并将此类薄膜称为非均匀膜或变折射率膜。

(4) 膜层用两个无限大平行平面分开,膜层厚度在波长数量级。

薄膜的理论研究只限于这些基本假定,但真实镀制的光学薄膜并非如此。真实的光学薄膜与我们采用的分层介质简单模型所产生的差别虽然在大多数情况下可以被忽略,但它所造成的扰动使理论应用受到实际的限制,在更精确的理论中,必须考虑真实薄膜的下列因素:

- ① 蒸发薄膜的多晶结构可能造成光的散射或吸收;
- ② 基体表面粗糙度和膜层界面粗糙度对光造成的散射或吸收;
- ③ 由于薄膜结构与内应力造成的薄膜的各向异性;
- ④ 薄膜的结构和光学常数与薄膜的实际厚度有关;
- ⑤ 折射率  $n$  与厚度  $d$  随时间  $t$  的变化特性;

- ⑥ 二相邻材料之间的扩散引起的内过渡层；
- ⑦ 成膜后表面吸附、氧化引起的外过渡层；
- ⑧ 由于制备条件引起的膜层的非均匀性；
- ⑨ 介质光学常数的色散；
- ⑩ 不同膜层的生成机理等。

## 2. 薄膜的表示

### (1) 膜层与膜系

膜系是指具有一定光学功能的多层薄膜，有时也称膜堆。膜层是指膜系中的任何一层膜，膜层与膜系的关系如图 1.2 所示。

一般而言，薄膜是在空气中（或真空中）使用，习惯上用  $n_0$  表示空气折射率，并从空气侧开始标注各膜层的折射率  $n_1, n_2, \dots, n_k, k$  为膜系的总层数，基片的折射率记为  $n_g$ ， $k$  层膜存在  $k+1$  个界面，顺序记为  $1 \sim k+1$ 。

### (2) 膜层厚度

膜层的厚度主要有以下三种表示方法：

① 几何厚度：指膜层的实际厚度，也称物理厚度，一般用  $d$  表示，膜层的几何厚度一般为几百纳米。

② 光学厚度：指膜层等效为光波在真空中的厚度，也就是膜层对应的光程，数值上等于几何厚度与膜层折射率的乘积，记为  $nd$ ，不加说明时，膜厚指光学厚度。

③ 相位厚度：指膜层对光波相位的调制厚度，它与入射光波波长、膜层光学厚度以及光波的入射角  $\theta$  有关，相位厚度的表达式为  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} nd \cos \theta$ 。

### (3) 膜系与膜层的表示

常见的膜系主要分为周期膜系和非周期膜系。对于周期膜系，若膜层  $n_1 > n_2$ ，我们一般用  $H$  表示  $n_1$  层， $L$  表示  $n_2$  层， $A$  表示空气，它一般为人射介质， $G$  表示基片，一般为玻璃，在膜厚相同时， $nd = \lambda/4$  称为一个单位厚度，周期数记为  $S$ ，则膜系表示为

$$A(HL)^S G$$

当  $S = 2$  时，膜系的具体结构为  $AHLH LG$ 。

完整的周期膜系表示如下：

$$A(HL)^S G$$

$$n_A = ? \quad n_H = ? \quad n_L = ? \quad n_g = ? \quad S = ? \quad \theta_0 = ? \quad \lambda_0 = ?$$

对于非周期膜系，其膜层厚度也不一定为单位厚度，或单位厚度的整数倍，此时用  $k_1, k_2, k_3, \dots$  表示膜层的厚度系数，完整非周期膜系表示如下：

$$Ak_1 M_1 k_2 M_2 k_3 M_3 \dots G$$

$$\begin{aligned} n_A = ? & \quad \theta_0 = ? \quad \lambda_0 = ? \quad n_g = ? \\ k_1 = ? & \quad k_2 = ? \quad k_3 = ? \quad \dots \end{aligned}$$

