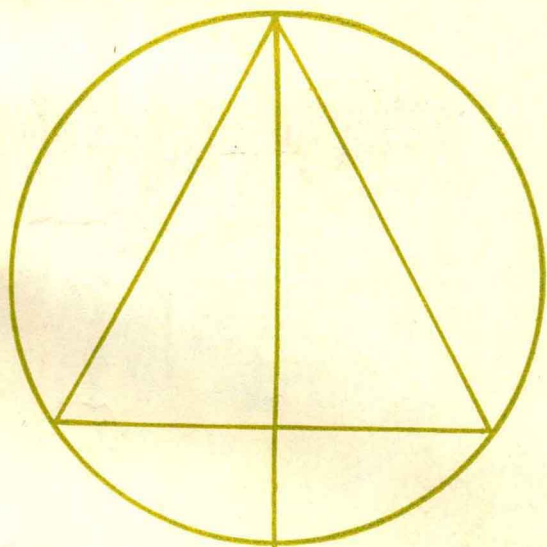


高中一年

数学练习



SHUXUE | LIANXI

高中一年

数 学 练 习

东北师大附中数学组

孙海正 于彦文 刘见闻
朱维纶 隋福玉 李秉臣 编
黄允台

吉林人民出版社

高中一年数学练习

东北师大附中数学组

孙海正 于彦文 刘见闻

朱维纶 隋福玉 李秉臣 黄允台

✱

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春市印刷厂印刷

✱

787×1092毫米32开本 6印张 130,000字

1982年8月第1版 1982年8月第1次印刷

印数：1—23,710册

书号：7091·1413 定价：0.42元

内 容 提 要

本练习题是根据全日制十年制学校高中数学课本第一册、第二册的内容编写的。本练习包括代数、平面三角、立体几何和平面解析几何等四部分的练习题。本书配备的习题较课本习题多，又补充了一些类型题。本书注重基础知识的巩固和基本技能的训练，紧密和课堂教学相配合。本书适于高中一年级学生使用，也可供中学数学教师教学时参考。

目 录

第一章 幂函数 指数	习题四.....46
函数 对数函数.....1	习题五.....51
习题一.....1	习题六.....52
习题二.....4	习题七.....56
习题三.....6	习题八.....58
复习题一.....9	习题九.....59
第二章 三角函数12	习题十.....61
习题四.....12	习题十一.....63
习题五.....14	习题十二.....65
复习题二.....17	习题十三.....67
第三章 两角和与差的	习题十四.....68
三角函数.....21	习题十五.....70
习题六.....21	习题十六.....71
习题七.....23	复习题五.....73
习题八.....27	第六章 二次曲线78
复习题三.....30	习题十七.....78
第四章 反三角函数和	习题十八.....81
简单三角方程.....34	习题十九.....84
习题九.....34	习题二十.....86
习题十.....36	习题二十一.....88
复习题四.....38	习题二十二.....89
第五章 空间图形40	复习题六.....92
习题一.....40	第七章 极坐标和参
习题二.....42	数方程.....96
习题三.....44	习题二十三.....96

习题二十四.....	100	习题八.....	143
复习题七.....	102	习题九.....	144
习题解答.....	109	习题十.....	144
第一章.....	109	习题十一.....	146
习题一.....	109	习题十二.....	147
习题二.....	111	习题十三.....	148
习题三.....	113	习题十四.....	149
复习题一.....	114	习题十五.....	150
第二章.....	116	习题十六.....	152
习题四.....	116	复习题五.....	153
习题五.....	117	第六章.....	156
复习题二.....	119	习题十七.....	156
第三章.....	122	习题十八.....	158
习题六.....	122	习题十九.....	160
习题七.....	123	习题二十.....	164
习题八.....	124	习题二十一.....	166
复习题三.....	126	习题二十二.....	167
第四章.....	127	复习题六.....	171
习题九.....	127	第七章.....	175
习题十.....	129	习题二十三.....	175
复习题四.....	130	习题二十四.....	178
第五章.....	131	复习题七.....	180
习题一.....	131		
习题二.....	132		
习题三.....	134		
习题四.....	135		
习题五.....	138		
习题六.....	139		
习题七.....	142		

第一章 幂函数 指数函数 对数函数

习 题 一

1. 写出下列方程的解的集合:

- ① $x^2 + x - 12 = 0$; ② $x^2 - 8x + 12 = 0$;
③ $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$; ④ $2x^2 + 3 = 2x^2 - 1$;
⑤ $3x^2 = 2x^2$; ⑥ $2x^2 + 3 = 2x^2 + 3$.

