



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿



高中 优秀教案

本丛书经新课标专家审定

南方出版社



配新课标苏教版

【必修2】**数 学**



志鸿优化系列丛书

高中 优秀教案

丛书主编 任志鸿

本册主编 王 慧 吴伟昌

副 主 编 蔡旭林 韩 杰

编 者 王小元 王 慧 吴伟昌

张 彬 韩 杰 蔡旭林

配新课标苏教版

【必修2】数 学

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案. 数学. 2:必修:新课标苏教版/任志鸿主编. —2版. —海口:
南方出版社, 2005. 8(2008. 8重印)

(志鸿优化系列丛书)

ISBN 978-7-80660-535-6

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 101351 号

责任编辑:杨 凯

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案·数学·必修:2

任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898—66160822

淄博德恒印刷有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2008 年 8 月第 4 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:81 字数:1670 千字

定价:162.00 元(全套共 5 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)



前言

EXCELLENT TEACHING PLANS

FOREWORD

高中新课程标准的教材如何教,新课程标准的课堂教学如何设计,这不仅是首批课改省区一线教师孜孜探究的课题,更是后续课改省区广大教师亟待解决的问题。

率先进入高中新课程改革实验区的教研机构和一线教师在课改实践中积累了丰富的教研和教学经验。为了能让这累累硕果与所有教育工作者分享,部分从事课程标准制定、研究的专家,从事教材编写、进行教材研究的学者,还有在教学一线埋头实践新课程理念的研究型教师走到了一起,把最能直接体现新课程标准教学研究成果的教案集结成书,精心打造了这套《优秀教案》丛书。

本套图书紧扣“提升学科素养,注重能力生成”的课标理念,以“好用+实用”作为编写落脚点,把专家的最新研究成果与一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在部分课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案或者针对某个教学环节提供多种设计思路,便于教师选择、参考;“实用”主要体现在备课要素齐全,内容详实完备,资料丰富实用。

与现有的教案性质的教师用书相比,本套图书具有一些鲜明的特色。其一,每节课提供两种教学设计方案:一种详案,教师可直接拿来上课教学;一种简案,教师可借鉴上课,启发教学思维。两案供教师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。向教师们提供更多的教学设计选择。其二,提供精选的备课资料和常用的网络教学资源,解决教师备课急需的参考资料缺乏的问题。备课资料紧密联系教材内容,均为精选的紧贴学生生活,充满时代气息,汇集生活现实、社会热点、科技前沿的资料信息;常用网络教学资源附在书末,网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

本丛书按照课时编写,遵循课堂教学规律,主要设置如下栏目:

单元设计 按单元(课)规划教学。系统概括单元(课)知识结构和特点,整体规划单元(课)教学思路、教学方法、教学目标和课时安排。从单元角度整体分析教材,安排教学。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

整(总)体设计 对每课的教材作简要分析,提示本课的重点难点、三维目标、课时安排等,有助于教师短时间内了解教材要点,确立教学目标,把握重点难点,从宏观上高效指导授课全程。

教学设计(过程) 按课时编写,每一课时分“导语设计”“推进新课(文本解读)”“课堂小结”等几个环节。以问题情境为中心,以师生互动探究活动为主要信息传递方式,强调学生的主体地位,重视学生的个人体验,力求通过教学活动促进学生高效学习并养成自主学习习惯。

部分课时提供多个教学设计方案,或者针对某个教学环节提供多种设计思路供教师依据个人教学风格灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。

精彩(设计)感想 通过简练的语言对教学设计的优缺点进行点评,指出本课设计的亮点、优点及缺陷与不足,帮助教师从容选择。

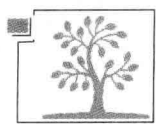
习题详解 对教材每一节课后的习题进行详细解答,包括详细答案、解析过程和方法等,以方便教师进行习题讲解和批改作业时使用。

备课资料(资料选编) 联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

时代在发展,学生在变化,教学改革与研究在推进,《优秀教案》丛书要跟上这些变化需要不断的更新,需要广大教师的积极参与。丛书编委会诚挚的邀请更多的教师参与本套图书的更新,提供优秀的教学案例与同行们交流、分享,提出图书改进的意见和建议,使该书更实用更好用,共同为我们的基础教育事业贡献一份力量。

