西方文化中的数学

〔美〕莫里斯·克莱因 著

商务印书馆
创于1897 The Commercial Press

西方文化中的数学

〔美〕莫里斯·克莱因 著

张祖贵 译

商務印書館
创于1897 The Commercial Press

2013年·北京

图书在版编目(CIP)数据

西方文化中的数学/(美)克莱因著;张祖贵译. —北京:商务印书馆,2013

ISBN 978-7-100-09402-3

I. ①西… II. ①克…②张… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 213688 号

西方文化中的数学

〔美〕莫里斯·克莱因 著

张祖贵 译

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街36号 邮政编码100710)

商 务 印 书 馆 发 行

北京市松源印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-100-09402-3

2013年6月第1版　　开本 850×1168 1/32

2013年6月北京第1次印刷　　印张 $20\frac{3}{8}$　插页 8

定价:53.00元

中译本根据英国牛津大学出版社 1964 年版译出

特约编辑：汪　宇
责任编辑：郭继贤

译者前言——论莫里斯·克莱因的数学哲学思想[①]

张祖贵

莫里斯·克莱因(Morris Kline,1908—1992)是美国著名的应用数学家、数学教育家、数学史学家和数学哲学家。他于1936年在纽约大学获得数学方面的哲学博士学位。1936—1938年任普林斯顿高等研究院助理研究员,1942—1945年以物理学家身份供职于美国陆军通信部队。除此之外,他的绝大部分时间是在纽约大学从事研究与教学工作。他还执教于斯坦福大学,美国和德国的一些科研与教学机构也不时聘请他。他一直是德国古根海姆(John Simon Guggenheim)荣誉研究员和富布赖特(Fulbrighter)讲座主持人。他曾担任纽约大学柯朗数学科学研究所电磁研究部主任长达20年,担任纽约大学研究生数学教学委员会主席11年。他拥有无线电工程方面的多项发明专利。M.克莱因曾是纽约大学柯朗数学科学研究所退休教授,《数学杂志》(*Mathematics Magazine*)和《精密科学的历史档案》(*Archive for History of Exact Sciences*)两家刊物的编委。

---

① 本文原载《自然辩证法通讯》1989年第6期。此次收人时略有增补。

《古今数学思想》[①](*Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*,1972)是M.克莱因的代表作,不仅在科学界,而且在整个文化界都颇有影响。长期以来,他对数学哲学进行了深入研究,从多方面、多层次提出了许多新颖、独特的观点。主要代表著作有:《数学与物理世界》(*Mathematics and the Physical World*,1959)、《数学:确定性的丧失》(*Mathematics: The Loss of Certainty*,1980)、《西方文化中的数学》(*Mathematics in Western Culture*,1953)、《数学:一种文化探索》(*Mathematics, A Cultural Approach*,1962)、《数学与对知识的探索》(*Mathematics and the Search for Knowledge*,1985)。在轰轰烈烈的"新数学"运动中,他从数学哲学、数学历史的角度阐述了自己对数学教育改革的态度,发表了一系列著作:《为培养通才的数学》(*Mathematics for Liberal Arts*,1967)、《为什么约翰不会做加法:新数学的失败》(*Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Mathematics*,1973)、《为什么教授不能教书》(*Why the Professor Can't Teach?* 1977)。

由于M.克莱因的主要研究领域是在应用数学和电磁学方面,因此他并不像当代许多数学哲学家一样直接从事数学基础(如数理逻辑等)的研究,也不像维特根斯坦(Wittgenstein)、拉卡托斯(Lakatos)等人从哲学研究的角度审视数学。但是,这并不妨碍他的数学哲学研究。他以自己独特的数学研究感受,对数学历史的

---

① 台湾九章出版社1979年出版了该书中译本《数学史——数学思想的发展》(林炎全、洪万生、杨康景松译)。同年,上海科学技术出版社出版了该书中译本《古今数学思想》(北京大学数学系组织翻译)。

深入研究和认识，对数学基础问题、数学本体论问题、数学真理性问题、数学文化等一系列数学哲学的基本方面进行了认真研究，在学术界产生了深远影响。

（一）作为数学哲学出发点的数学史观

在《古今数学思想》和《数学：确定性的丧失》两书序言的题头，克莱因都引用了 H. 庞加莱的名言："如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门科学的历史和现状。"他的数学哲学研究工作，就是按照这样的精神进行的。无论是在刚才提到的两书中（《古今数学思想》本身就是数学史专著），还是在《数学与物理世界》、《西方文化中的数学》中，都是以数学史为经线，按照历史的线索阐述自己的观点。在这个意义上，他可以称得上是科学哲学中标准的历史主义学派代表。