2. 写出下列不等式的解的集合:

- ① $x^2 - x - 6 < 0$; ② $x^2 - x - 20 \geq 0$;
③ $x^2 - 2x < 0$; ④ $x^2 \leq 0$;
⑤ $x^2 + x > 0$; ⑥ $2x^2 + 3 < 2$.

3. 表示下列集合:

- ① 不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 的正整数解的集合, 整数解的集合.
② 直线 $2x - 3y = 3$ 上的所有点的集合.
③ 不等式 $x > 3$ 的整数解集.
④ 不等式 $x > -3$ 的正整数解集.
⑤ 方程 $x^4 + 3x = 0$ 的实数解集.
⑥ 抛物线 $y = x^2 + x - 1$ 上所有坐标为整数的点的集合.
⑦ 圆 $x^2 + y^2 = 4$ 内的点的集合.

⑧ 直线 $y = 2x - 3$ 下方的所有点的集合.

4. 已知集合 $A = \{\text{矩形}\}$ $B = \{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.
5. 已知集合 $R = \{\text{实数}\}$ $I = \{\text{整数}\}$ $N = \{\text{自然数}\}$,
求 $R \cap I$, $R \cap N$, $I \cap N$, $R \cap I \cap N$.
6. 求集合 $\{x: x^2 - 3x - 4 \leq 0\} \cap \{x: x^2 - x - 6 < 0\}$.
7. 求集合 $\{(x, y): x + y = 2\} \cap \{(x, y): 3x + y = 4\}$.
8. 求集合 $\{(x, y): x + y = 2\} \cap \{(x, y): 3x + 3y = 5\}$.
9. 已知集合 $A = \{\text{有理数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$, $R = \{\text{实数}\}$,
求 $A \cup B$, $A \cup R$, $A \cap B$, $R \cup B$, $R \cap B$.
10. 集合 $A = \{\text{正数}, 0\}$, $B = \{\text{负数}\}$, $C = R$,
求 $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $(A \cap B) \cup C$,
 $(A \cup C) \cap B$.
11. 已知 $I = \{\text{平行四边形}\}$ $A = \{\text{矩形}\}$ $B = \{\text{菱形}\}$,
求 $A \cap B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $\overline{A} \cup B$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{A \cap B}$,
12. 已知 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{2, 3, 4, 5\}$,
求 $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A} \cap B$, $\overline{A} \cup B$, $A \cap \overline{B}$,
 $A \cup \overline{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B} \cup A$, $\overline{(A \cap B) \cup A}$,
 $\overline{A \cap B}$.
13. 已知集合 $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, $B = \{1, 2, 3, 5\}$,
 $C = \{0, 2, 4, 5\}$ 求 A , $B \cap C$, $A \cap C$, $A \cap B$.
14. 已知 $a \in \{b, c\}$, $a \in \{b, c, d, e\}$,
求 a 及 a 的集合.
15. 求从 A 到 B 的单值对应关系:
 - ① $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$;
 - ② $A = \{\theta: 0 < \theta < 90^\circ\}$, $B = \{y: 0 < y < 1\}$;
 - ③ $A = \{\text{直线 } AB \text{ 上的点}\}$, $B = \{\text{直线 } CD \text{ 上的点}\}$;

④ $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 、 $B = \{2, 10, 26, 50, 82\}$ 。

16. 画出下列函数图象：

(1) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [0, 3]$;

(2) $y = 2x + 3, x \in (-3, 2]$;

(3) $y = 3x \quad x \in (-\infty, 0)$;

(4) $y = \begin{cases} x & x \in [0, \infty) \\ x^2 & x \in (-\infty, 0] \end{cases}$;

(5) $y = \begin{cases} 1 & x \in [-3, 2) \\ 0 & x \in [2, 3) \end{cases}$ 。

17. 求下列函数的定义域：

(1) $y = \frac{-3}{x}$;

(2) $y = \sqrt{3x-2} + \sqrt{2x+2}$;

(3) $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$;

(4) $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$;

(5) $y = \sqrt{4-2x} + \sqrt[3]{3x-1} + \frac{1}{x+2}$ 。

18. 求下列函数的值域：

(1) $y = \frac{1}{x}$;

(2) $y = x^2 - 2$;

(3) $f(x) = 2x^2 + 3 \quad x \in [-2, 3]$;

(4) $f(x) = \sqrt{x+3}$;

(5) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$;

$$(6) y = \frac{x}{1+x^2}.$$

19. 已知集合 $A = \{n^2, n \in N\}$, $B = \{3n, n \in N\}$,

求证 $A \cap B \neq \phi$.

