姜丽娜 编著

大学物理

导教导学

清华大学出版社

姜丽娜 编著

大学物理

导教导学

清华大学出版社
北京

内容简介

《大学物理导教导学》是针对当前流行的各种版本《大学物理学》教材而配套的学习辅导书。全书涵盖了大学物理力学、热学、电磁学、光学以及量子物理等五部分。各部分均包含教学目标和内容概要，题型丰富，概括全面，插图较多，篇幅短小精悍，通俗易懂。书中许多富有启发性的例题，既可以促进学生进行探究性、研究性学习，还可以进一步培养学生的探索精神和创新精神。本书还在解题中提供了多种思路、多种解法以提高学生分析和解决问题的能力。本书可作为教师的教学参考材料和学生学习手册，还可供学生考研复习之用，希望本书的使用能够体现物理教学在素质教育和创新教育中的优势。

书中凡没有注明的单位均为SI制。

本书可供所有理工科院校和师范类院校的本科生、大专生和教师教学使用。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理导教导学/姜丽娜编著.--北京：清华大学出版社，2014

ISBN 978-7-302-35403-1

Ⅰ.①大… Ⅱ.①姜… Ⅲ.①物理学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 022917 号

责任编辑：邹开颜 赵从棉
封面设计：常雪影
责任校对：赵丽敏
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　　张**：14.25　　**字　　数**：364 千字
版　　次：2014 年 3 月第 1 版　　**印　　次**：2014 年 3 月第 1 次印刷
印　　数：1～3000
定　　价：28.00 元

产品编号：052530-01

前言

大学物理对工科学生来讲是一门十分重要的基础课。物理学作为带头学科对科学技术发展所做的贡献是众所周知的。根据20余年从教的经验,我们认为工科大学的学生在学习大学物理这门课时,首先要理解并掌握基本概念、基本方法 、基本规律。著名物理学家费曼(R. P. Feynman)曾经说过:“物理学家具有这样的习惯,对于任何一类现象,研究它们最简单的例子,把这称为‘物理’,而把更复杂的体系,看作其他领域的事。”因此,在大学物理的学习中要学会理解物理模型、物理过程并且建立物理图像,从而提高分析问题和解决问题的能力。

目前,大学物理内容多而课时少的矛盾日显突出,如何为学生开发一个自主学习的平台显得尤为重要。为了使学生从依靠教师学习转变为自主学习,充分发挥学生、教材、教师三方面的积极性,形成以学生为主体、教材为核心、教师为向导的优化教学模式,在辽宁科技大学各级领导的关怀与支持下作者编写了《大学物理导教导学》一书。本书包括大学物理力、热、电、光以及量子物理和现代物理基础知识,全书分为5篇共16章,第1篇——力学基础篇,包含6章;第2篇——气体动力学和热力学篇,包含2章;第3篇——电磁学,包含4章;第4篇——波动光学篇,包含3章;第5篇——量子论篇,包含1章。

李海容老师为本书提供了部分例题并做了第1章的修改工作,冯文强和王彪老师参与了部分修改工作,高首山、王开明、聂晶老师提出了许多修改意见,本书在编写过程中还得到了刘磊、刘高斌、靳永双、王宏德、何开棘、邱东超、王健、谷月、杨秀一等老师的协助和支持,在此深表谢意。

清华大学出版社的赵从棉等老师对本书做了缜密的修改工作,对她们一丝不苟的敬业精神,编者深表敬意。对于清华大学出版社的邹开颜、朱红莲老师以及其他工作人员的积极支持表示衷心感谢。