优秀教案丛书编委会

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



目录

CONTENTS

模块纵览	1
------------	---

第 1 章 立体几何初步	4
--------------------	---

1.1 空间几何体	6
-----------------	---

1.1.1 棱柱、棱锥和棱台	6
----------------------	---

1.1.2 圆柱、圆锥、圆台和球	14
------------------------	----

1.1.3 中心投影和平行投影	23
-----------------------	----

1.1.4 直观图画法	28
-------------------	----

1.2 点、线、面之间的位置关系	40
------------------------	----

1.2.1 平面的基本性质	40
---------------------	----

1.2.2 空间两条直线的位置关系	52
-------------------------	----

1.2.3 直线与平面的位置关系	66
------------------------	----

1.2.4 平面与平面的位置关系	81
------------------------	----

1.3 空间几何体的表面积和体积	103
------------------------	-----

1.3.1 空间几何体的表面积	103
-----------------------	-----

1.3.2 空间几何体的体积(一)	111
-------------------------	-----

1.3.2 空间几何体的体积(二)	119
-------------------------	-----

本章复习	128
------------	-----

第 2 章 平面解析几何初步	137
----------------------	-----

2.1 直线与方程	139
-----------------	-----

2.1.1 直线的斜率	139
-------------------	-----

2.1.2 直线的方程	151
-------------------	-----

2.1.3 两条直线的平行与垂直	168
------------------------	-----

2.1.4 两条直线的交点	179
---------------------	-----

2.1.5	平面上两点间的距离	187
2.1.6	点到直线的距离	195
2.2	圆与方程	213
2.2.1	圆的方程	213
2.2.2	直线与圆的位置关系	230
2.2.3	圆与圆的位置关系	241
2.3	空间直角坐标系	253
2.3.1	空间直角坐标系	253
2.3.2	空间两点间的距离	262
	本章复习	271

模块纵览

课标要求

本模块的内容包括:立体几何初步、平面解析几何初步.

通过立体几何初步的教学,使学生经历直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算等方法认识和探索几何图形及其性质的过程;使学生直观认识和理解空间点、线、面的位置关系,能用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定,并对某些结论进行论证,了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法;培养和发展学生的空间想象能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力;使学生感受、体验从整体到局部、从具体到抽象,由浅入深、由表及里、由粗到细等认识事物的一般科学方法.

通过平面解析几何初步的教学,使学生经历在平面直角坐标系中建立直线和圆的方程的过程,学会运用代数方法研究它们的几何性质及其相互位置关系;了解空间直角坐标系;体会数形结合的思想,初步形成用代数方法解决几何问题的能力;培养学生运动变化、相互联系、相互转化的辩证唯物主义观点.

内容概述

1. 立体几何初步

(1) 空间几何体

直观了解柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些结构特征描述现实生活中简单物体的结构.

能画出简单空间图形(棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球等的简易组合)的三视图,能识别上述的三视图所表示的立体模型,会能使用纸板等材料制作简单空间图形(例如长方体、圆柱、圆锥等)的模型,会用斜二测法画出它们的直观图.

了解空间图形的两种不同表示形式(三视图和直观图),了解三视图、直观图与它们所表示的立体模型之间的内在联系.

会画某些简单实物的三视图与直观图(在不影响图形特征的基础上,直观图的尺寸、线条等不作严格要求).

(2) 点、线、面之间的位置关系

理解空间点、线、面的位置关系,会用数学语言规范地表述空间点、线、面的位置关系,了解相关公理和定理.

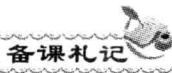
了解空间线面平行、垂直的有关概念,能正确地判断空间线线、线面与面面的位置关系,理解有关空间中线面平行、垂直的判定和性质定理,能用图形语言和符号语言表述这些定理,并能加以证明,能运用定理证明一些空间位置关系的简单命题.

了解异面直线所成的角、直线与平面所成的角、二面角及其平面角的概念,了解点到平面的距离、平行于平面的直线到平面的距离、两个平行平面间的距离的概念(上述角与距离的计算不作要求).

(3) 柱、锥、台、球的表面积和体积

了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式),会求直棱柱、正棱锥、正棱台、圆柱、圆锥、圆台和球的表面积和体积.





2. 平面解析几何初步

(1) 直线与方程

结合具体图形,探索确定直线位置的几何要素(两个点、一点和方向).

理解直线的斜率和倾斜角的概念;掌握过两点的直线斜率的计算公式;了解直线的倾斜角的范围;理解直线的斜率和倾斜角之间的关系,能根据直线的倾斜角求出直线的斜率.

能根据斜率判定两条直线平行或垂直.

探索并掌握直线方程的几种形式(点斜式、斜截式、两点式及一般式)的特点与适用范围;能根据问题的具体条件选择恰当的形式求直线的方程;了解直线方程的斜截式与一次函数的关系.

了解二元一次方程组的解与两直线的交点坐标之间的关系,体会数形结合思想;能用解方程组的方法求两直线的交点坐标.

