

蔡 玮 巩在武 刘新旺 著

多粒度语言计算 及其在模糊决策中的应用

COMPUTING WITH WORDS OF MULTI-GRANULARITY
LINGUISTIC TERM AND IT'S APPLICATIONS IN FUZZY
DECISION MODLE



科学出版社

多粒度语言计算及其在模糊 决策中的应用

蔡 玮 巩在武 刘新旺 著

江苏高校哲学社会科学重点研究基地“中国制造业发展研究院”

江苏高校优势学科建设工程资助项目

国家自然科学基金资助项目(71171115, 71171048)

联合资助

教育部博士点基金资助项目(20120092110038)

南京信息工程大学资助出版



科学出版社

北京

内 容 简 介

语言计算是近年来为描述模糊信息、建立模糊逻辑、处理模糊现象发展起来的一种新的信息处理和管理决策工具。以多粒度语言为偏好的模糊决策已经应用于项目管理、投资评估中，并取得成果。在深入研究基于扩展原理和符号化方法的语言计算模型基础上，本书重新给出多粒度语言的分类。根据语言能否用模糊数描述，提出隶属度函数已知和未知两种情况的表示方法和计算模型，并在此基础上构建具体的决策模型求解和计算方法。本书扩展了三个决策模型：①在模糊语言的情境下提出前景理论，提出基于顾客期望的模糊选择模型；②提出基于多粒度语言决策模型的资源配置方案评价方法；③提出基于数值模拟的加权语言标签空间计算方法。本书也给出这些模型在物流服务中的应用。

本书可作为经济管理类各专业的本科生和硕士研究生的教材，同时可作为其他相关专业的本科生、硕士研究生的教材和参考书，还可以作为从事管理的企事业单位领导、管理人员和科技工作者的自学教材和参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

多粒度语言计算及其在模糊决策中的应用 / 蔡玫，巩在武，刘新旺著。
—北京：科学出版社，2013

ISBN 978-7-03-038694-6

I. ①多… II. ①蔡… ②巩… ③刘… III. ①人工智能－研究
IV. ①TP18

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 230671 号

责任编辑：伍宏发 王 苏 刘婷婷 / 责任校对：宋玲玲

责任印制：肖 兴 / 封面设计：许 瑞

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

骏 杰 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 10 月第 一 版 开本：B5 (720 × 1000)

2013 年 10 月第一次印刷 印张：10 1/2

字数：210 000

定 价：56.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

美国控制论专家 Zadeh 受模糊语言的启发，于 1965 年创立了模糊集合，并于 1965 年发表了题为《模糊集合论》(Fuzzy Sets) 的论文，从而宣告模糊数学的诞生。模糊数学提供了一种处理不肯定性和不精确性问题的新方法，是描述人脑思维处理模糊信息的有力工具。它既可用于“硬”科学方面，又可用于“软”科学方面。

模糊技术方法不是对精确的摒弃，而是对精确更圆满的刻画。它通过模糊控制规划，利用人类常识和智慧，理解词语的模糊内涵和外延，将各方面专家的思维互相补充。把模糊数学理论应用于决策研究，形成了模糊决策技术。模糊决策涉及自然科学、人文科学和管理科学等方面。在图像识别、人工智能、自动控制、信息处理、经济学、心理学、社会学、生态学、语言学、管理科学、医疗诊断、哲学研究等领域中，都得到广泛应用。只要经过仔细深入研究就会发现，在多数情况下，决策目标与约束条件均带有一定的模糊性，对复杂大系统的决策过程尤其如此。在这种情况下，运用模糊决策技术，显得更加自然，也将会获得更加良好的效果。