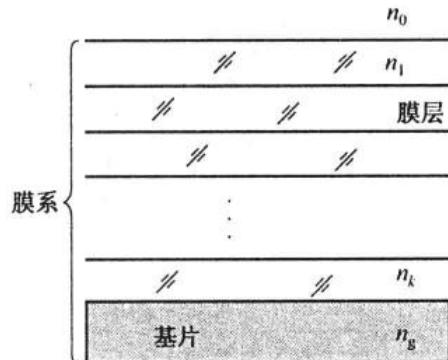


图 1.2 膜层与膜系的关系

$$n_{M_1} = ? \quad n_{M_2} = ? \quad n_{M_3} = ? \quad \dots$$

#### (4) 膜系的性能表示

根据膜系功能的不同,膜系的性能通常用反射光谱曲线和透射光谱曲线表示,典型高反射膜系的反射光谱曲线和透射光谱曲线如图 1.3 所示,当忽略膜层的吸收时,由于  $R(\lambda) + T(\lambda) = 1$ ,反射光谱曲线和透射光谱曲线是互补关系。

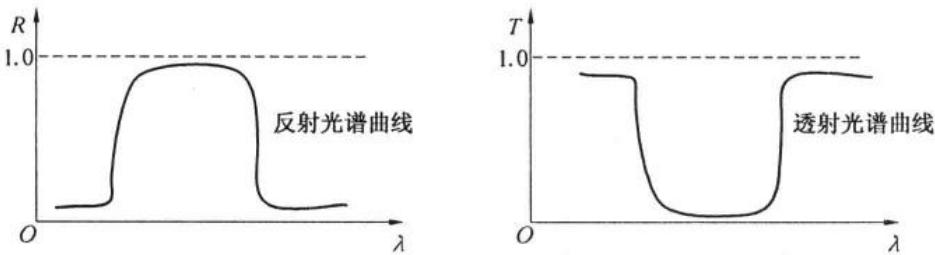


图 1.3 膜系反射光谱曲线和透射光谱曲线

## 1.2 电磁理论基础

光学薄膜通过光波的干涉作用来实现对光波的调制,因此,研究光波在分层介质中的行为离不开波动光学。下面分别介绍麦克斯韦方程、边界条件及菲涅耳公式。

### 1.2.1 麦克斯韦方程组

光是电磁波,在物理光学中,已经知道交变电磁场可由下列四个方程描述

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q \quad (1.4)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (1.5)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.6)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.7)$$

以上式中  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{H}$  分别表示电感强度(电位移矢量)、电场强度、磁感强度和磁场强度;  $Q$  表示积分闭合曲面内包含的总电量;  $I$  表示积分闭合回路包围的传导电流;  $d\mathbf{l}$  和  $d\mathbf{s}$  表示任一闭合回路与闭合曲面上的积分。以上 4 个公式通常称为积分形式的麦克斯韦方程组,主要用来描述某一有限空间范围内的电磁场。

利用微积分中的高斯定理和斯托克斯定理可以得到微分形式的麦克斯韦方程组

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.11)$$

式中,  $\nabla$  称为哈密顿算子,  $\nabla = x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} + z \frac{\partial}{\partial z}$ ;  $j$  为传导电流密度。

微分形式的麦克斯韦方程组主要用来描述空间某一点附近的电磁场。以上各式中的符号所对应的物理名称及其 SI 单位见表 1.1。

表 1.1 麦克斯韦方程中物理量及其单位

| 符号         | 物理名称   | SI 单位                                    |
|------------|--------|--|
| $E$        | 电场强度   | $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ (伏 / 米)   |
| $D$        | 电位移矢量  | $\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$ (库 / 平方米) |
| $B$        | 磁感强度   | T(特斯拉)                                   |
| $H$        | 磁场强度   | $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ (安 / 米)   |
| $I$        | 传导电流   | A(安)                                     |
| $j$        | 传导电流密度 | $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ (安 / 平方米) |
| $\rho$     | 电荷密度   | $\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$ (库 / 立方米) |
| $\sigma$   | 电导率    | $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ (西门子 / 米) |
| $\mu$      | 磁导率    | $\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ (亨利 / 米)  |
| $\epsilon$ | 介电常数   | $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ (法拉 / 米)  |