本书在编写过程中还参考了国内外许多优秀教材，已经在书末列出。另外，部分照片来自网上不详作者。对于以上教材及照片的作者，编者特别致以诚挚的谢意。

由于编写时间仓促，经验不足，书中难免存在错误和不足之处，敬请读者不吝指正。

编　者

2014年1月

目录

第1篇　力学基础篇

第 2 篇　气体动理论和热力学篇

第 3 篇　电 磁 学 篇

第 1 篇 力学基础篇

第 1 章 质点运动学

【教学目标】

1. 重点

质点模型建立的思想和方法，描述质点运动的基本物理量（如位矢、速度、加速度等）及相关计算，几种典型的质点运动，不同参照系间的物理量变换。

2. 难点

速度、加速度的瞬时性、矢量性和相对性在具体问题中的应用以及由加速度及初始条件求运动函数。

3. 基本要求

(1) 理解质点概念和理想模型的意义，通过质点概念的建立，初步了解建立物理模型的方法和意义，并理解参照系和惯性系的概念。

(2) 掌握通过位矢、位移、速度、加速度等物理量描述质点运动的运动学问题，包括由运动函数求速度和加速度及其逆问题——由加速度和初始条件求运动函数。

(3) 能够借助自然坐标表示质点作圆周运动的运动函数，熟练地计算质点运动的角速度、角加速度，以及切向加速度和法向加速度。

【内容概要】

物理学的研究方法：观察、实验、模拟、演绎、归纳、分析、综合、类比、理想化、假说、理论、……。

物理学的基本思想：用模型来描述自然，用数学来表达模型，用实验来检验模型。

运动学研究的内容：物体运动状态的变化规律而不涉及其原因。

1.1 位矢 位移 速度 加速度

1. 位矢与运动函数（方程）

如图 1.1 所示，直角坐标系中一质点在 t 时刻运动到点 P 处。

(1) 位矢 $\boldsymbol{r}$：描述物体的位置的物理量，记为

$$\boldsymbol{r} = \overrightarrow{OP} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

位矢的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

方向角余弦

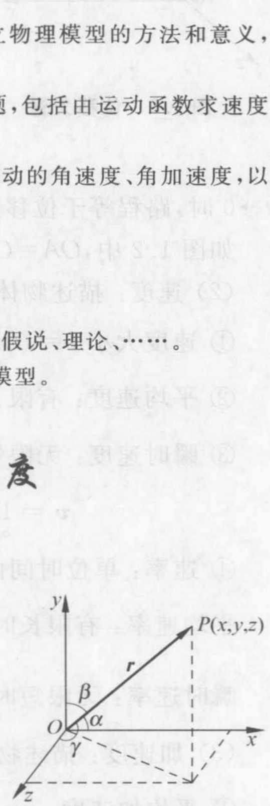

图 1.1 位置矢量

$$\cos\alpha = x/r, \quad \cos\beta = y/r, \quad \cos\gamma = z/r$$

满足关系式

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

(2) 运动函数(方程)：描述物体的位置随时间变化规律的函数方程，记为

$$\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}, \quad 或 \quad \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

(3) 轨迹方程

质点运动时所经过的空间点的集合称为轨迹(或轨迹曲线)，描写此曲线的数学方程叫轨迹方程。可以通过从运动函数的分量式中消去时间参数 t 得到坐标之间的关系即轨迹方程。

2. 位移、速度、加速度

如图 1.2 所示，一质点由位置 A 沿曲线运动到 B。

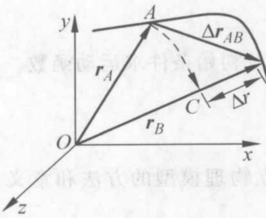

图 1.2 位移矢量

(1) 位移：描述物体的位置变化的物理量，记为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \overrightarrow{AB} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A$$

① 位移大小：$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$。

② 路程：质点运动过程中经过的轨迹长度，常用 s 或 Δs 表示。

③ 路程与位移的区别和联系

位移是矢量，而路程是标量；位移大小是两位置点间的直线距离，而路程是对应的运动轨迹的曲线长度，有 $\Delta s \geqslant |\Delta\boldsymbol{r}|$，在 $\Delta t \to 0$ 时，路程等于位移的大小，即 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$。

如图 1.2 中，$OA = OC$，$\Delta r = \Delta|\boldsymbol{r}| = CB$，一般情况下 Δr 与位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 是不相等的。

(2) 速度：描述物体的位置随时间变化率的物理量。

① 速度大小 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ 即速率。

② 平均速度：有限长时间内质点位移与时间的比，记为 $\bar{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$。