在纽约大学柯朗数学科学研究所，他与希尔伯特的学生 R. 柯朗（Courant，1888—1972）关系十分密切，这使得他也深受格丁根（Göttingen）大学数学传统的影响，注重研究数学史。在数学史的研究中，他除了关注重大的数学创造和发展以外，极度关心的问题就是：对数学本身的看法，不同时期这种看法的转变，以及数学家对于他们自己的成就的理解等[①]——而这些就是数学哲学所研究的问题。他认为，数学的历史发展与数学哲学有关问题的逻辑发展，如数学与外部世界、数学真理论、数学文化的发展有着惊人的

① M. 克莱因：《古今数学思想》第 1 册，上海科学技术出版社，1979 年，序Ⅳ页。

一致性，因此他在论述这些问题时倾向于采用历史的方法。在他看来，历史的方法是考察思想如何产生、是什么激发了对这些思想的研究以及这些思想是如何影响其他领域的最恰当的方法。他在谈到用历史方法探讨数学文化时说到，这样将会使人们了解到“数学作为一个整体是如何发展的，数学的活跃时期和沉寂时期与相应的西方文明发展时期的关系怎样，以及文明的进程如何影响数学的内容和实质”①。数学史是他研究数学哲学的基本出发点。

那么，克莱因的数学史观是怎样的呢？从数学哲学研究方面来看，数学史可以为其提供广阔、真实的背景。例如，数学教育使人觉得数学真理性是天经地义的，但是，只要考察数学史就可以认识到，这种认识并非正确。数学的历史告诉人们：“数学的展开不是逻辑的。把直觉、巧妙的推测、纯粹形式上的运算（不加批判地使用）和一些物理论证拼凑起来，便引导着数学家们去肯定他们所谓的‘定理’。”②算术、代数、微积分以及大部分数学分析的发展史都证明了这一点，所以，数学哲学的诸多基本问题，在数学发展的历史中就已经显现出来了。

克莱因在看待数学历史发展时，主张历史渐变论。他认为，数学历史告诉人们，数学中的各个分支的发展是由汇集不同方面的成果，点滴积累而成的，常常需要几十年，甚至几百年的努力才能迈出有意义的几步。当然同时他也肯定集大成者的决定作用。在评价微积分的发展与牛顿在这一发展中的作用时，他明确地表明

---

① 见本书边码第 viii 页。

② M. 克莱因：“数学的基础”（上），《自然杂志》，1979 年第 4 期，第 229 页。

了这一观点。他说:“数学和科学中的巨大进展,几乎总是建立在几百年中做出一点一滴贡献的许多人的工作之上的。需要有一个人来走那最高和最后的一步,这个人要能足够敏锐地从纷乱的猜测和说明中清理出前人的有价值的说法,有足够的想象力把这些碎片重新组织起来,并且足够大胆地制定一个宏伟的计划。在微积分中,这个人就是伊萨克·牛顿。”[①]他的这一观点,在他整个数学史研究中显得十分突出。

由于他的这种渐变论观点,因此在他的数学史研究中,同时也在他的数学本体论、数学真理论、数学文化的研究中,占据主导地位的就是数学课题,而不是数学家。他认为,数学的每一个分支打上了它的奠基者的烙印,并且杰出的人物在确定数学的进程方面起决定性作用。但是,即使研究数学家,特意叙述的也是他们的思想,传记完全是次要的。在这方面他特别欣赏帕斯卡的一句话:“当我们援引作者时,我们是援引他们的证明,不是援引他们的姓名。”因此,在他的著作中,数学课题的研究、数学思想的研究远远超过对数学家本人的研究。如在“形式主义与集合论基础”一章中,他对希尔伯特这位 20 世纪的伟大数学家,并没有研究多少生活状况,而是着重剖析其思想。在对希尔伯特的“有限性”思想进行分析时,他指出,希尔伯特“有限性”思想相当混乱,如希尔伯特在 1925 年认为命题“如果 P 是一个素数,则存在一个比 P 大的素数”是一个非有限性的命题,而认为命题“如果 P 是一个素数,则在 P 与 $P!+1$ 之间存在一个素数”是一个有限性的命题。而在

