

TANXINGBO

CENGXICHENGXIANG

YANJIU

JI

GONGCHENG

YINGYONG

王振宇 编著

弹性波层析成像研究 及工程应用



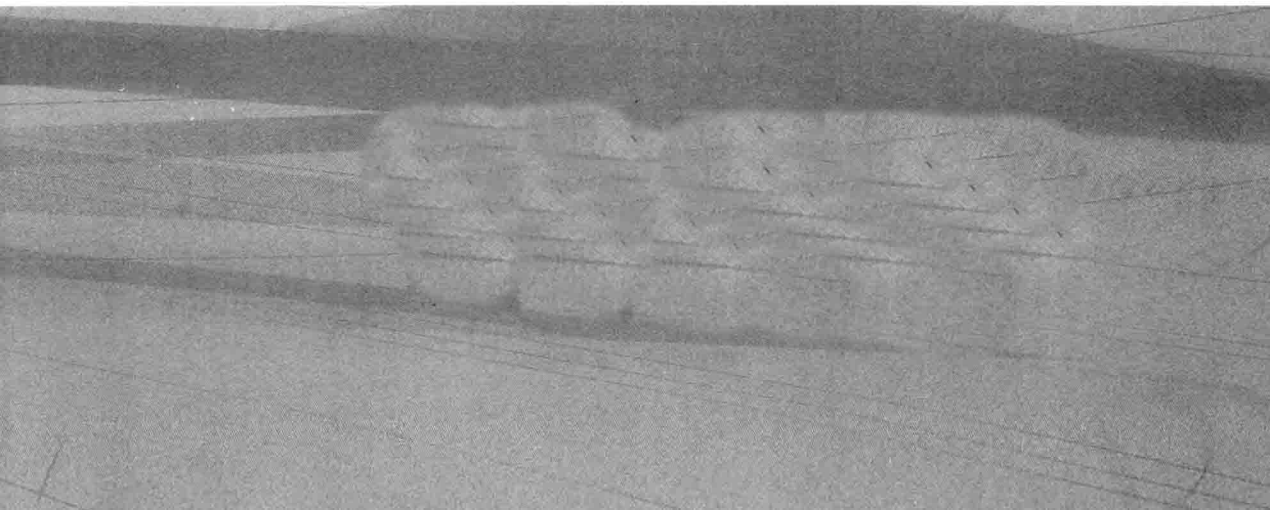
中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

王振宇 编著

弹性波层析成像研究 及工程应用



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn



内 容 提 要

本书系统论述了弹性波层析成像的理论、方法、试验及工程应用。全书共 8 章，主要内容包括：绪论、射线追踪方法、离散图像重建技术、广义反演与正则化方法、基于广义逆的反演方法、反演的扰动分析、混凝土构件的弹性波 CT 试验和弹性波 CT 工程实例。

本书可供土木工程、水利工程、交通工程、工程物探等领域的科研人员和工程技术人员阅读参考，也可供上述领域的研究生作为参考教材。

图书在版编目 (C I P) 数据

弹性波层析成像研究及工程应用 / 王振宇编著. --
北京 : 中国水利水电出版社, 2013. 8
ISBN 978-7-5170-1258-0

I. ①弹… II. ①王… III. ①弹性波—层析成像—研究 IV. ①TE319

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第304028号

书 名	弹性波层析成像研究及工程应用
作 者	王振宇 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市北中印刷厂
规 格	175mm×245mm 16 开本 8.25 印张 162 千字
版 次	2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷
印 数	0001—1500 册
定 价	28.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