③ 瞬时速度：无限短时间内质点位移与时间的比，记为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$$

④ 速率：单位时间内质点所走过的路程。

平均速率：有限长时间内质点路程与时间的比，记为 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$。

瞬时速率：无限短时间内质点路程与时间的比，记为 $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$。

(3) 加速度：描述物体的速度随时间变化率的物理量。

① 平均加速度：$\bar{\boldsymbol{a}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$。

② 瞬时加速度：$\boldsymbol{a}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$。

注意：一般所说的速度和加速度指瞬时速度和瞬时加速度。

例 1.1　质点在 xOy 平面内运动，其运动函数为$\begin{cases}x=a\cos\omega t\\ y=b\sin\omega t\end{cases}$（其中 a、b、ω 均为常数，采用 SI 单位制），求：(1)该质点的轨迹方程，并判断质点作何运动；(2)运动函数矢量式及时间由 $t=0\sim\dfrac{\pi}{2\omega}$秒内的位移矢量式；(3)速度；(4)加速度。

解：(1) 由运动函数消去时间参数 t 即可得到轨迹方程为$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，质点的轨道中心在 (0,0)处，作椭圆或圆周运动。

(2) 运动函数矢量式 $\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$，时间在 $0\sim\dfrac{\pi}{2\omega}$秒内的位移矢量式，可由两时刻位矢 $\boldsymbol{r}(0)=a\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{r}\left(\dfrac{\pi}{2\omega}\right)=b\boldsymbol{j}$ 之差求得，为 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}\left(\dfrac{\pi}{2\omega}\right)-\boldsymbol{r}(0)=a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}$。

(3) 速度为 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$，速率

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{(-a\omega\sin\omega t)^2+(b\cos\omega t)^2}$$

速度方向与 x 轴的夹角为

$$\theta(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i})=\arctan\frac{v_y}{v_x}=\arctan\left(-\frac{b}{a}\cot\omega t\right)$$

(4) 加速度 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-\omega^2(a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j})$，加速度大小

$$a=|\boldsymbol{a}|=\omega\sqrt{(-a\cos\omega t)^2+(b\sin\omega t)^2}$$

方向与 x 轴的夹角为

$$\theta(\boldsymbol{a},\boldsymbol{i})=\arctan\frac{a_y}{a_x}=\arctan\left(\frac{b}{a}\tan\omega t\right)$$

1.2　运动学的两类问题　运动的叠加原理

1. 运动学的两类问题

1) 第一类问题

已知运动函数，求解质点在任意时刻的位矢、速度、加速度。

例 1.2　已知质点运动函数$\begin{cases}x=2t+5\\ y=t^2+3t-4\end{cases}$(SI 制)，求：(1)质点的运动函数矢量式；(2)质点的轨迹方程；(3)在时间 0～2 秒内的位移矢量式；(4)速度函数；(5)加速度函数；(6)质点作什么运动。

解：(1) 质点的运动函数矢量式

$$\boldsymbol{r}=(2t+5)\boldsymbol{i}+(t^2+3t-4)\boldsymbol{j}$$

(2) 质点的轨迹方程为

$$4y=(x-7)(x+3)=x^2-4x-21$$

(3) 时间在 0～2 秒内的位移矢量式，可由两时刻位矢 $\boldsymbol{r}(0)=5\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{r}(2)=9\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$ 之

差求得，为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(2) - \boldsymbol{r}(0) = 4\boldsymbol{i} + 10\boldsymbol{j}$$

(4) 速度函数：

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{i} + (2t+3)\boldsymbol{j}$$

(5) 加速度函数：

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{j}$$

(6) 从加速度不为零，可判断质点作变速运动；从轨道方程为抛物线判断质点作曲线运动。所以，质点作变速曲线运动。

例 1.3 如图 1.3 所示，在离水面高为 h 的岸边，用绳拉船靠岸，当人以 v_0 的速率收绳时，则绳长 $l = l_0 - v_0 t$，l_0 为开始时绳的长度，试求船在离岸边 x 处的速度和加速度。