① M. 克莱因:《古今数学思想》第 2 册,第 65—66 页。

1934 年的论文中，希尔伯特又提出了另外一套标准[①]。因此，克莱因认为，数学家的思想应是数学史的核心，因为它是数学课题的主要的、真正富有活力的、反映数学本来面目的组成部分。

春天的紫罗兰到处开放。在本质上，克莱因相信数学历史发展有其固有的规律性。与崇尚数学思想而不过分崇尚一个个具体的数学家的思想一致，他总是试图说明每一项重大数学发明的前因后果，而这种因果关系在他看来完全可以从科学、数学发展中找出。正因为如此，他对数学史上的优先权之争持一种“多元”、“两可”的态度。在对待非欧几何的优先权时，他的这种态度最为明显。他写道：“任何较大的数学分支甚或较大的特殊成果，都不会只是个人的工作。充其量，某些决定性步骤或证明可以归功于个人。这种数学积累的发展特别适用于非欧几何。如果非欧几何的诞生是指人们认识到除了欧几里得几何之外还可以有他种几何的话，那么它的诞生应归功于克吕格尔(Klügel)与兰伯特(Lambert)。如果非欧几何意味着，一系列包括异于欧氏平行公理的公理系统推论的技术性推导，那么最大的功绩必须归于萨凯里(Saccheri)，即便是他也利用了很多人寻求更易于接受的代换欧氏公理上的工作。然而有关非欧几何最大的事实是它可以描述物质空间，像欧氏几何一样地正确……这种认识，不需要任何技术性的数学推导(因已有人做过)，首先是由高斯(Gauss)获得的。”[②]在研究变分法的历史时，他对优先权也是持这种态度。我们认为，这种态

① M. Kline, *Mathematics: The Loss of Certainty*, p. 250.

② M. 克莱因：《古今数学思想》第 3 册，第 285—286 页。

度对于数学思想史来说,也许更接近历史的真相。

作为一位数学家,克莱因认为,数学史对于专业的数学家和未来的数学家都有帮助。在他看来,历史背景是很重要的。现代数学已经出现了成百上千的分支,全能的数学家已极难出现,为了能了解数学的重大问题和目标,从而能对数学发展的主流做出贡献,最稳妥的办法也许就是要对于数学的过去成就、传统和目标有一定的了解,以使自己的研究工作能被导入有成果的渠道。为了实现这样的愿望,他的数学史著作为数学家的工作提供了十分翔实的背景,正因为如此,《古今数学思想》被人评论为:"就数学史而论,这是迄今为止最好的一本。"

作为一位数学教育家,克莱因对数学史在数学教育中的作用寄予了极高的愿望。格丁根大学的传统使得他和柯朗都非常注重数学教育。在他们看来,通常数学教科书所介绍的是一些没有什么关系的数学片断,它们给出一个系统的逻辑叙述,使人们产生了这样的错觉,似乎数学家们几乎理所当然地从定理到定理,数学家们能克服任何困难。而且课本字斟句酌的叙述,不能反映数学家们艰难的探索过程①,所有这些对于培养真正的富有创造力的数学家都是极其不利的。不仅如此,他们还对世界范围内的数学教育深感担忧。柯朗在为克莱因的《西方文化中的数学》写的序言中指出:"科学家们与世隔绝的研究,教师们少得可怜的热情,还有大量枯燥乏味、商业气十足的教科书和无视智力训练的教学风气,已经在教育界掀起了一股反数学的浪潮。然而,我们深信,公众依然

① M. 克莱因:《古今数学思想》,序言 vi—vii。

对数学有浓厚的兴趣。”[①]为了扭转这种状况，克服数学教科书和数学教学中的诸多弊端，克莱因认为数学史能起到有效的作用。数学史可以提供整个课程的概况，使课程的内容互相联系，并且与数学思想的主干联系起来；数学史可以让学生们看到数学家们的真实创造历史——如何跌跤、如何在迷雾中摸索前进，从而鼓起研究的勇气；从历史的角度来讲解数学，是使人们理解数学内容和鉴赏数学魅力的最好的方法之一。他的这一良苦用心，今天已得到了越来越多的人士的认可。