20. 已知集合 $A = \{n^2 + n, n \in N\}$, $B = \{2n, n \in N\}$,

求证 $A \subset B$.

21. 已知函数 $y = x^2 - 2|x| + 2$, (1)画出图象; (2)求它的单调区间; (3)求在每个单调区间上的反函数.

习 题 二

1. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = (x-2)^{-2} + (x+1)^{\frac{1}{2}},$$

$$(2) y = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{(2-x)^{\frac{3}{2}}};$$

$$(3) y = \frac{1}{\sqrt{|x|}} + (x+3)^{\frac{1}{4}};$$

$$(4) y = \frac{6}{x^2 - 3x + 2};$$

$$(5) y = \frac{\sqrt{x}}{x-3};$$

$$(6) y = \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{1+x};$$

$$(7) y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{3-x-1}};$$

$$(8) y = \frac{\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{3x-2}-1}.$$

2. 求下列函数在指定区间的单调性, 并加以证明:

$$\textcircled{1} \quad y = 2x + 3 \quad \text{在} (-\infty, \infty) \text{上};$$

$$\textcircled{2} \quad y = \frac{-2}{x} \quad \text{在} (0, \infty) \text{上};$$

$$\textcircled{3} \quad y = 2 - x^2 \quad \text{在} (0, \infty) \text{上};$$

$$\textcircled{4} \quad y = x^2 - 2x + 3 \quad \text{在} (-\infty, 0) \text{上};$$

$$\textcircled{5} \quad y = -x^3 \quad \text{在} (-\infty, 0) \text{上};$$

$$\textcircled{6} \quad y = \frac{1}{x} + 2 \quad \text{在} (-\infty, 0) \text{上}.$$

3. 判断下列函数的奇偶性:

$$\textcircled{1} \quad y = -3x;$$

$$\textcircled{2} \quad y = x^3 - x;$$

$$\textcircled{3} \quad y = x^5 + 1;$$

$$\textcircled{4} \quad y = x^8 + x^4 - x^2 - x^{-2};$$

$$\textcircled{5} \quad y = \frac{a^x - 1}{a^x + 1} x \quad (a > 0);$$

$$\textcircled{6} \quad y = \frac{e^x + e^{-x}}{2};$$

$$\textcircled{7} \quad y = \frac{e^x - e^{-x}}{2};$$

$$\textcircled{8} \quad y = x - \frac{1}{x}.$$

4. 求证两个奇函数之积是一个偶函数.

5. 求证: 一个奇函数一个偶函数之积是一个奇函数.

6. a, b 有何关系时, $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ 是偶函数?

7. $f(x)$ 是偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 求证:
 $f(x)$ 在 $(0, \infty)$ 上是减函数.

8. 求下列函数的反函数:

$$\textcircled{1} \quad y = 2x + 1 \quad x \in [1, 4];$$

$$\textcircled{2} \quad y = \frac{ax - b}{cx - a};$$

$$\textcircled{3} \quad y = \sqrt[3]{x^2 + 1} \quad x \in [0, \infty);$$

$$\textcircled{4} \quad y = \frac{3}{x-5},$$

$$\textcircled{5} \quad y = \frac{x-2}{2x-3},$$

$$\textcircled{6} \quad y = 2|x| \quad x \in [0, \infty);$$

$$\textcircled{7} \quad y = 2x^2 + 3 \quad x \in [0, \infty);$$

$$\textcircled{8} \quad y = \sqrt{x-1} \quad x \in [0, \infty];$$

$$\textcircled{9} \quad y = \frac{1}{x^2+1} \quad x \in [0, \infty).$$

9. 求函数 $y = \frac{x}{1+x^2}$ 单调区间上的反函数的定义域。

10. 求函数 $y = \sqrt{x-9}$ 的反函数。

11. 求函数 $y = x^2 + 1 \quad x \in (-\infty, 0]$ 上的反函数，并画出这两个函数的图象。

12. 求函数 $y = x^2$ 在单调区间上的反函数。

13. 求证： $y = x^3$ 为在 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数。

14. 求证：函数 $f(x) = x^2 + 3x - 4$ 在 $(-\infty, -\frac{3}{2})$ 上是减函数。

习 题 三

1. 求函数的定义域：

$$\textcircled{1} \quad y = \frac{\lg(2-x)}{\sqrt{x-1}},$$

$$\textcircled{2} \quad y = \lg \frac{1}{1 - \sqrt{1-x}},$$

$$\textcircled{3} \quad y = \log 0.7(\sqrt{x+3}-1) + \frac{x^2-1}{x^3+2x^2-x-2},$$