Zadeh 于 1996 年提出的语言计算，已经被广泛应用于各类决策问题，来缩小人类推理与计算之间的差距。在现实中，人们试图对与人类思维相关的概念进行定性的描述，也就是自然语言代替数值。有的是因为概念本身的属性使之不能用数值量化，例如，评价一辆汽车的“舒适度”，常用“高”、“中”、“低”；有的是因为量化这个概念成本太高或没必要量化，例如，评价一辆车的“速度”，常用“快”、“慢”。语言计算的重要应用方向之一是模糊决策。语言多准则决策是决策理论和现代决策科学的重要内容。它在工程设计、经济管理、军事等诸多领域有着广泛的应用前景。决策问题自身具有模糊性和不确定性，因而决策者权重信息、决策准则信息、时点信息不确定，以及决策者给出的评价值为语言值或未给出任何评价值的决策问题大量存在。因此，对不确定环境下的语言决策理论与方法进行相关研究，具有重要的理论和实践意义。

人是服务系统中最具创造性的因素，并且普遍存在于服务提供商与客户之间。“人”作为服务的参与者与决策者的因素在服务科学中的研究还较少。人是服务的参与者，人的感受直接决定服务的质量，而人又是决策者，因此，服务科学中的决策问题采用最接近于人类思维的语言描述大大提高了决策的质量。语言决策在服务科学中的应用有着广泛前景。

本书首先分析和归纳国内外决策领域的最新研究进展，吸取新的思想和方法，提出改进的语言计算模型。在研究分析基于扩展原理和符号化方法的语言计算模型基础上，首先分别讨论可用隶属度分布函数描述和不可用隶属度分布函数描述两种情况的多粒度语言的决策问题。然后对语言变量的统一化、语言排序、信息集结、一致性分析和残缺矩阵信息补齐等决策相关问题提出解决方法。在多学科交叉与综合基础上，针对“服务导向”的物流服务供应链构建决策问题，提出一套语言计算模型应用于物流服务相关决策中解决实际问题。

本书得到国家自然科学基金资助项目(71171115)——“直觉型偏好群体共识决策理论与方法研究”，国家自然科学基金资助项目(71171048)，教育部博士点基金资助项目(20120092110038)的资助。同时也是江苏高校优势学科建设工程资助项目。

由于作者水平有限，书中不足在所难免，恳请读者指正。

蔡 玮

2013年5月

南京信息工程大学经济管理学院

目 录

前言

第 1 章 模糊理论基本知识	1
1.1 模糊理论的产生	1
1.2 基本概念与符号	4
参考文献	7
第 2 章 服务科学中的决策问题	8
2.1 决策理论与方法	8
2.1.1 决策的概念及基本要素	8
2.1.2 决策的类型	11
2.1.3 模糊多准则决策与模糊群决策	14
2.1.4 模糊语言决策	17
2.2 服务科学中决策问题特点分析	20
2.2.1 服务科学中的不确定因素	20
2.2.2 服务科学中的模糊决策	21
2.3 服务导向的物流服务供应链中的决策创新	23
2.3.1 物流服务供应链模型	23
2.3.2 物流服务科学研究的核心主题——决策创新	28
2.3.3 决策创新问题归纳	30
参考文献	31
第 3 章 多粒度语言计算与模糊决策	34
3.1 模糊语言	34
3.1.1 语言模糊性分析	34
3.1.2 模糊语言使用的合理性与必然性	35
3.1.3 语言变量	36
3.2 语言计算的范式	37
3.3 多粒度语言变量表示方法	39
3.3.1 多粒度语言变量	39
3.3.2 基于扩展原理的语言变量表示模型	41
3.3.3 基于符号化方法的语言变量表示模型	42