探索并掌握两点间的距离公式和点到直线的距离公式及其简单应用;会求两条平行直线间的距离.

(2) 圆与方程

了解确定圆的几何要素(圆心和半径、不在同一直线上的三个点等).

探索并掌握圆的标准方程与一般方程,能根据问题的条件选择恰当的形式求圆的方程;理解圆的标准方程与一般方程之间的关系,会进行互化.

能根据直线与圆的方程判断其位置关系(相交、相切、相离);能根据圆的方程判断圆与圆的位置关系(外离、外切、相交、内切、内含).

能用直线和圆的方程解决一些简单的问题.

(3) 用代数方法处理几何问题的思想

体会用代数方法处理几何问题的思想,感受“形”与“数”的对立和统一;初步掌握数形结合的思想方法在研究数学问题中的应用.

(4) 空间直角坐标系

了解空间直角坐标系;会用空间直角坐标系刻画点的位置.

了解空间中两点间的距离公式,并会简单应用.

教学建议

1. 关于立体几何初步的教学,应注意以下问题:

(1) 立体几何初步的教学重点是帮助学生逐步形成空间想象能力.教学中应通过丰富的实物模型进行演示,有条件的可以使用计算机演示柱、锥、台、球的生成过程,以帮助学生认识空间几何体的结构特征,逐步形成空间观念.

(2) 教学中,要注意以常见的空间几何体为载体,进行识图与画图的训练,使学生了解三视图与直观图的画法,初步掌握在平面上表示空间图形的方法和技能.这里,常见的空间几何体指:长方体、三棱锥、四棱台、圆柱、球等.

(3) 点、线、面的位置关系是立体几何初步中的重点内容,教学中应以长方体模型中的点、线、面关系作为载体,使学生在直观感知的基础上,认识空间中一般的点、线、面之间的位置关系;通过对空间图形的观察、实验、操作和思辨,使学生了解平行、垂直关系的基本性质以及判定方法,并能解决一些简单的推理论证及应用问题.

(4) 在教学中,要求对有关线面平行、垂直关系的性质定理进行证明,使学生体会证明的过程和方法;而线面平行、垂直关系的判定定理只要求直观感知、操作确认,教学中不要提高要求.教材中的例题、习题中的结论(包括三垂线定理)等不作为推理的依据.

(5) 关于空间中的“角”与“距离”,只要求了解异面直线所成的角、直线与平面所成的角、

二面角及其平面角和点到平面的距离、平行于平面的直线到平面的距离、两个平行平面间的距离的概念.对于这些角与距离的度量问题,只要在长方体模型中进行说明即可,具体计算不作要求.

(6)应注意引导学生结合实际模型,学会将自然语言转化为图形语言和符号语言,能做到准确地使用数学语言表述几何对象的位置关系.例如,教材中的公理、推论和定理,都是用自然语言叙述的,教学中,要帮助学生学会用图形语言和符号语言来描述.

(7)教学中,要注意联系平面图形的知识,利用类比、联想等方法,辨别平面图形和立体图形的异同,理解两者的内在联系,并逐渐地让学生感悟到,将空间问题转化为平面问题是处理立体几何问题的重要思想.

2. 关于平面解析几何初步的教学,应注意以下问题:

(1)教学中,应帮助学生经历如下的过程:首先将几何问题代数化,用代数的语言描述几何要素及其关系,进而将几何问题转化为代数问题,处理代数问题;分析代数结果的几何含义,最终解决几何问题.通过上述过程,让学生感受用解析法研究问题的一般程序,帮助学生不断地体会数形结合思想.例如,求两条直线的交点,判断直线与圆、圆与圆的位置关系等.

(2)直线的斜率与倾斜角是平面解析几何初步中的两个重要概念,要让学生正确地理解这两个概念,知道它们之间的联系与区别.由于学生尚未学习任意角的三角函数,教学时要尽可能地通过计算器(机),让学生观察并体会直线的倾斜角变化时,直线斜率的变化规律,以加深对这两个概念的认识与理解.

(3)在探求直线方程的过程中,要使学生了解直线与方程的对应关系:直线上点的坐标都满足方程,以方程的解为坐标的点都在直线上.满足了这两点才可以说这个方程是直线的方程,这条直线是这个方程的直线.教学时让学生意识到这一点即可,而不必展开.

(4)直线方程的教学,要使学生认识到各种形式都有其适用条件与局限性,必须学会根据具体条件灵活地加以选择,并注意全面考虑问题.例如,运用点斜式时,要注意斜率不存在时的情形,防止以偏概全.