在麦克斯韦方程组中,  $E$  和  $B$  是电磁场的基本物理量, 它们代表介质中总的宏观电磁场, 而  $D$  和  $H$  只是引进的两个辅助场量。 $E$  和  $D$ ,  $B$  和  $H$  的关系与电磁场所在物质的性质有关, 在各向同性介质中, 它们具有简单的关系

$$D = \epsilon E \quad (1.12)$$

$$B = \mu H \quad (1.13)$$

式中,  $\epsilon$  和  $\mu$  为标量, 称为介电常数和磁导率, 在真空中  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ , 在介质中  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_r \mu_0$ ,  $\epsilon_r$  和  $\mu_r$  为相对介电常数和相对磁导率。

在导电介质中, 还存在欧姆定律

$$j = \sigma E \quad (1.14)$$

式中,  $\sigma$  为电导率。

式(1.12) ~ (1.14) 称为物质方程, 它们描述物质在电磁场作用下的特性。在应用麦克斯韦方程组求解各个场量时, 物质方程必不可少。

利用微分形式的麦克斯韦方程组可以得到电磁场的波动方程

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.15)$$

$$\nabla^2 B - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad (1.16)$$

式中,  $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ , 代表电磁波的传播速度。在真空中光速为  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。定义电磁波在真空中的传播速度  $c$  与在介质中的传播速度  $v$  之比为介质的折射率  $N$ , 因此可得

$$N = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1.17)$$

除了磁性介质外,多数介质的  $\mu_r \approx 1$ ,因此  $N = \sqrt{\epsilon_r}$ ,在无限大不导电的透明介质中,  $N$  为实数。由于物质介电常数可能为复数(如金属),此时,介质的折射率  $N$  为复数,记为  $N = n - ik$ ,其中  $n$  和  $k$  是实数,称  $k$  为介质的消光系数。

运用有关数学知识,我们不难求出波动方程的平面波解

$$\mathbf{E} = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \quad (1.18)$$

式中,  $A$  为复振幅;  $\mathbf{k}$  为波矢量;  $\mathbf{r}$  为矢径。

由式(1.10)  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , 并且

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= \{\nabla \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]\} \times \mathbf{A} = i\mathbf{k} \times \mathbf{E} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -i\omega \mathbf{B} \end{aligned}$$

因此可得

$$\mathbf{B} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad (1.19)$$

由于  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,  $k = \omega/v = \omega/\sqrt{\epsilon\mu}$ , 所以可得

$$\mathbf{H} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\mu} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} \quad (1.20)$$

定义介质中磁场强度与电场强度之比为介质的光学导纳,记为  $Y$ ,则

$$Y = \frac{\mathbf{H}}{\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\mu} \quad (1.21)$$

真空中  $Y = Y_0 = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} = 1/377$  西门子,称  $Y_0$  为自由空间导纳,为方便起见,以  $Y_0$  为光学导纳的单位,因此介质的光学导纳也可记为

$$Y = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} = NY_0 \frac{1}{\sqrt{\mu_r}} \quad (1.22)$$

在光学波段,大多数非磁性介质的  $\mu_r \approx 1$ ,因此光学导纳在数值上等于介质的折射率。显然,在微波区,不能假定磁导率接近于1,因此介质的导纳和折射率不再相等。

### 1.2.2 电磁场边界条件

为了研究电磁波从一种介质进入另一种介质时将发生什么样的光学行为,可先求出在界面两侧电磁场的关系,即所谓的边界条件。

如图1.4所示,设  $\mathbf{E}_1$  为介质1中的电场强度,  $\mathbf{E}_2$  为介质2中的电场强度,  $t$  表示切向分量,  $n$  表示法向分量,并假定  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  在微小的积分范围变化缓慢,当长度  $l$  取得比较小时,  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  可当作常矢量,因此公式  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$  的左端可写为

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{l}_1 + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{l}_2 = (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{l}_2 \quad (1.23)$$

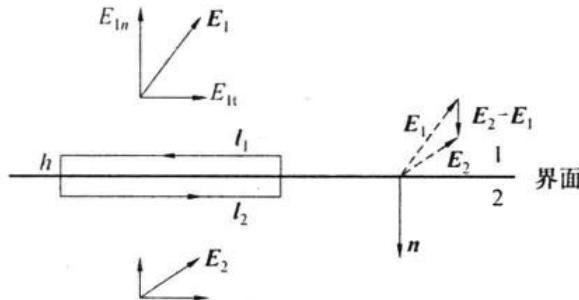


图 1.4 电场强度边界条件的推导

由于  $h \ll l$ , 因此上式忽略了  $E \cdot h$  项, 而且  $l_1$  和  $l_2$  长度均为  $l$ , 但方向相反, 平行于界面, 因此公式  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$  右端可写为

$$-\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (1.24)$$

式中,  $|\mathbf{A}| = l \cdot h$ , 因为  $h \rightarrow 0$  为无穷小量, 所以  $|\mathbf{A}| = 0$ , 于是