3.4 多粒度语言计算模型	44
3.4.1 基于扩展理论的语言计算模型	44
3.4.2 基于符号化方法的语言计算模型	45
3.4.3 各类扩展的集结算子	49
3.5 模糊决策中的多粒度语言	50
3.5.1 决策信息不确定性问题	50
3.5.2 不确定环境下的语言决策	51
3.5.3 多粒度语言计算在决策中的应用前景与发展趋势	52
3.5.4 多粒度语言的一个应用——基于多粒度语言的个性化信息检索模型	53
3.5.5 多粒度语言的一个应用——基于加权 P-分位集结算子的群决策方法	61
参考文献	64
第4章 隶属度已知的多粒度语言计算改进模型	66
4.1 隶属度已知的多粒度语言表示方法	66
4.1.1 隶属度已知的多粒度语言变量	66
4.1.2 隶属度已知的多粒度语言变量符号表示	69
4.2 多粒度语言计算模型	73
4.2.1 多粒度语言的统一化	73
4.2.2 计算规则	77
4.2.3 常用集结算子	79
4.2.4 语言变量排序	81
4.3 改进的语言计算方法与已有符号化方法比较	82
参考文献	84
第5章 隶属度未知的多粒度语言计算改进模型	85
5.1 隶属度未知的多粒度语言表示方法	85
5.1.1 隶属度未知的多粒度语言变量	85
5.1.2 隶属度未知的多粒度语言变量符号表示	87
5.2 多粒度语言计算模型	88
5.2.1 多粒度语言的统一化	88
5.2.2 计算规则	91
5.2.3 常用集结算子	94
5.2.4 语言变量排序	96

5.3 隶属度未知与隶属度已知的语言计算模型比较	97
5.4 算例	101
参考文献	102
第 6 章 基于多粒度语言的多准则决策模型	103
6.1 基于改进模型的多准则决策	103
6.1.1 基于多粒度语言模糊多准则决策	103
6.1.2 基于前景理论的混合偏好模糊多准则决策	103
6.1.3 偏好为加权语言标签空间的模糊多准则决策	108
6.2 物流服务供应链网络设计中的决策问题	112
6.2.1 问题的提出	112
6.2.2 物流服务网络设计模型	113
6.3 顾客导向物流服务供应链的服务选择——基于前景理论的混合 偏好模糊多准则决策模型	115
6.3.1 客户需求分析	117
6.3.2 候选服务供应商的描述	117
6.3.3 客户感知价值	118
6.3.4 物流服务供应商的选择	119
6.4 物流服务供应链资源配置方案评价——加权语言空间的计算模型	119
6.4.1 物流服务网络图	119
6.4.2 评价准则的确立	120
6.4.3 评价准则的计算方法	121
6.4.4 资源配置方案综合评价模型	122
6.5 算例	122
6.5.1 顾客导向物流服务供应链的服务选择	122
6.5.2 物流服务供应链资源配置方案指标的计算	125
参考文献	128
第 7 章 基于多粒度语言的群决策模型	129
7.1 基于改进模型的群决策	129
7.1.1 语言相似度的作用	129
7.1.2 语言的相似度计算方法综述	130
7.1.3 改进的多粒度语言相似度计算方法	132
7.1.4 群决策的一致性改进方法	134
7.2 残缺矩阵语言信息补齐方法	136

7.3 物流服务供应商评价模型	139
7.3.1 问题的提出	139
7.3.2 物流供应商评价步骤	140
7.4 算例	142
参考文献	148
后记	149
参考文献	150
附录 A	151
附录 B	157
附录 C 英文缩写对照	160

第1章 模糊理论基本知识

1.1 模糊理论的产生

通常在实际的物理空间里，人们遇到的对象的“类”没有精确定义隶属的标准。例如，动物类包括狗、马、鸟等，而不包括石头、液体、工厂等。然而像海星、细菌这样的对象相对于动物类就比较模糊。“美丽的女人”或者“高个子”这样的类就更加模糊。在人类的思想范畴，特别是模式识别、信息传输领域，这样的模糊类就更加突出。

经典数学是为了适应力学、天文、物理、化学这类学科的需要而发展起来的，带有这些学科固有的局限性。这些学科考察的对象都是无生命的机械系统，大多是界限分明的清晰事物，允许人们做出非此即彼的判断，进行精确的测量，因而适于用精确的方法描述和处理。而那些难以用经典数学实现定量化的学科，特别是有关生命现象、社会现象的学科，研究的对象大多是没有明确界限的模糊事物，不允许做出非此即彼的断言，不能进行精确的测量。清晰事物的有关参量可以精确测定，能够建立起精确的数学模型。模糊事物无法获得必要的精确数据，不能按精确方法建立数学模型。实践证明，对于不同质的矛盾，只有用不同质的方法才能解决。传统方法用于力学系统高度有效，但用于对人类行为起重要作用的系统，就显得太精确了，以致很难达到甚至无法达到。