(5)根据方程研究直线与直线、直线与圆、圆与圆的位置关系,是平面解析几何初步的重要内容,教学重点是让学生从中感受运用代数方法处理几何问题的思想,不要复杂化,要防止追求变形的技巧和加大运算量来增加问题的难度.

(6)在空间直角坐标系的教学,只要使学生学会运用空间直角坐标系刻画点的位置、了解空间中两点间的距离公式及其简单应用.值得强调的是,要将类比的思想贯穿于教学过程的始终,通过与平面直角坐标系的类比,使学生在掌握知识的同时,也拓展了思维空间.

(7)教学中,要注意体现数学的应用价值.使学生了解到利用平面解析几何的知识和方法能解决日常生活与生产实际中的一些具体问题.例如,市场经济中的平衡价格,桥梁、隧道设计中的计算,光线的入射和反射等.



第1章 立体几何初步

本章教材分析

立体几何是研究三维空间中物体的形状、大小和位置关系的一门数学学科,而三维空间是人们生存发展的现实空间.所以,学习立体几何对我们更好地认识、理解现实世界,更好地生存与发展具有重要的意义.直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算是探索和认识空间图形及性质的主要方法.

一、本章教育目标

通过本章学习,学生从对空间几何体的整体观察入手,直观认识空间几何体的结构特征,理解空间点、线、面的位置关系,并会用数学语言表述空间有关平行、垂直的性质与判定,能运用这些结论对有关空间位置关系的简单命题进行论证.了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法,进而培养和发展学生的空间想象能力、推理论证能力、合情推理能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力.

二、本章设计意图

本章内容是义务教育阶段“空间与图形”课程的延续与提高,重点是帮助学生逐步形成空间想象能力.为了符合学生的认知发展规律,培养学生对几何学习的兴趣,增进学生对几何本质的理解,在内容的编选及内容的呈现方式上,与以往的处理有较大的变化.本章内容的设计遵循从整体到局部、从具体到抽象的原则,强调借助实物模型,通过整体观察、直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算,引导学生多角度、多层次地揭示空间图形的本质.重视合情推理与逻辑推理的结合,注意适度形式化.倡导学生积极主动,勇于探索的学习方式.帮助学生完善思维结构,发展空间想象能力.

本章分为“空间几何体”“点、线、面之间的位置关系”“空间几何体的表面积和体积”三大节.

第一节“空间几何体”.教材借助模型,从整体观察入手,运用运动变化的观点,引导学生认识柱、锥、台、球等简单几何体的结构特征.如将棱柱看成是由平面多边形通过平移生成的几何体,棱锥看成棱柱的一个底面缩为一个点时得到的几何体等等.这种与以往不同的设计,突出空间几何体的本质特征,注意适度的形式化,有利于学生主动探索的学习方式的形成,有利于学生空间想象能力的提高.

教材通过投影的概念给出物体三视图的定义,巩固和提高了学生对义务教育阶段有关三视图的学习和理解.同时也培养学生作图、识图、运用图形语言进行交流的能力.

第二节“点、线、面之间的位置关系”.教材借助于长方体模型,并以长方体为主线,使学生在直观感知的基础上,认识空间点、线、面之间的位置关系.与以往不同的是,教材通过大量的观察、实验和思辨论证,使学生逐步理解直线与平面平行、平面与平面平行、直线与平面垂直、平面与平面垂直关系的性质和判定方法(其判定定理的证明将在选修系列2中用向量方法加以论证).重视展现知识发生和发展的过程.如从观察长方体的棱、对角线与面的各种位置关系中,抽象出直线与平面的三种位置关系.接着,教材又从两条平行的棱中选取一条,观察它通过平移形成平面的过程,直观感受直线与平面平行的判定方法.通过对直线与平面平行定义的深入分析和探索,发现并论证了直线与平面平行的性质定理.这样既达到了学习目的要求,又降低了学生学习立体几何的难度.

教材中给出了有关“角”与“距离”的概念,目的是增强学生对空间点、线、面关系的理解,

而关于它的度量问题,本章要求不高,在选修系列2中还将作深入的研究.