$$\textcircled{4} \quad y = \sqrt{\log \frac{1}{3}(\sqrt{x-3}-2)},$$

$$\textcircled{5} \quad y = \log_3(4^x-16);$$

$$\textcircled{6} \quad y = \log_2 \sqrt{x} + \log_2 \sqrt{5-x};$$

$$\textcircled{7} \quad y = \lg \lg(2x^2-3x+1);$$

$$\textcircled{8} \quad y = \sqrt{\log_a(3-x^2)}.$$

2. 计算:

$$\textcircled{1} \quad \lg 5^2 + \frac{2}{3} \lg 8 + \lg 5 \cdot \lg 20 + \lg^2 2;$$

$$\textcircled{2} \quad \log_{\sqrt{2}-1}(3+2\sqrt{2});$$

$$\textcircled{3} \quad \lg 4 + 2 \lg 5 - \log_3(\log_3 3) + \log_4 5 \cdot \log_5 4;$$

$$\textcircled{4} \quad (\lg 5)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50;$$

$$\textcircled{5} \quad \lg(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}).$$

3. 已知 $\log_{18} 9 = a$, $18^b = 5$, 求 $\log_{36} 45$.

4. 已知 $\lg 6 = a$, $\log 108 = b$, 求 $\log 5.4$.

5. 若 $b^2 = ac$ 求证: $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \frac{2}{\log_b x} \quad (x \neq 1).$

6. 若 a, b, c 的同一底的对数分别为 p, q, r ,
求证 $a^{q-r} \cdot b^{r-p} \cdot c^{p-q} = 1$.

7. 求证: $(\lg 5)^2 + \lg 2 = (\lg 2)^2 + \lg 5$.

8. 求证: $\log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N$.

9. 若 $5^x = 2^y = \sqrt{10^z} \quad xyz \neq 0$,

求证: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$.

10. 若 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$, (1) 求证: $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$;

(2) 求证 $f(x)$ 为奇函数.

11. 求证: $N = a^{\left(\frac{\log_b N}{\log_b a}\right)}$.

12. 解关于 x 的方程:

① $3^{x+1} - 9^{\frac{x}{2}} = 18$;

② $5^{1-x} = 7^{x-1}$;

③ $4 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^{x+2} + 80 = 0$;

④ $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$.

13. 解关于 x 的方程:

① $2\lg x + \lg 2 = \lg(x+6)$;

② $\log_{16-3x}(x-2) = \log_8 2\sqrt{2}$;

③ $\log_{(x-1)} 2(x+1) + 2\log_{(x-1)} \sqrt{x} = 2$;

④ $2^{3\lg x} \cdot 5^{\lg x} = 1600$;

⑤ $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$.

14. 解方程组:

① $\begin{cases} \log_2(x+y) - \log_2(x-y) = 1, \\ 2^{x^2-y^2} = 4; \end{cases}$

② $\begin{cases} \log_{xy}(x-y) = 1; \\ \log_{xy}(x+y) = 0. \end{cases}$

15. 解关于 x 的方程:

(1) $x^{2\lg x} = 10x$; (2) $6^{2x+4} = 3^3 2^{x+8}$;

(3) $10^{\lg^2 x} + x^{\lg x} = 20$; (4) $4^x + 6^x = 9^x$;

(5) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$;

(6) $\ln(1-2x)^3 - \ln(3-x)^3 = 6$.

复习题一

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 、 $B = \{3, 4, 5\}$ 、 $C = \{2, 4, 6\}$ ，求 $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ ， $A \cap (B \cup C)$ 。
2. 已知集合 $A = \{2n \mid n \in I\}$ 、 $B = \{3n, n \in I\}$ 、 $C = \{6n, n \in I\}$ ，求 $A \cup B$ ， $A \cap B$ ， $A \cup C$ ， $B \cap C$ ， $\overline{A}$ ， $\overline{B}$ ， $\overline{C}$ 。
3. 集合 $A = \{2n, n \in X\}$ 、 $B = \{n^2, n \in X\}$ 、 $C = \{2n-1, n \in X\}$ 、 $D = \{n(n+1) \mid n \in X\}$ ， $X = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，全集 $I = \{n, -2 \leq n \leq 12, n \in I\}$ ，求 $A \cup B$ ， $A \cup C$ ， $A \cap B$ ， $(A \cup B) \cup C$ ， $(A \cap B) \cap D$ ， $(A \cup C) \cap D$ ， $(A \cap B) \cup D$ ， $\overline{A}$ ， $\overline{B}$ ， $\overline{A \cup B}$ ， $\overline{A \cap D}$ 。
4. 用画图法证明：
 - ① $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ；
 - ② $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ 。
5. 已知集合 $M = \{x \mid |x| \leq 5, x \in I\}$ ，用另一种方法表示下列集合：
 - ① $A = \{x \mid x = 2y, y \in M\}$ ；
 - ② $B = \{t \mid t = x + y, y \in M, x \in M\}$ 。
6. 已知集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 的子集为 A, B ， $A \cap B = \{1, 2\}$ ， $\overline{A} \cap B = \{4, 7\}$ ， $\overline{A} \cap \overline{B} = \{3\}$ ，求 $A \cup B$ ， B ， A 。
7. 集合 $A = \{x \mid x^2 - 4 < 0\}$ ， $B = \{x \mid 2x - 1 > 0\}$ ， $x \in R$ ，求 $A \cap B$ ， $\overline{A}$ ， $A \cap \overline{B}$ ， $A \cup B$ 。
8. 期末考试，某班60人中有10人数学不及格有8人物理不及格，有45人数学物理都及格，求只是数学不及格有几