虽然模糊性是人类思维和语言的根本属性，但模糊被人们承认和认识，却经历了一个漫长的历史过程。在西方最早注意到模糊现象是在公元前4世纪，古希腊麦加拉(Megarian)学派的著名学者欧布里德(Eubulides)提出的著名的“连锁推理悖论”(sorites paradox)。欧布里德的“连锁推理悖论”以很多种形式流传下来。其中最常见的两种是麦粒堆问题(paradox of the heap)和秃头问题(paradox of the bald)。

麦粒堆问题讲述的是：麦堆是一个模糊概念，一粒麦子自然不能构成一个麦堆。但是要多少粒麦子才能构成一个麦堆？这是谁也无法判断的事情，因为数字是精确概念，而麦堆却是模糊概念。用精确概念衡量模糊概念，自然是方枘圆凿，格格不入，构成悖论。

古老的秃子悖论的性质同麦堆悖论类似。假定一个人原来不是秃子，他的头

发一根根地脱落，最后才变成秃子。于是有人争辩说，一定有一根头发，由于这根头发的脱落，使他变成秃子。这种说法自然是荒唐的。秃头是一个模糊概念：有一些人肯定是秃子，有一些人肯定不是秃子。而处于这两者之间的一些人，就不能肯定地说是秃子或者不是。

这是一个量变引起质变的问题，但是量与质没有绝对的分割线。可以知道，一粒谷一粒谷地加上去，最终可以得到一堆谷。但是“是一堆谷”与“不是一堆谷”之间却没有绝对的分割线。可以人为地定义达到 100 000 粒谷为一堆，但也可以人为地定义达到 99 999 粒谷为一堆谷。需要指出的是，这种定义只是近似地反映了这样一个事实。为了更准确地反映这个事实，可以在是一堆谷和不是一堆谷之间设立一个模糊的界线。例如，设处在 90 000~100 000 粒的谷可以叫做一堆谷也可以不叫做一堆谷。从根本上，我们的任何正确思想都只是近似地反映了客观世界。

亚里士多德的二值逻辑 (bi-valued logic) 的主要特征是二元对立 (非真即假，非假即真)，即各个范畴之间有明确的界限。范畴内部的各个成员地位相同。但二值逻辑却无法对“连锁推理悖论”做出解释。因为它的排中律使它无法界定一堆麦子和一粒麦子，秃头和非秃头这些根本不同范畴之间的中间过渡状态。

“连锁推理悖论”的提出使人们既看到了传统二值逻辑和人类认识能力的局限性，又看到了语言的模糊性，在一定意义上推动和导致了模糊数学和模糊逻辑的诞生。模糊概念就是边界不清晰、外延不明确的概念。模糊集合中某些元素是否属于这个集合并不是非此即彼的，而可能是亦此亦彼，模棱两可的。模糊集合替代了原来的分明集合，把经典数学模糊化。美国控制论专家 Zadeh^[1]受模糊语言的启发，于 1965 年创立了模糊集合 (fuzzy sets)，从而宣告模糊数学的诞生。Zadeh 开发的方法，即模糊集，用来研究一个概念的某些基本性质和含义。模糊集的概念可以处理以上提到的问题。模糊集为概念框架的建造提供了适宜的起点。在许多方面，概念的框架类似于普通集合所使用的概念的框架。但是前者比后者更普遍，并且可以有力地证明它具有比较宽的使用范围。模糊数学是运用数学方法研究和处理模糊性现象的一门数学新分支，它以“模糊集合”理论为基础。模糊数学提供了一种处理不确定性和不精确性问题的新方法，是描述人脑思维处理模糊信息的有力工具。它既可用于“硬”科学方面，又可用于“软”科学方面。