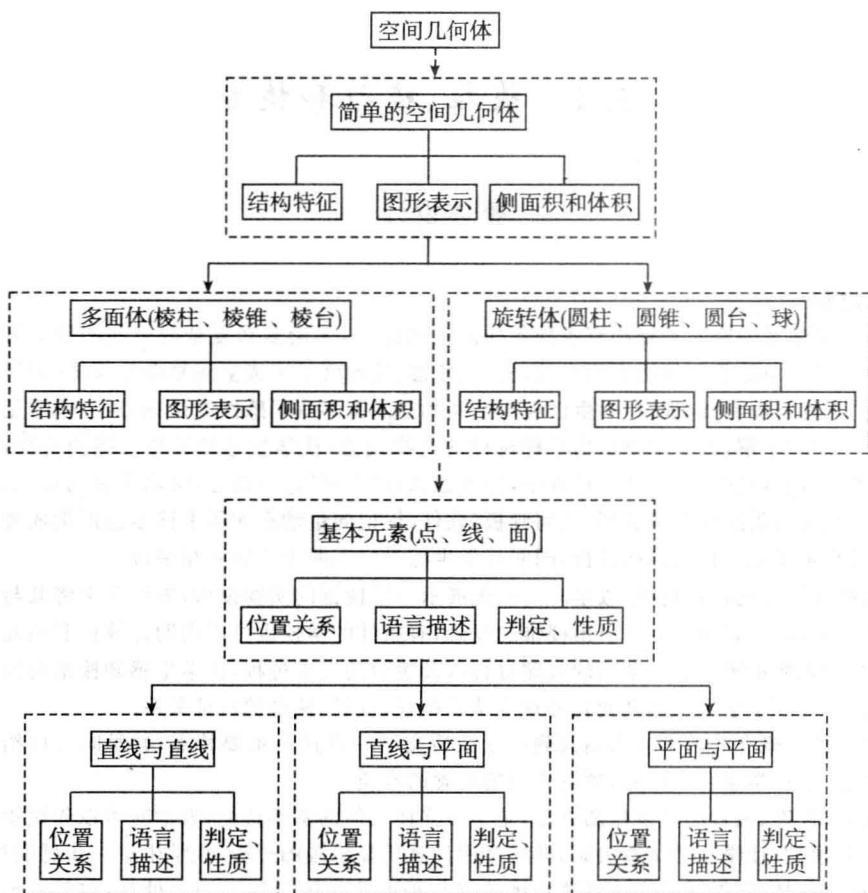
第三节“空间几何体的表面积和体积”.教材中的大多数公式,学生是不陌生的,教材没有像以往那样重在介绍公式的推导过程,而是侧重介绍了公式推导的思想方法,让学生体会祖暅原理和积分思想.教材还通过“问题与建模”栏目介绍了两种体积计算的近似方法,增强学生应用数学的意识,既有利于提高学生的建模能力,又为学生解决生产、生活中的实际问题提供知识基础和基本方法.

为了适应不同层次学生的需要,本章在习题和复习参考题中,增加了一些“探究与拓展”的问题,包括阅读题、操作题及思维易于拓展的问题,供同学们开展课外学习与研究.

本章突出直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算等探索研究几何的过程.涉及的数学思想主要有:(1)数形结合思想;(2)符号化与形式化的思想;(3)化归思想等.涉及的一般科学方法主要有:观察、实验、归纳、类比、分析、综合、抽象等.

三、本章知识框图

我们首先从直观上认识了柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征.借助长方体模型,抽象出空间点、线、面位置关系.学习了可作为推理依据的4个公理,以及线线、线面、面面平行或垂直的判定与性质定理,并运用这些知识解决有关空间位置关系的简单推理论证及应用问题.



学习本章应注意体会“转化”的思想方法,如面面垂直与线面垂直的转化,线面平行与线线平行的转化,并善于将空间问题转化为平面问题来处理.

四、本章教学建议

本章教学中要注意联系平面图形的知识,利用类比、引申、联想等方法,理解平面图形和立体图形的异同,以及两者的内在联系,逐步培养学生的空间想象能力.

本章的教学安排约为 18 课时,具体分配如下:

1.1.1	棱柱、棱锥和棱台	1 课时
1.1.2	圆柱、圆锥、圆台和球	1 课时
1.1.3	中心投影和平行投影	1 课时
1.1.4	直观画图法	1 课时
1.2.1	平面的基本性质	2 课时
1.2.2	空间两条直线的位置关系	2 课时
1.2.3	直线与平面的位置关系	3 课时
1.2.4	平面与平面的位置关系	3 课时
1.3.1	空间几何体的表面积	1 课时
1.3.2	空间几何体的体积	2 课时
本章复习		1 课时

1.1 空间几何体

1.1.1 棱柱、棱锥和棱台

整体设计

教材分析

我们所生活的空间到处都有各种各样的空间图形,无论多么复杂的空间图形均可以看作是由一些简单的几何体组合而成的,棱柱、棱锥、棱台就是组成空间复杂几何体的部件,在初中的“空间与图形”课程中,学生已经对空间和空间图形有了感性的认识,对一些常见几何体有了一定的了解,教学中应给出多种棱柱的实物模型,让学生感知棱柱的结构特征,得出棱柱、棱锥、棱台的概念,在这一过程中,应紧紧抓住“平移”这一核心,引出棱柱的概念,有条件的学校,可以借助计算机利用《几何画板》软件,标记向量动态演示平移多边形生成棱柱的过程,让学生感知棱柱的结构特征,同时让学生感受空间两个平面互相平行.

