师范类和工程类本科生试用教材

电动力学基础

李洪才 编著

DIANDONGLIXUE JICHU

福建教育出版社

师范类和工程类本科生试用教材

电动力学基础

李洪才　编著

福建教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

电动力学基础/李洪才编著．—福州：福建教育出版社，1999.11（2005.2重印）
ISBN 7-5334-2905-2

Ⅰ．电…　Ⅱ．李…　Ⅲ．电动力学　Ⅳ．O442

中国版本图书馆CIP数据核字（1999）第51267号

师范类和工程类本科生试用教材

电动力学基础

李洪才　编著

*

福建教育出版社出版发行

（福州梦山路27号　邮编：350001

电话：0591—83725592　83726971

传真：83726980　网址：www.fep.com.cn）

福州华彩印务有限公司印刷

（福州新店南平路鼓楼工业小区　邮编：350012）

*

开本850毫米×1168毫米　1/32　7.875印张　191千字

2005年2月第2版　2005年2月第1次印刷

印数：2 501—5 100

ISBN 7—5334—2905—2/G・2359　定价：15.00元

再版前言

从现代科技发展和新时期人才培养的要求，我们提出“加强基础，因材施教，分流培养”的方针，把电动力学分为“基础”和“提高”两部分．本书就是为基础服务的．它着重讲述电磁场基本概念，基本运动规律和狭义相对论的基础知识，以及在这些理论建立过程中，“科学假设”是如何提出的，以培养学生提出问题、分析问题、解决问题以及创新能力．

科学的假设在物理学及整个科技发展中起了极其重要的作用．例如在电磁场理论发展中，麦克斯韦关于位移电流的假设，指出不仅电流可以产生涡旋的磁场，变化的电场也可以产生涡旋的磁场，由此建立了电磁场理论——麦克斯韦方程组，预言了电磁波的存在，使整个世界发生了翻天覆地的变化．而爱因斯坦提出的相对论两个基本原理这个大胆的科学假设，创建了狭义相对论，震撼了全世界．在此书再版之际，敬请各位读者从书中品味科学假设才是最大的创新．

本书自出版以来受到广大老师和学生的好评，这是对我最大的奖励，在此表示由衷的感谢．

这次再版得到学院领导及其他同事的大力支持，福建教育出版社的同志为本书的再版付出了大量辛勤劳动，全部插图用电脑重新做过，本书将以崭新的面貌出现，在此特表深深的谢意．

通过再版，我对书中一些错误做了订正，若有遗留错误，敬请读者批评指正．

李洪才

2004 年 12 月 9 日

目　　录

引　言

电磁场是物质世界的重要组成部分．在生产实践、科学技术领域以及日常生活中，人们经常面临着大量与电磁场有关的问题．因此，认识电磁场的基本属性、运动规律及其与带电物质之间的相互作用，对生产实践和科学实验都有重要意义．

电动力学是在人类对电磁现象的长期观察和生产活动的基础上，实验物理学家与理论物理学家不断探索的结果．1785 年，库仑做了扭秤实验，确立了库仑定律．1820 年，奥斯特经过实验研究发现了电流的磁效应，引进磁场概念．从此，电与磁现象的研究经常联系在一起．安培得到奥斯特发现的消息后，同年做了一系列实验，创造性地发展了奥斯特实验内容，确定了安培定律．法拉第本着“磁能转化成电”的思想，从1821 年起，经过10 余年系统的探索，终于在1831 年发现了电磁感应现象，并于1851 年建立了电磁感应定律．法拉第不仅在实验上作出了伟大贡献，而且在理论上提出了场的概念和力线的模型．麦克斯韦利用场的概念及力线模型，于1855 年引入新的矢量函数描述电磁场，并将前人的物理思想表达成数学形式，于1861 年提出了位移电流和涡旋电场的假设，最终在1864 年把电磁规律总结为麦克斯韦方程组．麦克斯韦不仅给出了反映电磁场普遍规律的方程组，而且预言了电磁波的存在，提出了光的电磁理论．这一理论是物理学史上一个重要的里程碑，其实验证实是由赫兹经过10 年的努力于1888 年完成的．麦克斯韦的理论及赫兹实验奠定了今天广泛应用与深入发展的电子科学技术的基础．

二十世纪以来，由于生产现代化及科学技术不断发展，人们进一步研究电磁场的微观性质，发展了量子电动力学. 生产与科学技术的需要，对各种物质材料的电磁性能提出新的要求，而对超导体，非线性介质及激光等的研究又对电动力学不断提出新的课题. 新的实践将不断地推进电动力学理论的发展.