在日常生活中，经常遇到许多模糊事物，没有分明的数量界限，要使用一些模糊的词句来形容、描述。例如，比较年轻、高个、大胖子、好、漂亮、善、热、远……这些概念是不可以简单地用“是”、“非”或数字来表示的。在人们的工作经验中，往往也有许多模糊的东西。例如，要确定一炉钢水是否已经炼好，除了要知道钢水的温度、成分比例和冶炼时间等精确信息，还需要参考钢水颜色、沸腾情况等模糊信息。因此，除了很早就有涉及误差的计算数学，还需要模糊数学。

高标准的精确表达普遍存在于数学、物理、化学、工程学等“硬”科学之中，与此完全相对应的不精确表达普遍存在于社会、心理、政治、历史、语言、哲学、文艺、人类学等“软”科学中。“硬”科学主要关注相当简单的机械系统，其行为由数量术语描述；“软”科学基本上处理很复杂的非机械系统，其中人的感觉、直觉以及情感起主要作用。

尽管常规的数学方法一直且继续用于人文系统，但是人们已经清楚地认识到，人文系统的巨大复杂性需要从精神及物质上都极大区别于传统方法的新方法。传统方法高效地用于机械系统，而对于人文系统则过于精确。

现代科学发展的总趋势是，从以分析为主对确定性现象的研究，进入以综合为主对不确定性现象的研究。各门科学在充分研究本领域中那些非此即彼的典型现象之后，正在扩大视域，转而研究那些亦此亦彼的非典型现象。自然科学不同学科之间，社会科学不同学科之间，自然科学和社会科学之间，相互渗透的趋势日益加强，原来分明的学科界限一个个被打破，边缘科学大量涌现出来。随着科学技术的综合化、整体化，边界不分明的对象，即模糊性对象，以多种多样的形式普遍地、经常地出现在科学的前沿。

模糊数学是一门新兴学科，已初步应用于模糊控制、模糊识别、模糊智能化、聚类分析、模糊决策、模糊评判、系统理论、信息检索、医学、生物学等各个方面。模式识别是计算机应用的重要领域之一。人脑能在很低的准确性下有效地处理复杂问题。如果计算机使用了模糊数学，便能大大提高模式识别能力，可模拟人类神经系统的活动。在工业控制领域中，应用模糊数学可使空调的温度控制更为合理，可使洗衣机省电、节水、提高效率。例如，日本松下电器产业株式会社（日本松下公司）研制的智能化家用空调，可根据内置传感器提供的室内空气温度数据，当室温高于或低于 25℃时，会自动地“稍稍”调节空调的阀门，进行 4608 种不同状态设定选择，从而获得最佳开启状态和尽可能少的消耗。而这种“稍稍”的程度，只有通过有经验的人的感觉来确定。

模糊技术方法不是对精确的摒弃，而是对精确更圆满的刻画。它通过模糊控制规划，利用人类常识和智慧，理解词语的模糊内涵和外延，将各方面专家的思维互相补充。虽然，目前要使模糊技术接近于人的思维，尚难以做到，但正如日本夏普公司电子专家日吉考庄所说：一个普遍应用模糊技术的时代不久就会到来。

把模糊数学理论应用于决策研究，形成了模糊决策技术。模糊决策涉及自然科学、人文科学和管理科学等方面。在图像识别、人工智能、自动控制、信息处理、经济学、心理学、社会学、生态学、语言学、管理科学、医疗诊断、哲学研究等领域中，都得到广泛应用。只要经过仔细深入研究就会发现，在多数情况下，决策目标与约束条件均带有一定的模糊性，对复杂大系统的决策过程尤其如此。在这种情