棱锥是棱柱的特殊情况,教学时可以先展示一组棱锥的实物模型,先让学生将其与棱柱进行比较,然后用收缩的方法引出棱锥的概念,有条件的学校也可以借助计算机利用几何画板软件,动态演示棱柱的一个面的收缩过程以及棱台的生成过程,让学生感知棱锥与棱台的结构特征,有利于学生用运动变化的观点认识棱柱、棱锥、棱台的辩证关系.

对于棱台概念的教学应明确其侧棱延长后交于一点这一重要特点,教学时可以给出相关的图形,组织学生合作探究,理解棱台的概念的本质.

棱柱、棱锥、棱台的基本作图方法,是学习立体几何的基本技能,教学时可以先组织学生结合实物模型,让学生尝试着去画,然后运用计算机显示画图过程,让学生进一步感受棱柱、棱锥、棱台的特点,教学时应该强调立体几何与平面几何图形的不同之处是:空间图形中的虚线是表示被遮挡的线.对于多面体的概念的理解,教学时可结合生活中的实物让学生进一步了解、认识多面体.

三维目标

1. 通过观察实物模型和观察计算机演示生成棱柱的过程, 让学生感知棱柱的结构特征, 引出棱柱的概念, 并在这一基础上通过收缩和截取的方法引出棱锥、棱台的概念, 培养学生在运动变化的过程中认识客观世界, 使学生体会知识之间的有机联系, 感受数学的整体性, 激发学生的学习兴趣.

2. 在教学过程中, 通过学生的相互交流来加深理解棱柱、棱锥、棱台的概念, 增强学生的数学交流能力, 培养学生倾听、接受别人意见的优良品质.

3. 通过引导学生欣赏蕴涵在我们生活中丰富的空间图形, 使学生感受数学, 走进数学, 改变学生的数学学习态度.

教学重点

1. 棱柱、棱锥、棱台及多面体的概念和各个概念之间的辩证关系.
2. 画棱柱、棱锥、棱台的图形.

教学难点

1. 对图形平移以及对棱台概念的理解.
2. 平面几何图形与空间几何图形的区别.

课时安排

1 课时

教学过程

导入新课

设计思路一

(多媒体课件投影) 多媒体显示“神舟”五号飞船发射成功、卢浮宫、中华世纪坛、植物园、遗传信息库——DNA 双螺旋结构、居室的图片, 供学生欣赏.

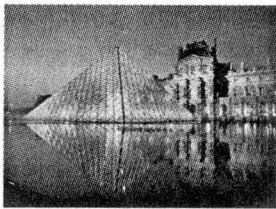


图 1



图 2

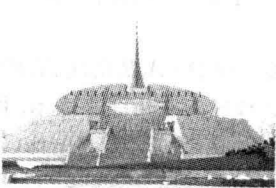


图 3

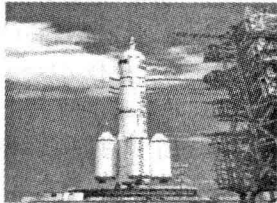


图 4

教师引导:通过欣赏, 我们发现无论是“神舟”五号飞船发射成功的壮观图片, 还是卢浮宫、中华世纪坛、植物园的美丽照片, 它们之所以如此壮观、如此美丽, 都离不开我们数学中的几何体, 由此可见, 在我们的生活当中, 从土木建筑到家居装潢, 从机械设计到商品包装……空间图形与我们的生活息息相关. 请从数学的角度回答下面两个问题.

问题 1: 这些图片中都有哪些几何图形?

问题 2: 这些几何图形组成怎样的几何体, 分别有哪些特点?

设计思路二

让学生找一找教室里的几何体。(学生一般会举出与学习有关的物品, 如粉笔盒, 粉笔, 书本, 文具盒, 水桶等)

无论多么复杂的几何体, 通常都是由一些简单几何体(如柱、锥、台、球)组合而成的。也就是说, 我们常见的简单几何体是构成我们这个多彩生活空间的基本组件, 本节课我们将从数学的角度上对它们进行研究。

推进新课

新知探究

1. 棱柱、棱锥和棱台的定义

平移: 平移是指将一个图形上所有点按某一确定的方向移动相同的距离。教材正是利用平移这个概念认识棱柱这类特殊的多面体的。

棱柱: 由一个平面多边形(一般指凸多边形)沿某一方向平移形成的空间几何体叫做棱柱。平移起止位置的两个面叫做棱柱的底面, 多边形的边平移形成的面叫做棱柱的侧面, 两侧面的公共边叫做棱柱的侧棱。