正是从对数学历史的考察中与对数学教育特点的思考中，使克莱因认识到，学生学习数学的过程与数学发展的历程有一定的类似性，即遵从生物发生学的一个基本规律：个体的成长要经历种族成长的所有阶段，顺序相同，只是所经历的时间缩短。由此出发，他认为“新数学”过分强调逻辑教学，有悖上述规律，因此注定了要失败。他在《为什么约翰不会做加法：新数学的失败》中，就是通过历史考察对“新数学”运动提出了尖锐的批评：“由于新数学的主要革新是将演绎法用于一般的数学科目上，我们要确定的是在数学方法上，特别在能否增进学生对数学的理解上，究竟有什么优点？经多方面的考量，不能不说这一问题的答案是否定的。首先，让我们了解数学本身的发展及其发展历史上，是否提供任何有助于我们判断的证据。毕竟数学是由了解数学的人所创建，且看欧几里得、阿基米德、牛顿、欧拉及高斯等大师是如何懂得数学的？”“直到19世纪后期，数学、代数、分析（微积分及其延展）的逻辑基

① 见本书边码第v页。

础才开始建立，这一层至关重要。换句话说，多少世纪以来，数学的各主要分科的建立，几乎全未依赖逻辑发展。伟人的直觉显然比逻辑更有力量。”“从上述历史能推断出什么结论？最具有直觉意义的概念，像整数、分数及几何概念最先被接受及运用，似乎明白不过。较少直觉的概念，像无理数、负数、复数、用字母做一般系数以及微积分等概念的建立和被接受，则各需许多世纪。……直觉凭证诱导数学家加以接受，逻辑的到来通常迟于创建以后很久，并且很不容易。数学的历史虽未证明，但已提示我们逻辑方法远较困难。”①近年来，数学教育中越来越重视数学史，实与柯朗、克莱因等人的呼吁有一定联系。

不考虑数学史的数学哲学是苍白无力的。在数学哲学家探讨数学的方法中，数学史提供了一种最实际、最有效的方法。克莱因准确地把握了这一点。

(二)数学与物理世界——数学本体论

数学研究对象的本体论问题，在很大程度上讨论的就是数学概念是否反映客观的真实实在这一问题②。克莱因，作为一位应用数学家和数学哲学家，当然非常关注数学本体论，不过他将问题稍微作了一点变换。他在讨论数学本体论时，主要讨论数学与物理世界的关系问题。当然这不仅仅因为他为此写了一本专著《数

① 转引自洪万生：《从李约瑟出发》，第12—13页。

② 夏基松、郑毓信：《西方数学哲学》，人民出版社，1986年，第201页。

学与物理世界》，而且他在讨论数学真理性等问题时，都主要以数学与物理科学发展的关系来说明数学与客观真实实在的关系。

从学术流派上来分，在数学本体论观点上，克莱因有着较明显的形式主义数学观，认为数学命题是按照一定法则组成的符号系列，数学家有创造数学结构的自由。他对实在论，即数学的研究对象是一种独立于人类认识的客观存在的观点，持较明确的反对态度。我认为，他在数学本体论方面的这一观点，相当准确地反映了数学发展的实质，值得引起我们的重视。

《数学与物理世界》一书的目的之一，就是展示数学在研究自然时的作用，从中人们可以看到数学是怎样成为以及为什么会成为科学理论的核心的[①]。从欧氏几何对物理空间的描述，圆锥曲线理论应用于近代天文学理论，微积分对于近代科学发展的决定性影响，直到麦克斯韦的电磁学微分方程组、广义相对论所利用的黎曼几何，似乎都在证实，而且在不断证实：上帝在一开始就创造了数学，然后再按照数学定律创造了宇宙和地球[②]；数学是关于客观现实世界的数量关系和结构关系的一门科学。但是，克莱因对于数学与物理科学发展的历史进行了详细的分析后，再结合现代数学的特点和本质，却宣告：这种观点是站不住脚的。但是，他没有否认数学对于科学（主要是物理科学）的极其有效的作用，而是给出了独到的分析。

在克莱因看来，数学不包含真理（这是他的真理观，下面将详

① M. Kline, *Mathematics and the Physical World*，序 viii 页。

② 同上书，p. 467。

细论述)，因此就没有必要解释数学是如何产生真理的，而只需要阐释物理世界和数学描述两者之间的关系。这种关系怎样呢？他认为主要体现在这样几个方面：

(1)数学开始于选择某些在研究物理世界时所出现的概念，如数的概念和几何学中的一些概念；

(2)在数学应用于物理世界的过程中，最富有成果的是某些非数学公理也进入到这一过程，如牛顿数学力学体系中的运动定律和万有引力定律；

(3)将数学方法应用于自然界时，数学家和科学家得到新的结论的途径有明显的区别，数学家们诉诸于逻辑演绎，而科学家则依靠观察和实验来验证数学结论①。

在这些关系中，有什么能够确保数学准确地反映客观实在呢？没有！但是，数学发展和科学发展的历史却一再表明，数学对于科学发展是异常有用的，怎么解释呢？克莱因老老实实承认，数学陈述对物理世界的分析的有效性是不可解释的，正如世界本身的存在性和人的存在性一样②。