况下，运用模糊决策技术，会显得更加自然，也将获得更加良好的效果。

1.2 基本概念与符号

首先用几个基本的概念来引出模糊集的相关定义。

令 X 是一个对象的空间，用 x 表示 X 的一个普通元素，于是就有 $X = \{x\}$ 。

X 的一个模糊集 A 通过隶属度函数 $f_A(x)$ 来刻画， $f_A(x)$ 使 X 内的每一个点与 $[0, 1]$ 内的一个实数相对应，用 $f_A(x)$ 在点 x 的值表示 x 在 A 内的隶属度。因而， $f_A(x)$ 的值越接近于 1， x 属于 A 的程度就越大。当 A 是通常意义上的普通集合时，它的隶属度取值只能是 0 或者 1，即 $f_A(x) = 0$ 或者 $f_A(x) = 1$ 。只有两个值，非真即假是普通集合的基本特征。

例如，令 X 是实数轴 R^1 ，令 A 是“比 1 大得多的数”的模糊集合。然后就能够用指定的 R^1 上的函数 $f_A(x)$ 给出一个明确的关于 A 的刻画。这样的函数表示的值可以是

$$f_A(1) = 0; f_A(2) = 0; f_A(5) = 0.01$$

$$f_A(10) = 0.2; f_A(100) = 0.95; f_A(500) = 1$$

模糊集 A 可以表示为

$$A = \frac{1}{0} + \frac{2}{0} + \frac{5}{0.01} + \frac{10}{0.2} + \frac{100}{0.95} + \frac{500}{1}$$

这里仅是借用了算术符号“+”和“-”，并不表示分式求和运算，而只是描述 A 中有哪些元素和各个元素的隶属度值。也可使用形式上的“ \sum ”符号，从而

可用这种方法表示论域为有限集合或可列集合的模糊集，如 $\sum_{i=1}^n A(x_i)/x_i$ 。还可使

用积分符号“ \int ”表示模糊集，这种表示法适合于任何种类的论域，特别是无限论域中的模糊集合的描述。与“ \sum ”符号相同，这里的“ \int ”仅是一种符号表示，并不意味着积分运算。对于任意论域 X 中的模糊集合 A 可记为： $\int_{x \in X} A(x)/x$ 。

当 X 是可数集时，模糊集的隶属度函数与概率函数有些相似，但是，这两个概念在本质上是不一样的。它们的区别在有些论文专著里有详细论述，本书在此不再赘述。

上面研究的都是单个集合的描述关系与定义，但更多时候往往需要研究的是模糊集与模糊集之间的关系，如身高与体重的联系。这些涉及模糊关系的定义。

(1) 如果关系 R 是 $U \times V$ 的一个模糊子集, 则称 R 为 $U \times V$ 的一个模糊关系, 其隶属度函数为 $\mu_R(x, y)$ 。隶属度函数 $\mu_R(x, y)$ 表示 x, y 具有关系 R 的程度。

(2) 若一个矩阵元素取值为 $[0, 1]$, 则该矩阵称为模糊矩阵。同普通矩阵一样, 有模糊单位阵, 记为 I ; 模糊零矩阵, 记为 0 ; 元素皆为 1 的矩阵用 J 表示。

(3) 模糊矩阵的表示。

$X \times Y$ 上的模糊关系用 R 表示如下:

$$\begin{array}{cccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_3, y_1) & \mu_R(x_4, y_1) \\ y_2 & \mu_R(x_1, y_2) & \mu_R(x_2, y_2) & \mu_R(x_3, y_2) & \mu_R(x_4, y_2) \\ y_3 & \mu_R(x_1, y_3) & \mu_R(x_2, y_3) & \mu_R(x_3, y_3) & \mu_R(x_4, y_3) \\ y_4 & \mu_R(x_1, y_4) & \mu_R(x_2, y_4) & \mu_R(x_3, y_4) & \mu_R(x_4, y_4) \end{array}$$

下面介绍模糊集的一些基本运算。

(1) 补。

\bar{A} 表示模糊集合 A 的补集, 定义为 $f_{\bar{A}} = 1 - f_A$ 。

(2) 包含。

B 包含 A , 当且仅当 $f_A(x) \leq f_B(x)$ 。用符号表示为 $A \subset B \Leftrightarrow f_A(x) \leq f_B(x)$ 。