棱锥: 当棱柱的一个底面收缩为一个点时, 得到的几何体叫做棱锥。也可以这样认识棱锥: 有一个面是多边形, 其余各面是有一个公共顶点的三角形, 由这些面所围成的几何体叫做棱锥, 这个多边形叫做棱锥的底面, 其余各面叫做棱锥的侧面, 相邻两个侧面的公共边叫做棱锥的侧棱, 各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点。(教师可借助计算机利用几何画板软件, 动态演示棱柱的一个面的收缩过程的生成过程, 让学生感知棱锥的结构特征, 用运动变化的观点认识棱柱、棱锥的辩证关系, 并试着归纳棱锥的定义)

棱台: 棱锥被平行于底面的一个平面所截后, 截面与底面之间的部分叫做棱台。

(1) 棱柱、棱锥、棱台的特征

棱柱的特征: 两个底面是全等的多边形, 且对应边互相平行, 侧面是平行四边形。但是要注意不能把棱柱理解为: 有两个面互相平行其余各面都是平行四边形的几何体。

棱锥的特征: 底面是多边形, 侧面是有一个公共顶点的三角形。因此棱锥中仅有一个面是多边形, 其余各面都是三角形, 但是也要注意“有一个面是多边形, 其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥。

棱台的特征: 棱台上、下底面平行, 且对应边成比例。只有这样, 才能保证各侧棱交于一点。

(2) 分类和表示方法

按底面多边形进行分类, 底面为三角形、四边形、五边形……的棱柱(锥、台)分别称为三棱柱(锥、台)、四棱柱(锥、台)、五棱柱(锥、台)……。

以顶点为记号, 比如三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 、四棱锥 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 、五棱台 $ABCDE-A_1B_1C_1D_1E_1$ 。关于棱柱的记法, 除了用上述记法, 还可用棱柱的对角线来表示。我们把棱柱中不在同一个平面上的两个顶点的连线称为棱柱的对角线, 这样 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 也可记为 $AC-A_1C_1$ 。显然, 这样的表示方法不唯一。

2. 多面体

由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体。多面体有几个面就称为几面体, 如三棱锥是四面体。

应用示例

例 1 (1) 仔细观察图 5(1)~(6), 并将图的序号填入横线内。

(2)观察图 5(7)~(9),分析图 5(7)是否是棱柱? 图 5(8)是否是棱锥? 图 5(9)是否是棱台? 如果不是,请说明理由.

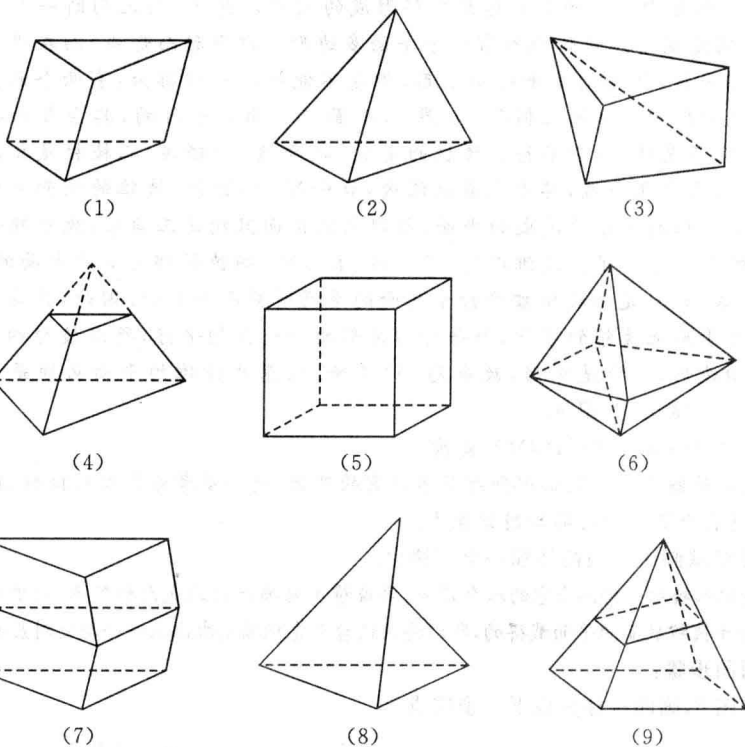


图 5

①棱柱有 _____;

②棱锥有 _____;

③棱台有 _____;

④多面体有 _____.

分析:根据棱柱、棱锥、棱台的概念或特征对上述图逐一分析.