由于电磁场是高速运动的物质，因此经典的时空观与电磁现象新的实验事实发生矛盾. 矛盾的解决导致新的时空理论的产生. 1905 年，爱因斯坦在前人的基础上，大胆提出了两个基本假设，即相对性原理和光速不变原理，建立了狭义相对论. 电动力学只有在新时空观的基础上才发展成为完整的、适用于任何惯性参考系的理论. 相对论是现代物理学的重要基础理论之一，是二十世纪最伟大的发现之一，对物理学的发展有深远的影响，因此，系统阐述狭义相对论的基本理论是本课程的重要任务之一.

本书对象主要是高等师范院校、工科院校学生以及准备参加自考和函授的学生. 鉴于他们对矢量分析、场论等数学方面不熟悉，我们在第一章数学准备中，将电动力学所常用的数学知识作了分析，为解决电动力学中的数学问题作了准备. 第二章中我们将从分析电磁学各个实验定律出发，推演出统一的电磁场理论、麦克斯韦方程组和洛伦兹力公式，着重讲解在推演过程中理论物理工作精华，即如何从法拉第电磁感应定律、变化磁场产生涡旋电场而引发出变化电场也会产生涡旋磁场的思想，从而导致位移电流的引入，得到麦克斯韦方程组. 其后几章是利用麦克斯韦方程组解决各个具体问题，如静电、静磁、电磁波传播和辐射等. 最后一章介绍爱因斯坦狭义相对论，我们从电动力学参考系问题引入相对论时空观，并将电动力学基本方程表示为四维形式以满足协变性，并说明相对论力学基本概念.

本书采用国际单位制（SI）.

第一章　数学准备

§1　矢量代数

只有大小、没有方向的量称为标量，如质量m、时间t等；既有大小，又有方向的量称为矢量.

矢量的表示方法为

$\vec{A}=A_1\vec{e}_1+A_2\vec{e}_2+A_3\vec{e}_3$，

其中$\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$，$\vec{e}_3$为三个正交基矢，如图1-1所示，且满足$\vec{e}_1\times\vec{e}_2=\vec{e}_3$关系，即右手螺旋关系.

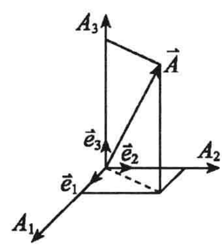

图1-1

矢量运算规律有很多种：

1. 加法

（1）$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$　　（交换律）

（2）$\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$　　（结合律）

2. 乘法

（1）与数相乘满足

$(m+n)\vec{A}=m\vec{A}+n\vec{A}$　　（分配律）

$m(n\vec{A})=mn\vec{A}$　　（结合律）

（2）点乘（标量积）

点乘的表示法为

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos(\widehat{\vec{A}\vec{B}})=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

有性质

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A} \qquad \text{（交换律）}$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C} \qquad \text{（分配律）}$$

例如 $\vec{e}_x\cdot\vec{e}_y=0$

$$\vec{e}_i\cdot\vec{e}_j=\delta_{ij}=\begin{cases}0 & i\neq j\\ 1 & i=j\end{cases}$$

（3）叉乘（矢量积）

在直角坐标系下，叉乘表示为

$$\vec{A}\times\vec{B}=\vec{e}_x(A_yB_z-A_zB_y)+\vec{e}_y(A_zB_x-A_xB_z)+\vec{e}_z(A_xB_y-A_yB_x)$$

有性质

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$(m\vec{A})\times\vec{B}=m(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{C}(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}=\vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{A}(\vec{B}\cdot\vec{C})$$

显然有 $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})\neq(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}$

（4）混合积

$$\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})=\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})$$

§2 场 论

如果在全空间或部分空间的每一点，都对应着某个物理量的一个确定值，就说在这个空间里确定了该物理量的场．若这个物理量是标量，则该场为标量场$\varphi(x, y, z)$；若是矢量，则该场为矢量场$\vec{A}(x, y, z)$等．

1. 标量场的梯度和方向导数

标量场的梯度是一个矢量，其方向垂直于等位面指向标量场变化最快的方向，大小等于该方向上的变化率.