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{l}_2 = 0 \quad (1.25)$$

由于法线  $\mathbf{n}$  垂直于  $\mathbf{l}_2$ , 所以

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad (1.26)$$

式(1.26)的物理意义是界面两侧的电场强度的切向分量连续, 即

$$\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t} \quad (1.27)$$

根据类似方法, 可以得出: 在静电场中, 不带电的分界面两侧, 位移矢量的法向分量是连续的, 即

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \quad (1.28)$$

对静磁场边界条件是: 在界面两侧磁感应矢量的法向分量是连续的, 即

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (1.29)$$

但是只有两种介质的分界面没有传导电流时, 磁场强度的切向分量才连续, 即

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (1.30)$$

由于这里研究的光学薄膜不带电、无传导电流, 因此上述边界条件均成立。但在应用上述边界条件时, 应注意:

(1) 边界条件中电磁矢量都是指界面两侧的总场强, 例如当介质 1 中同时存在入射光波和反射光波时,  $\mathbf{E}_1$  是指入射光波和反射光波各自电场强度  $\mathbf{E}$  的矢量和。

(2) 电磁矢量都是时间和空间的函数, 因此式(1.27) ~ (1.30) 在任意时刻、对界面上任意位置均成立。

### 1.2.3 菲涅耳公式

根据电磁场的边界条件, 可以得出光波在界面上入射、反射和透射振幅之间的关系。

(1) 光波垂直入射

当光波垂直入射界面时, 波矢量  $\mathbf{k}$  垂直于界面, 所以  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  都平行于界面, 因此都连

续地通过界面,此时入射介质 $N_0$ 中存在正行入射波 $\mathbf{E}_0^+$ 和 $\mathbf{H}_0^+$ 、逆行反射波 $\mathbf{E}_0^-$ 和 $\mathbf{H}_0^-$ ,而在第二介质中只有正行折射光波 $\mathbf{E}_1^+$ 和 $\mathbf{H}_1^+$ ,根据导纳的定义得

$$\mathbf{H}_0^+ = N_0(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^+) \quad (1.31)$$

$$\mathbf{H}_0^- = N_0(-\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^-) \quad (1.32)$$

$$\mathbf{H}_1^+ = N_1(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1^+) \quad (1.33)$$

应用边界条件

$$\mathbf{E}_0^+ + \mathbf{E}_0^- = \mathbf{E}_1^+ \quad (1.34)$$

$$\mathbf{H}_0^+ + \mathbf{H}_0^- = \mathbf{H}_1^+ \quad (1.35)$$

将式(1.31)~(1.33)代入式(1.35),得

$$N_1(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1^+) = N_0(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^+ - \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^-)$$

由于 $\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^+ + \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^- = \mathbf{k} \times \mathbf{E}_1^+$ ,代入上式得 $N_1(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^+ + \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^-) = N_0(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^+ - \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0^-)$ ,因此可得

$$N_1(\mathbf{E}_0^+ + \mathbf{E}_0^-) = N_0(\mathbf{E}_0^+ - \mathbf{E}_0^-) \quad (1.36)$$

$$\mathbf{E}_0^- = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \mathbf{E}_0^+ \quad (1.37)$$

或者

$$r = \frac{\mathbf{E}_0^-}{\mathbf{E}_0^+} = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \quad (1.38)$$

称 $r$ 为振幅反射系数,或菲涅耳反射系数。

如果将式(1.34)代入式(1.36),联立式(1.38)可得

$$\mathbf{E}_1^+ = \frac{2N_0}{N_0 + N_1} \mathbf{E}_0^+ \quad (1.39)$$

$$t = \frac{\mathbf{E}_1^+}{\mathbf{E}_0^+} = \frac{2N_0}{N_0 + N_1} \quad (1.40)$$