解:(1)①(1)、(5) ②(2)、(3) ③(4) ④(6)

(2)图 5(7)不是棱柱.因为这个几何体不是三角形沿某一方向平行移动形成的几何体,而是先沿一个方向再沿另一个方向平移形成的,违背定义中某一方向的要求.还可从棱柱的性质分析,棱柱的侧棱互相平行,而此几何体不具备这一特点.

图 5(8)不是棱锥.因为由棱锥定义,得到性质为除底面外的所有侧面是有一个公共顶点的三角形.本几何体也满足其侧面为三角形,但是没有公共顶点,故此几何体不是棱锥.

图 5(9)不是棱台,因为不满足棱台上下底面平行这一性质.

点评:能读图并正确识图是学习立体几何的基本功,判断几何体的类型,主要是根据棱柱、棱锥、棱台的定义.

例 2 判断下列命题是否正确:

(1)有两个面互相平行其余各面都是平行四边形的几何体一定是棱柱.

(2)三棱柱是指有三条棱的几何体.

(3)棱锥的侧面只能是三角形.

(4)由四个面围成的封闭图形只能是三棱锥,那么有六个面围成的封闭图形只能是五棱锥.

(5)棱台的侧面一定不会是平行四边形.

(6)用一个平面去截棱锥,棱锥底面和截面之间的部分是棱台.

分析:棱柱是由一个平面多边形平移形成的空间几何体,因此判断一个几何体是不是棱柱,只需看这个几何体能否有一个平面多边形通过平移而形成.而在平移过程中上下底面互相平行,侧面均是平行四边形,但是不能把棱柱理解为:有两个面互相平行其余各面都是平行四边形的几何体.如图7,平面与平面是平行的,其余各面也都是平行四边形,但它不是棱柱,它不符合棱柱的定义.故命题(1)错误.三棱柱是指底面是三角形的棱柱,它共有九条棱,其中三条是侧棱,故命题(2)错误.棱锥的侧面是由棱锥的顶点和底面多边形的一边所围成的平面,所以它的侧面只能是三角形,故命题(3)正确.六个面围成的几何体除了五棱锥以外,正方体、长方体、四棱柱都是有六个面的几何体,故命题(4)错误.棱台是由棱锥被平行于底面的平面所截而得到的.因此,棱台的所有侧棱延长后必交于原来棱锥的顶点,而平行四边形的对边互相平行,所以棱台的侧面一定不会是平行四边形,只能是梯形,故命题(5)正确.注意截棱锥的平面必须是平行于底面的,故命题(6)错误.如图9.

解:(1)(2)(4)(6)错误;(3)(5)正确.

点评:从对图形的直观认识到对数学语言的理解,进一步考查学生对棱柱、棱锥、棱台的概念的理解能力及空间图形的想象能力.

例3 尝试画一个四棱柱和一个三棱台.

分析:画四棱柱主要画出它的八个顶点,画棱锥主要画出它的底面和顶点,由于棱台是由棱锥用一个平行于棱锥底面的平面截得的,所以要画棱台需先根据要求画出一个与之对应的棱锥.

解:画图步骤:

(1)如图6,画四棱柱分以下三步完成:

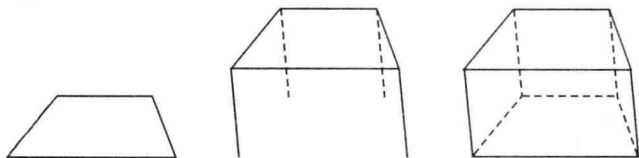


图6

第一步,画上底面——在平面上画一个四边形;

第二步,画侧棱——从四边形的每个顶点沿某一方向画平行且相等的线段;

第三步,画下底面——顺次连结这些线段的另一个端点.

(2)如图7,画三棱台分以下三步完成:

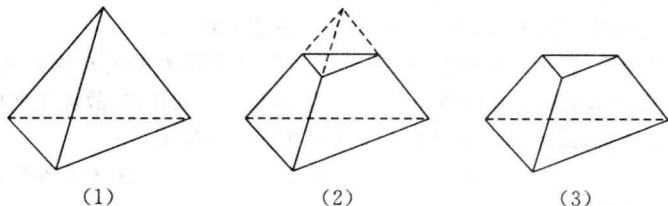


图7

第一步,画一个三棱锥;

第二步,在三棱锥的一条侧棱上任取一点,从这一点开始,顺次在三个侧面内画出与底面对应边平行的线段;

第三步,将多余的线段擦掉.

点评:在学生深刻理解棱柱、棱锥、棱台概念的基础上,培养学生的作图能力,在画图中