土建结构的无损检测技术是在不破坏结构构件的情况下,探测推定构件的缺陷。由于其方便、快捷的优点,无损检测技术在工程建设领域得到了大量的应用。

层析成像作为一种新的无损检测手段,具有信息量大、分辨率高、形象直观的特点,最近几十年来得到了蓬勃的发展。层析成像技术已成功应用于医疗诊断,并在医学上起到了划时代的作用。层析成像技术还在地球物理、射电天文学、仪器仪表、工业过程监测等领域得到了成功应用。因此,将层析成像技术推广应用于土建结构的工程质量检测是非常有必要的,本书着重研究和讨论层析成像在土建结构质量检测方面的理论、方法和应用。由于工程中常用的混凝土、岩体等材料的弹性波性质相对较稳定,弹性波走时信息与结构隐患的相关性较好,故本书主要针对人工震源激励而产生的弹性波走时进行层析成像分析。

层析成像主要包括“正演模拟”和“反演”两个关键技术内容。一般地,正演是由理论模型参数计算观测数据的理论值,而反演问题是由实际观测数据推算可能的模型或模型参数。任何反演问题的计算都是建立在正演问题的基础上,正演计算往往有比较确定的理论模型和解答,而反演常常遇到求解问题不适定的困难。因此,本书在综合分析层析成像研究历史和现状的基础上,主要针对层析成像中的反演问题展开研究,研制了层析成像软件,通过数值仿真、室内试验和工程实例验证了本书方法的正确性、可行性和应用效果。希望能够为工程无损检测领域的科研和技术人员提供参考。

本书的主要特色成果有:①对层析成像反演中的离散不适定问题进行研究,通过对奇异值谱和 Picard 图的分析,分析离散不适定问题求解困难的本质。②对常规 SIRT 算法进行了改进;研究了迭代 Tik-

honov 正则化方法求解二维走时层析成像问题,采用 L 曲线法确定最优正则参数,正则化方法能够得到在残差范数和解的范数之间取最优折衷的解。③提出基于广义逆的一类反演方法和解评价指标。在分析解估计评价指标与阻尼系数关系的基础上,提出阻尼类反演方法的阻尼系数优选技术,采用多目标优化的评价函数法进行求解,该阻尼系数优选技术对初始值不敏感,所得阻尼系数合理。④研究三种误差对反演结果的影响和小波分析的降噪技术;引入向后扰动的概念,分析广义逆算法的稳定性;提出对先验信息和约束条件的处理方法;在同等测试条件下,广义逆方法具有更高的识别精度。⑤建立了可用于层析成像异常区识别的若干个定量算法,开展了混凝土构件层析成像试验。研究表明层析成像的缺陷评估更直观、准确、信息量更丰富,比其他检测方法有独特的优势。

本书的整体结构如下:第 1 章为绪论,第 2 章介绍了射线追踪方法,第 3 章介绍了离散图像重建技术,第 4 章介绍了广义反演与正则化方法,第 5 章介绍了基于广义逆的反演方法,第 6 章介绍了反演的扰动分析,第 7 章是混凝土构件的弹性波 CT 试验,第 8 章介绍了弹性波 CT 工程实例。

本书的研究工作得到国家自然科学基金(No.50279046, No.50509021)、国家 973 计划(No.2013CB035901)、浙江省自然科学基金(No.502020)等的资助。在此深表感谢。

限于作者水平,书中难免有许多缺点和错误,热诚欢迎读者批评指正。

作者

2013 年 3 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 层析成像技术概况	3
1.3 层析成像的发展历史	5
1.4 层析成像技术的工程应用	6
1.5 层析成像的反演问题	6
1.6 研究目的与意义	9
第 2 章 射线追踪方法	10
2.1 引言	10
2.2 基本原理	10
2.3 射线追踪方法	15
2.4 小结	26
第 3 章 离散图像重建技术	27
3.1 引言	27
3.2 反投影算法	27
3.3 代数重建算法	28
3.4 联合迭代重建算法	30
3.5 最小二乘 QR 算法	31
3.6 小结	32
第 4 章 广义反演与正则化方法	33
4.1 引言	33
4.2 广义反演的一般理论	33
4.3 弹性波走时层析成像的算例分析	38
4.4 离散不适定问题	43
4.5 奇异值分析	45
4.6 正则化方法与正则参数的确定	50