称 $t$ 为振幅透射系数,或菲涅耳透射系数。

## (2) 光波斜入射

在光波斜入射到界面时,只有 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 的切向分量 $E_t$ 和 $H_t$ 平行于界面,定义修正光学导纳 $\eta$ 满足式(1.41)和(1.42),对于正行光波

$$\mathbf{H}_t^+ = \eta(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t^+) \quad (1.41)$$

对于反行光波

$$\mathbf{H}_t^- = -\eta(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t^-) \quad (1.42)$$

修正光学导纳 $\eta$ 不仅与入射角有关,还与 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 相对于入射面的方位有关。不失一般性,将 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 分解为垂直于入射面(S分量,TE波、横电波)和平行于入射面(P分量,TM波、横磁波)的分量分别加以研究。

如图1.5所示,当入射光波为TM波时,这时光波的磁矢量 $\mathbf{H}$ 与界面平行( $\mathbf{H}_t = \mathbf{H}$ ),电矢量与界面的夹角为 $\theta$ ,可得 $\mathbf{E}_t = E \cos \theta$ ,根据导纳定义及 $\mathbf{H}_t = \mathbf{H}$ 得

$$\mathbf{H}_t = N \left( \mathbf{k} \times \frac{\mathbf{E}_t}{\cos \theta} \right) = \frac{N}{\cos \theta} (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t) \quad (1.43)$$

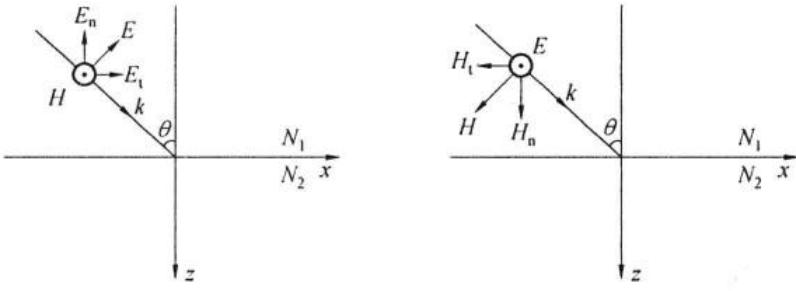


图 1.5 TM 波和 TE 波入射时的矢量图

比较式(1.43)与式(1.41)可得

$$\eta_p = \frac{N}{\cos \theta} \quad (1.44)$$

当入射光波为 TE 波时,这时光波的电矢量  $E$  与界面平行 ( $E_t = E$ ),磁矢量与界面的夹角为  $\theta$ ,因此有  $H_t = H \cos \theta$ ,根据导纳定义

$$H_t = H \cos \theta = N(\mathbf{k} \times \mathbf{E}) \cos \theta = N \cos \theta (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t)$$

比较上式与式(1.41)可得

$$\eta_s = N \cos \theta \quad (1.45)$$

于是不难沿用光波垂直入射时的公式求出斜入射时的菲涅耳反射系数,即

$$r = \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \quad (1.46)$$

对于 P 偏振光,将式(1.44)代入式(1.46)可得

$$r_p = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.47)$$

对于 S 偏振光,将式(1.45)代入式(1.46)可得

$$r_s = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.48)$$

这里  $\theta_1 = \theta$  为入射角。

下面推导菲涅耳透射系数,对于 P 分量,根据定义

$$t_p = \left( \frac{E_1^+}{E_0^+} \right)_p$$

因为  $E_t = E \cos \theta_1$ ,所以

$$t_p = \left( \frac{E_{1t}^+ / \cos \theta_2}{E_{0t}^+ / \cos \theta_1} \right)_p = \left( \frac{E_{1t}^+}{E_{0t}^+} \right)_p \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (1.49)$$

对于切向分量,已经证明了(1.40)的正确性,不过此时需要把  $N$ 换成  $\eta$ ,即

$$\left( \frac{E_{1t}^+}{E_{0t}^+} \right)_p = \frac{2\eta_{0P}}{\eta_{0P} + \eta_{1P}}$$

代入式(1.49)得

$$t_p = \frac{2\eta_0}{\eta_0 + \eta_1} \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (1.50)$$