(3) 并。

分别相应于隶属度函数 $f_A(x)$ 和 $f_B(x)$ 的模糊集合 A 和 B 的并模糊集 C , 记为 $C = A \cup B$ 。

集合 C 的隶属度函数通过 $f_C(x) = \max(f_A(x), f_B(x)), x \in X$ 表示, 该式可以简写成 $f_C = f_A \vee f_B$ 。

(4) 交。

分别相应于隶属度函数 $f_A(x)$ 和 $f_B(x)$ 的模糊集合 A 和 B 的交模糊集 C , 记为 $C = A \cap B$ 。

集合 C 的隶属度函数通过 $f_C(x) = \min(f_A(x), f_B(x)), x \in X$ 表示, 该式可以简写成 $f_C = f_A \wedge f_B$ 。

除了并和交的运算, 还有一些常用的代数运算。

(1) 代数积。

用 AB 表示 A 和 B 的代数积, 依据 A 和 B 的隶属度函数可以表示为 $f_{AB} = f_A f_B$ 。显然, $AB \subset A \cap B$ 。

(2) 代数和。

用 $A + B$ 表示 A 和 B 的代数和, 依据 A 和 B 的隶属度函数可以表示为

$f_{A+B} = f_A + f_B$, ($f_A + f_B \leq 1$)。显然, $A + B \subset A \cup B$ 。

(3) 绝对差。

用 $|A - B|$ 表示 A 和 B 的绝对差, 依据 A 和 B 的隶属度函数可以表示为 $f_{|A-B|} = |f_A - f_B|$ 。

下面通过几个例子说明模糊理论。

例 1 设以人的岁数作为论域 $U = [0, 120]$, 单位是“岁”, 那么“年轻”、“年老”, 都是 U 上的模糊子集。隶属函数如下所述。

$\mu_A(u) = \text{“年轻”}$:

$$\begin{cases} 1, & 0 < u \leq 25 \\ \left[1 + \left(\frac{u-25}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 25 < u < 120 \end{cases} \quad (1.1)$$

$\mu_B(u) = \text{“年老”}$:

$$\begin{cases} 0, & 0 < u \leq 50 \\ \left[1 + \left(\frac{u-50}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 50 < u < 120 \end{cases} \quad (1.2)$$

式(1.1)表示: 不大于 25 岁的人, 对子集“年轻”的隶属函数值是 1, 即一定属于这一子集; 而大于 25 岁的人, 对子集“年轻”的隶属函数值按 $\left[1 + \left(\frac{u-25}{5}\right)^2\right]^{-1}$ 来计算。例如, 对于 40 岁的人, 隶属函数值 $\mu_A(u=40) = \left[1 + \left(\frac{40-25}{5}\right)^2\right]^{-1} = 0.1$ 。

同理, 由式(1.2)可得: $\mu_B(u=55) = 0.5$, $\mu_B(u=60) = 0.8$ 。

例 2 一个房地产商想将销售给客户的商品房进行分类。房子舒适度的一个标志是其卧室的数量。设 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 是房子卧室数集, 模糊集“对三口之家的舒适型房子”可以描述为

$$A = \{(1, 0.3), (2, 0.8), (3, 1), (4, 0.7), (5, 0.3)\}$$

模糊集“对三口之家的大面积型房子”可以描述为

$$B = \{(2, 0.4), (3, 0.6), (4, 0.8), (5, 1), (6, 1)\}$$

A 与 B 的并表示“大或者舒适的房子”, 为

$$A \cup B = \{(1, 0.3), (2, 0.8), (3, 1), (4, 0.8), (5, 1), (6, 1)\}$$

A 与 B 的交表示“又大又舒适的房子”，为

$$A \cap B = \{(2, 0.4), (3, 0.6), (4, 0.7), (5, 0.3)\}$$

B 的补集表示“不大的房子”，为

$$\overline{B} = \{(1, 1), (2, 0.6), (3, 0.4), (4, 0.2)\}$$

例 3 某医生今天给 5 个发烧患者看病，设为 $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ，其体温分别为：38.9°C、37.2°C、37.8°C、39.2°C、38.1°C。医生在统计表上就可以这样写：