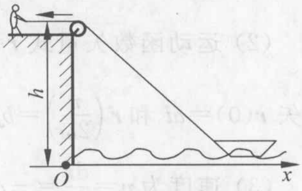

图 1.3 例 1.3 用图

解：以岸边为原点，向右为 x 轴正向建立一维坐标，可得关系式

$$l^2 = x^2 - h^2 \tag{1}$$

式(1)两边对时间求导得 $2l\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = 2x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，利用已知条件得

$\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = -v_0$，而$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v$ 即为速度，所以

$$-2lv_0 = 2xv \tag{2}$$

得到速度 $v = -\dfrac{l}{x}v_0 = -\dfrac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}v_0$。

对式(2)两边求导得$-v_0\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = v\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + x\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，可求得加速度为 $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{v_0^2 - v^2}{x} = -\dfrac{h^2}{x^3}v_0^2$。

2) 第二类问题

已知加速度或速度与时间的关系以及初始条件，求任意时刻的速度和位矢。如设加速度为 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，初始速度和位置分别为 $\boldsymbol{v}|_{t=0} = \boldsymbol{v}_0$ 和 $\boldsymbol{r}|_{t=0} = \boldsymbol{r}_0$，经过积分可得速度和位矢的表达式 $\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = \int_{v_0}^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_0^t \boldsymbol{a}(t)\mathrm{d}t$ 和 $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = \int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^t \boldsymbol{v}(t)\mathrm{d}t$。

注意，在直线运动中的特殊情况如下：

(1) 已知加速度或速度与时间的关系以及初始条件 v_0、x_0，则积分可得

$$v - v_0 = \int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v = \int_0^t a(t)\mathrm{d}t \text{ 和 } x - x_0 = \int_0^t v(t)\mathrm{d}t$$

(2) 已知加速度 $a(x)$或速度 $v(x)$与时间的关系以及初始条件 v_0、x_0，则加速度可以写成 $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$，两边积分可得

$$\int_{v_0}^{v} v\mathrm{d}v = \int_{x_0}^{x} a\mathrm{d}x \text{ 和 } v^2 = v_0^2 + \int_{x_0}^{x} a\mathrm{d}x$$

例 1.4 一沿直线运动的汽船，当其速度为 v_0 时(设此时 $t=0$，$x_0=0$)关闭发动机，船受阻力所获加速度 $a = -kv$，其中 k 为正值恒量。求：(1)船的速度函数 $v(t)$；(2)船的运动函数

$x(t)$。

解：(1) 由加速度定义知 $a=\frac{dv}{dt}=-kv$，经分离变量得到 $\frac{dv}{v}=-kdt$，再两边积分得到 $\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-k\int_0^t dt$，由此可得 $\ln v/v_0=-kt$，即速度为 $v=v_0e^{-kt}$。

(2) 由速度定义 $\frac{dx}{dt}=v=v_0e^{-kt}$，分离变量得 $dx=v_0e^{-kt}dt$，积分得 $\int_0^x dx=\int_0^t v_0e^{-kt}dt$，则运动函数为 $x=-\frac{v_0}{k}e^{-kt}\big|_0^t$，即 $x=\frac{v_0}{k}(1-e^{-kt})$。

2. 运动的叠加原理

任意一个复杂的运动总可以看成是几个简单独立运动的叠加，且不产生相互影响，称为运动的叠加原理或运动的独立性原理。

例 1.5　如图 1.4 所示，有一水平运动速度为 $\boldsymbol{v}_0$ 的汽车，在汽车上以与水平方向成 θ 角的速度 $\boldsymbol{v}$ 斜向上发射一颗子弹。略去空气阻力，并设发射过程不影响汽车的速度，试分别以地球、汽车为参照系，求子弹的轨迹方程。