在直角坐标系中，标量场φ（x，y，z）的梯度表示为

$$\nabla\varphi=\vec{e}_x\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\vec{e}_y\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\vec{e}_z\frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{2.1}$$

其中引进了符号

$$\nabla=\vec{e}_x\frac{\partial}{\partial x}+\vec{e}_y\frac{\partial}{\partial y}+\vec{e}_z\frac{\partial}{\partial z} \tag{2.2}$$

若沿线元$\mathrm{d}l$ 上，标量场φ（x，y，z）的数值改变$\mathrm{d}\varphi$，则

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l}=\nabla\varphi\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}l}=\nabla\varphi\cdot\vec{n} \tag{2.3}$$

为φ在$\vec{n}$方向上的方向导数，或称φ在$\vec{n}$方向的变化率.

由此可见，若邻近点取在同一等位面上，则φ在等位面上的变化率$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l}=0$，即$\nabla\varphi$的方向垂直等位面方向，或称$\varphi$的梯度总是平行于等位面法线方向$\vec{n}$，而且在此方向上，其变化率最大.

［**例**1］求∇r，$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

解：$\nabla r=\frac{\partial r}{\partial x}\vec{e}_x+\frac{\partial r}{\partial y}\vec{e}_y+\frac{\partial r}{\partial z}\vec{e}_z$

$$\frac{\partial r}{\partial x}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 2x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{x}{r}$$

同理$\frac{\partial r}{\partial y}=\frac{y}{r}$，$\frac{\partial r}{\partial z}=\frac{z}{r}$

$\therefore\nabla r=\frac{\vec{r}}{r}$，$\vec{r}=x\,\vec{e}_x+y\,\vec{e}_y+z\,\vec{e}_z$

由此题可知，r 的等势面为球面，∇r 一定沿半径$\vec{r}$方向. 由此可推广，对于任意函数$\varphi(r)$，其梯度$\nabla\varphi(r)=\frac{\partial\varphi(r)}{\partial r}\nabla r=\frac{\partial\varphi(r)}{\partial r}$

$\cdot \dfrac{\vec{r}}{r}$，也是沿径向方向.

［**例** 2］ 已知$r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$，求$\nabla r$，$\nabla' r$，$\nabla'=\vec{e}_x\dfrac{\partial}{\partial x'}+\vec{e}_y\dfrac{\partial}{\partial y'}+\vec{e}_z\dfrac{\partial}{\partial z'}$.

解：由对称性可知

$$\nabla r=\frac{\vec{r}}{r}，\nabla' r=-\frac{\vec{r}}{r}$$

其中$\vec{r}=\vec{e}_x(x-x')+\vec{e}_y(y-y')+\vec{e}_z(z-z')$. 值得注意的是，$\nabla$标符既是微商标符又有方向，运算时应多加小心.

2. ∇标符对矢量场的作用

(1) 散度　设闭合曲面S围着体积ΔV，当$\Delta V\to 0$时，矢量场$\vec{E}$对S的通量与ΔV之比的极限称为$\vec{E}$的散度，即

$$\mathrm{div}\,\vec{E}\equiv\nabla\cdot\vec{E}\equiv\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}{\Delta V} \tag{2.4}$$

表征矢量场$\vec{E}$的发散本领. 由此定义可知，在直角坐标系中，$\nabla\cdot\vec{E}$的表示式为

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z} \tag{2.5}$$

是一标量.

若$\nabla\cdot\vec{E}>0$，表示有源，如图1-2 (a)；

若$\nabla\cdot\vec{E}=0$，表示无源，如图1-2 (b)；

若$\nabla\cdot\vec{E}<0$，表示尾间，如图1-2 (c).

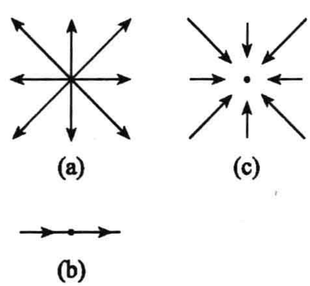

图 1-2

［**例** 3］ 已知$\vec{r}=(x-x')\vec{e}_x+(y-$

$y')\vec{e}_y+(z-z')\vec{e}_z$，求$\nabla\cdot\vec{r}$.