37°C 以上的有 5 人： $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ；

38°C 以上的有 3 人： $\{x_1, x_4, x_5\}$ ；

39°C 以上的有 1 人： $\{x_4\}$ 。

如果规定 37.5°C 以下的不算发烧，问有多少发烧患者？医生就可以回答： $\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$ ，但所谓“发烧”实际上是一个模糊概念，它存在程度上的不同，也就是要用隶属函数来描述。如果根据医生的经验规定，对于“发烧”：

体温 39°C 以上的隶属函数 $\mu(x) = 1$ ；

体温 38.5°C 以上不到 39°C 的隶属函数 $\mu(x) = 0.9$ ；

体温 38°C 以上不到 38.5°C 的隶属函数 $\mu(x) = 0.7$ ；

体温 37.5°C 以上不到 38°C 的隶属函数 $\mu(x) = 0.4$ ；

体温 37.5°C 以下的隶属函数 $\mu(x) = 0$ 。

用模糊集合来处理这个问题。设 $A = \frac{0.9}{x_1} + \frac{0}{x_2} + \frac{0.4}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \frac{0.7}{x_5}$ ，现在问：隶属

函数 $\mu_A(x) > 0.9$ 的有哪些人，用 $A_{0.9}$ 表示这一集合，则 $A_{0.9} = \{x_1, x_4\}$ 。同理， $A_{0.8} = \{x_1, x_4\}$ ， $A_{0.6} = \{x_1, x_4, x_5\}$ ， $A_{0.4} = \{x_1, x_3, x_4, x_5\}$ 。

参 考 文 献

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338.

第2章 服务科学中的决策问题

2.1 决策理论与方法

2.1.1 决策的概念及基本要素

决策是人们日常生活和工作中普遍存在的一种活动。这种活动小到个人生活消费的选择，大到国家政策的制定，无一不需要在采取行动前做出及时合理的决定。决策的基本含义就是作决定，是人类的一种有目的的思维活动。决策存在于人类的一切实践活动中，存在于人类历史的全过程。人类以其独有的决策能力，改变着其与自然及社会的关系。在我国及世界许多国家的发展历史中涌现出许多杰出的领袖，他们的共同之处是拥有非凡的决策能力。但是早期人类社会活动的范围比较小，生产能力水平低下，因而决策的影响在深度与广度上都有限。人们主要依靠日积月累的经验、智慧和个人才能进行决策，缺乏科学理论方法的指导，因而这种凭借传统意义上的经验决策已经难以适应现代化社会大生产和现代科学技术的飞速发展。

在近代由于世界政治、经济、军事和科学等领域的变化，迫切要求决策向科学化的方向发展。正是由于这样的客观需要，吸引了大量的管理学者和其他学科的科学家去探索决策活动的规律性，研究科学决策的理论与方法，使决策问题得到了充分重视和深入研究，促进了决策科学理论的形成与发展。20世纪30年代，美国管理学者巴纳德和斯特恩将决策的概念引入管理理论，后来美国的西蒙和马奇等结合前人理论，创立了现代决策理论。60年代美国著名的经济与管理学家西蒙提出的“管理就是决策”，突出了决策在现代管理中的重要地位。

对于决策有两种理解：一种是狭义的理解，认为决策就是做出决定，即仅是人们从不同的行动方案中做出最佳选择；另一种是广义的理解，把决策看做一个过程。我们认为决策不是瞬间的行为，而是包括发现问题、提出问题和解决问题的过程。人们对于行动方案的确定要经过诊断问题、确定目标、探索方案等一系列的准备活动。如果不注重前期的过程，会对决策的质量产生很大的影响。决策的定义就是人们为了达到一定目标，在充分掌握信息和对有关情况进行深刻分析的基础上，用科学的方法拟订并评估各种方案，从中选出合理方案的过程。