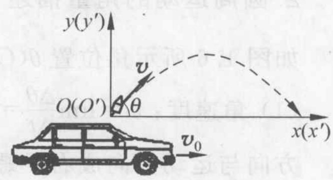

图 1.4　例 1.5 用图

解：(1) 以地球为参照系，选发射时为计时起点 $t=0$，该时刻汽车的位置为坐标原点 O，汽车运动方向为 x 轴正向，竖直向上为 y 轴正向，则子弹的运动函数为

$$\begin{cases} x=(v\cos\theta+v_0)t \\ y=vt\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

上式消去 t，得子弹在地球参照系中的轨迹方程

$$y=\frac{v\sin\theta}{v_0+v\cos\theta}x-\frac{g}{2(v_0+v\cos\theta)^2}x^2$$

(2) 以汽车为参照系，选发射时为计时起点 $t'=0$，该时刻汽车的位置为坐标原点 O'，汽车运动方向为 x' 轴正向，竖直向上为 y' 轴正向，则子弹的运动函数为

$$\begin{cases} x'=vt'\cos\theta \\ y'=vt'\sin\theta-\frac{1}{2}gt'^2 \end{cases}$$

上式消去 t'，得子弹在汽车参照系中的轨迹方程

$$y'=x'\tan\theta-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}x'^2$$

1.3　圆周运动　曲线运动及其描述

1. 自然坐标系描述

自然坐标系是二维动态的(如图 1.5 所示)，其中 O 是曲线上任意一点 P 所在圆的曲率中心，ρ 是曲率半径，$\boldsymbol{\tau}$ 是 P 点沿切向的单位向量，$\boldsymbol{n}$ 是由 P 点指向曲率中心的法向单位向量。

当质点作半径为 R 的圆周运动时：

切向加速度 $a_\tau = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$（反映速度大小变化）

法向加速度 $a_n = v^2/R$（反映速度方向变化）

总加速度 $\boldsymbol{a} = a_\tau \boldsymbol{\tau} + a_n \boldsymbol{n}$；总加速度大小 $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$

总加速度与切向夹角：$\alpha(a_\tau, a) = \arctan \dfrac{a_n}{a_\tau}$

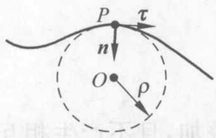

图 1.5　自然坐标

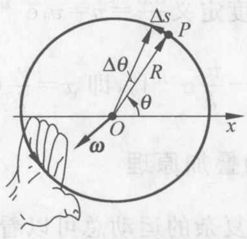

图 1.6　圆周运动的角量图示

2. 圆周运动的角量描述

如图 1.6 所示角位置 θ（OP 与 x 轴夹角），

(1) 角速度：$\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$（标量式）

方向与运动方向成右手螺旋关系（如图 1.6 所示）。

(2) 角加速度：$\alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$（标量式）

3. 角量和线量的关系

(1) 路程与角位移：$\Delta s = R\Delta\theta$

(2) 速度与角速度：$v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}(\theta R)}{\mathrm{d}t} = \omega R$

(3) 加速度与角加速度：$a_\tau = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}(\omega R)}{\mathrm{d}t} = \alpha R$；$a_n = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R$

例 1.6　质点作半径为 $R=0.5\mathrm{m}$ 的圆周运动，其角速度函数为 $\omega = (3t^2+3)\mathrm{rad/s^2}$，设 $t=0$ 时，角位置 $\theta=0$。试求：质点在 $t=2\mathrm{s}$ 时的

(1) 角位置、角速度、角加速度；

(2) 切向加速度、法向加速度和总加速度。

解：(1) 由角位置：

$$\theta(t) = \int_0^t \omega \mathrm{d}t = \int_0^t (3t^2+3)\mathrm{d}t = t^3 + 3t(\mathrm{rad})$$

角加速度

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 6t(\mathrm{rad/s^2})$$

将 $t=2s$ 代入相应表达式

$$\begin{cases} \theta = t^3 + 3t \\ \omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 3t^2 + 3 \\ \alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 6t \end{cases}，\quad 可得 \begin{cases} \theta = 14\mathrm{rad} \\ \omega = 15\mathrm{rad/s} \\ \alpha = 12\mathrm{rad/s^2} \end{cases}$$