不仅如此，他甚至认为数学对科学发展的作用与日俱增，它不仅满足了科学的需要，而且指明了科学发展的方向，为人类认识自然、把握自然提供了最重要的方法。在他看来，这都是由于数学中非欧几何等重大变革所造成的。他强调指出："非欧几何的出现不仅没有摧毁数学的这种价值和它的结论的可信性，而且令人难以

① M. Kline, *Mathematics and the Physical World*, pp. 469—470.

② 同上书，pp. 471—472。

置信地增加了它的作用，因为数学家感觉到了迅速研究新思想的自由，而且发现它们是十分有用的。”[①]

克莱因认为，在非欧几何被人们认可以前，人们对数学与物理世界关系的认识都是错误的。他在评价 19 世纪的数学时指出："从数学未来发展的角度看，这个世纪发生的最重要的事情是，获得了数学与自然界的关系的正确看法。”[②]这些看法是，数学是与自然界里的概念和法则全然不同的；数学具有一定程度的人为性(artificiality)；数学能够引进并研究一些相当任意的概念和理念，它们或者像四元数那样没有直接的物理解释，但却是有用的，或者像 n 维空间几何那样，满足一种普遍性的要求；数学与其他领域的区别在于它自由地创造自己的概念，而无需顾及是否实际存在，等等。总之，这种正确的看法是充分认识到数学是人的创造物，认识到必须将数学知识与真理区分开，因为科学的确是在寻求关于物质世界的真理，因此也必须将数学与科学(至少是自然科学)区分开[③]。这样，我们就看到，克莱因抛弃了数学实在论。

克莱因说："(数学)真理神圣性的丧失，似乎解决了关于数学的本质这一个古老问题。数学是像高山、大海一样独立于人而存在，还是完全是人的创造物呢？换句话说，数学究竟是数学家们经过辛勤劳动挖掘出的深藏了若干世纪的宝玉，还是他们制作出的一块人造的石头呢？”在他看来，答案是十分明显的。尽管有各种各样的实在论观点，然而“数学的确似乎是人造的、易犯错误的思

---

① M. Kline, *Mathematics and the Physical World*, p. 465。

② M. 克莱因：《古今数学思想》第 3 册，第 101 页。

③ 本书边码第 10 页。

想的产物，而不是独立于人的永恒世界中的东西；数学并不是建立在客观现实基础上的一座钢筋结构，而是人在思想领域中进行特别探索时，与人的玄想连在一起的蜘蛛网"①。在他看来，数学本体论问题获得了一种全新的解决。

那么，怎样看待数学发展与物理世界的关系呢？他认为，即使是牵涉到像几何空间这样的理论，应该首先接受这样的事实：以物理空间为基础的思想体系（这是一种数学理论）与物理空间是不同的。然后我们所采取的态度是，把任何关于物理空间的理论（欧氏几何也好，非欧几何也好）都作为一种纯粹的主观构造，而不要责备它与现实相悖。人创造出一种几何，欧氏几何或非欧几何，然后由此决定他的空间观念。这样的好处是，尽管不能肯定空间具有客观的某些特征，但是人们却能对空间进行思考，并且在科学研究中利用这种理论。在他看来，如此这般建立的数学理论并不否认存在诸如客观物质世界这样的内容，它仅仅强调了这样的事实：人们关于物理世界的判断，所获的结论纯粹是自己的创造。

那么这种创造怎么可能会对人类认识客观世界发挥作用呢？对此，克莱因从三方面给出了回答。

(1)人的自由创造是否"有用"，是一个长期的历史过程，一时的"功利"标准，可能会断送极富创造力的数学成果。如圆锥曲线论、群论、黎曼几何在刚产生时不是一种自由创造吗？可它们后来不都发挥了巨大的作用吗②？

① 本书边码第431页。

② M. Kline, *Mathematics and the Physical World*, pp. 472—473.