解：$\nabla\cdot\vec{r}=3$

（2）旋度　设闭合曲线L围着面积ΔS，当$\Delta S\to 0$时，矢量场$\vec{B}$（x，y，z）对L的环量与ΔS之比的极限称为$\vec{B}$的旋度沿该面法线$\vec{n}$的分量，即

$$(\mathrm{rot}\,\vec{B})_n=(\nabla\times\vec{B})\cdot\vec{n}=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint\vec{B}\cdot\mathrm{d}\,\vec{l}}{\Delta S} \tag{2.6}$$

由此定义得$\vec{B}$的旋度在直角坐标系中的表示式为

$$\nabla\times\vec{B}=\vec{e}_x\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}\right)+\vec{e}_y\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)+\vec{e}_z\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right) \tag{2.7}$$

［**例**4］计算$\nabla\times\dfrac{\vec{r}}{r^3}$，$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，$r\neq 0$.

解：$\vec{r}=x\,\vec{e}_x+y\,\vec{e}_y+z\,\vec{e}_z$

当$r\neq 0$时，

$$\nabla\times\frac{\vec{r}}{r^3}=\vec{e}_x\left(\frac{\partial}{\partial y}\frac{z}{r^3}-\frac{\partial}{\partial z}\frac{y}{r^3}\right)+\vec{e}_y\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{x}{r^3}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{z}{r^3}\right)$$
$$+\vec{e}_z\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{y}{r^3}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{x}{r^3}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{z}{r^3}=z\frac{\partial}{\partial y}\frac{1}{r^3}=-\frac{3yz}{r^5}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{y}{r^3}=y\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{r^3}=-\frac{3yz}{r^5}$$

$$\therefore\frac{\partial}{\partial y}\frac{z}{r^3}-\frac{\partial}{\partial z}\frac{y}{r^3}=0$$

同理　$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{x}{r^3}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{z}{r^3}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{y}{r^3}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{x}{r^3}=0$$

$\therefore \nabla \times \frac{\vec{r}}{r^3}=0$，$r \neq 0$

3. 积分变换公式

（1）高斯定理　对于空间任意区域，有

$$\oint_S \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{\Sigma}=\int_V \nabla \cdot \vec{f} \mathrm{d}V \tag{2.8}$$

式中S为区域V的界面，$\mathrm{d}\vec{\Sigma}$方向由内向外（这是对封闭曲面的面积分的普遍规定）.

（2）斯托克斯定律　对于空间任意曲面，有

$$\oint_L \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S \nabla \times \vec{f} \cdot \mathrm{d}\vec{\Sigma} \tag{2.9}$$

式中L为S的边界线. 线积分的回转方向与面的正方向合乎右手螺旋关系（这也是普遍规定）.

4. 关于散度和旋度的几个重要定理

（1）标量场的梯度必定为无旋场，即

$$\nabla \times \nabla \varphi \equiv 0 \tag{2.10}$$

［证］$\nabla \times \nabla \varphi=\vec{e}_x\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)\right]+\vec{e}_y\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)\right]$

$$+\vec{e}_z\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)\right]$$

$$=0$$

即$\nabla \times \nabla \varphi \equiv 0$

（2）反之，无旋场可表示为一个标量场的梯度，即

若$\nabla \times \vec{f}=0$，　则$\vec{f}=\nabla \varphi$　　(2.11)

（3）矢量场的旋度必为无散场，即

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) \equiv 0 \tag{2.12}$$

[证] $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})$$

$$= 0$$

(4) 反之，无散场可表为一个矢量场的旋度，即

若$\nabla \cdot \vec{B} = 0$，　则$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$　(2.13)

注意：解$\vec{A}$不是唯一的，$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \Psi$ 也是解，其中Ψ 是任意的标量场.

5. 重要的运算公式

(1) 复合函数的运算

①设标量场$\varphi = \varphi(u)$，$u = u(x, y, z)$，则标量场φ的梯度为

$$\nabla \varphi = \nabla u \frac{\partial \varphi}{\partial u} \tag{2.14}$$

[证] 取直角坐标系，$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z$

$$\nabla \varphi = \vec{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial u}\vec{e}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial u}\vec{e}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial u}\vec{e}_z \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$= \nabla u \frac{\partial \varphi}{\partial u}$$

即$\nabla \varphi = \nabla u \frac{\partial \varphi}{\partial u}$

② 设矢量场$\vec{A} = \vec{A}(u)$，$u = u(x, y, z)$

则$\nabla \cdot \vec{A} = \nabla u \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial u}$　(2.15)

$$\nabla \times \vec{A} = \nabla u \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial u} \tag{2.16}$$

[证] $\nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$