(2) 切向加速度：$a_\tau = R\alpha = 6(\mathrm{m/s^2})$；法向加速度 $a_n = R\omega^2 = 112.5(\mathrm{m/s^2})$；总加速度 $\boldsymbol{a} = 112.5\boldsymbol{n} + 6\boldsymbol{\tau}$；大小 $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = 112.7(\mathrm{m/s^2})$。

总加速度与切向加速度夹角

$$\alpha(a_\tau, a) = \arctan\frac{a_n}{a_\tau} = \arctan\frac{112.5}{6} = 86°56'50''$$

4. 一般曲线运动时的加速度

设 P 点曲率半径为 ρ(如图 1.5 所示)，则有

切向加速度：

$$a_\tau = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$$

法向加速度

$$a_n = v^2/\rho$$

例 1.7　一物体作斜抛运动(如图 1.7 所示)，测得在轨道 A 点处速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小为 v，其方向与水平方向夹角成 45°。求物体在 A 点的切向加速度 a_τ、法向加速度，轨道的曲率半径 ρ。

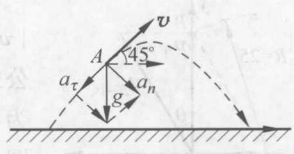

图 1.7　例 1.7 用图

解：抛体运动的加速度大小为 g，方向向下。由矢量分解得：

切向加速度为

$$a_\tau = -g\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}g$$

法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = g\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}g$$

所以轨道的曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{\sqrt{2}v^2}{g}$$

1.4　相对运动和伽利略变换

1. 坐标变换

设 S' 系以速度 $\boldsymbol{u}$ 相对 S 系沿 x 轴方向运动，如图 1.8 所示，则有

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{r}_{OO'},\quad t = t'$$

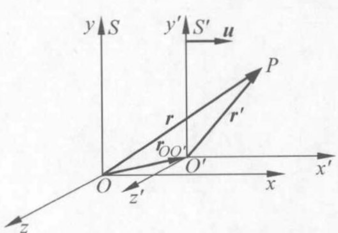

图 1.8　伽利略坐标变换

分量式

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

$\boldsymbol{r}$ 称绝对位置矢量，$\boldsymbol{r}'$ 称相对位置矢量，$\boldsymbol{r}_{OO'}$ 称牵连位置矢量。

2. 速度变换

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_{OO'},\quad \Delta t = \Delta t'$$

分量式

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases}$$

3. 加速度变换

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$$

注意：

(1) 经典力学中，绝对矢量＝相对矢量＋牵连矢量；

(2) 经典力学对时间和空间的测量与相对运动无关，伽利略变换体现了牛顿经典时空观。

例 1.8 一位汽车司机试图往正北方向行驶，而风以 15m/s 的速度向西刮来，如果汽车的速率（在静止空气中的速率）为 25m/s，试问司机应沿什么方向行驶？汽车相对于地面的速率为多少？试用矢量图说明。

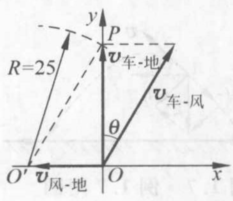

图 1.9 例 1.8 用图

提示：建立如图 1.9 所示坐标系，由已知条件，有 $\boldsymbol{v}_{风\text{-}地} = -15\boldsymbol{i}$m/s，$|\boldsymbol{v}_{车\text{-}风}| = 25$m/s，方向未知，$\boldsymbol{v}_{车\text{-}地}$ 大小未知，方向正北。由相对速度公式，$\boldsymbol{v}_{车\text{-}地} = \boldsymbol{v}_{车\text{-}风} + \boldsymbol{v}_{风\text{-}地}$，以 $\boldsymbol{v}_{风\text{-}地}$ 矢量末端 O' 为原点，以 $R = |\boldsymbol{v}_{车\text{-}风}|$ 为半径画弧，交 Oy 轴于 P 点，矢量三角形 OPO' 为直角三角形，如图 1.9 所示。

汽车驾驶员应沿北偏东，$\theta = \arcsin\dfrac{15}{25} = 36.87°$ 方向行驶。