人? 只物理不及格几人? 数学物理都不及格有几人?

9. 集合 $A = \{x: x+1 \geq 2\sqrt{x}\}$ 、 $B = \{x: x^2 + 1 \geq 2x\}$ $x \in R$, 求 $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$.

10. 已知集合 $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x: 4x + p < 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 P 所有元素的集合.

11. $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x: x^2 + 4x + p < 0\}$, $B \subseteq A$, 求实数 P 所有元素的集合.

12. 求函数的定义域:

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \frac{\lg(3-x)}{\sqrt{x+\frac{1}{2}}},$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \log_a(27 - 9^x) \quad (a > 0, a \neq 1).$$

13. 计算:

$$\textcircled{1} \quad \text{已知 } \log_8 9 = a, \log_2 5 = b, \text{ 求 } \lg 2, \lg 3, \lg 5;$$

$$\textcircled{2} \quad \log_3 2 = a, \log_3 11 = b, \text{ 求 } \log_{22} 88;$$

$$\textcircled{3} \quad x = \frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}} \quad \text{求 } \log_4(x^3 - x - 6);$$

$$\textcircled{4} \quad \log_{12} 27 = a, \text{ 求 } \log_6 16.$$

14. 已知: $f(x) = a^x$ 、 $g(x) = \log_a x$,

$$\text{求证: } f(-x) \cdot f(x) = 1; \quad g(x) - g(x+1) = g\left(\frac{x}{x+1}\right).$$

15. 求证函数 $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ 的值不大于 $\frac{3}{2}$, 不小于 $\frac{1}{2}$.

16. 求证 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ($a > 0$) 为奇函数.

17. 求函数 $y = 2^{1 + \log_2 x^2 - 3x - 4}$ 的单调区间.

18. 解不等式: $\textcircled{1} \quad \log_2(1-x) + \log_4(x+4) \leq 2;$

$$\textcircled{2} \quad \lg(2x+1) > \lg(5-x).$$

19. 证明: ① $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdots \log_8 9 = 2;$

$$\textcircled{2} \quad -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\cdots \sqrt{2}}}} = n;$$

$$\textcircled{3} \quad (\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) - \log_2 \sqrt[4]{32} = 0;$$

$$\textcircled{4} \quad \log^3 2 + \log^3 5 + 3 \lg 2 \lg 5 = 1.$$

20. 解方程:

$$\textcircled{1} \quad 3 \cdot 25^x + 5 \cdot 9^x = 8 \cdot 15^x;$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)} = 2;$$

$$\textcircled{3} \quad 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 6^x + 6^{x+1};$$

$$\textcircled{4} \quad \lg(2^x + 2x - 16) = x(1 - \lg 5);$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} \log_5 x = -1;$$

$$\textcircled{6} \quad x^{\frac{1}{2}(2 - \lg x)} = 0.0001;$$

$$\textcircled{7} \quad \sqrt{1 + \log_x \sqrt{27} \cdot \log_3 x} + 1 = 0;$$

$$\textcircled{8} \quad (\lg x)^{\lg x} = x.$$

$$21. \quad a > 0, r > 0, u = ar^x \quad V = ar^y \quad w = ar^z,$$

$$\text{求证: } (y-z)\log_b u + (z-x)\log_b V + (x-y)\log_b w = 0, \\ (b > 0, b \neq 1).$$

22. A 为自然数, A^{100} 是 120 位数, $\frac{1}{a}$ 小数第几位为非零数?