4.7 小结	60
第 5 章 基于广义逆的反演方法	61
5.1 引言	61
5.2 广义逆的定义	61
5.3 基于广义逆的反演方法	62
5.4 广义逆解估计的评价	64
5.5 阻尼系数的优选技术	66
5.6 模型离散化评估	73
5.7 收敛准则	76
5.8 数值仿真模型分析	77
5.9 小结	80
第 6 章 反演的扰动分析	81
6.1 引言	81
6.2 扰动分析	81
6.3 小波分析与降噪	84
6.4 向后扰动分析	88
6.5 约束条件的处理	91
6.6 识别异常体的精度分析	93
6.7 小结	93
第 7 章 混凝土构件的弹性波 CT 试验	95
7.1 试验概况	95
7.2 混凝土质量评价标准	97
7.3 构件 B1 层析成像与分析	101
7.4 构件 B2、B3 层析成像与分析	106
7.5 小结	110
第 8 章 弹性波 CT 工程实例	111
8.1 混凝土梁检测	111
8.2 混凝土柱检测	112
8.3 混凝土梁柱节点检测	113
8.4 混凝土灌注桩检测	115
8.5 混凝土拱坝检测	117
参考文献	122

第 1 章 绪 论

1.1 引言

重大土木、水利工程的安全关系国计民生，其灾变行为和破坏机理极其复杂，而且灾害损失特别重大，或者影响国民经济的发展，或者导致城市和区域功能瘫痪。自 20 世纪 90 年代开始，工程的灾变行为、健康监测及诊断、安全性评估成为国际工程界广泛关注的热点研究课题。相对于传统的工程勘测设计而言，“结构的灾变行为、安全性评估、健康监测及诊断”是针对已建成或已运行了一段时间的结构而开展的研究，因此称之为结构的后评估研究。该研究领域引起广泛关注的原因在于以下几个方面。

1. 耐久性问题引起重视^[1-4]

长期以来，人们一直认为建筑材料（如混凝土、砂石、岩土）是非常耐久的材料。直到 20 世纪 70 年代末期，发达国家才逐渐发现原先建成的基础设施工程在一些环境下出现过早损坏，造成了巨大的经济损失。据调查，美国 1975 年由于腐蚀引起的损失达 700 亿美元，1985 年则达 1680 亿美元。英国英格兰岛中部快车道上 11 座混凝土高架桥，当初建造费为 2800 万英镑，到 1989 年维修耗资达 4500 万英镑，是造价的 1.6 倍，估计以后 15 年还要耗资 1.2 亿英镑，累计接近当初造价的 6 倍。上述例子反映了耐久性问题所引起的损失大大超过了人们的估计。

我国住房与城乡建设部于 20 世纪 80 年代的调查表明，国内大多数工业建筑物在使用 25~30 年后即需大修，处于严酷环境下的建筑物使用寿命仅 15~20 年。民用建筑和公共建筑的室外阳台、雨篷等露天构件也是易出现耐久性问题的部位。对于水利工程而言，除了一般工业与民用建筑所面临的常见耐久性问题之外，由于有水的参与使其耐久性问题更突出，危害性更严重。主要的问题有：材料老化、水力劈裂、碱骨料反应、水工混凝土的析钙等^[5]。由于上述一系列问题的复杂性，对这些隐患的检测与评定尚缺乏科学依据和有效手段。

2. 日益重视土建结构使用阶段的正常检测与维护

结构耐久性和使用寿命的概念，与使用阶段的检测、维护和修理不可分割，对处于露天和恶劣环境下的基础设施来说尤其如此。为了保证土木、水利工程安



全性和耐久性, 应进行定期检测, 识别缺陷, 并进行加固处理。

3. 检修费用占工程总投资的比例日益增大^[1]

从国家对工程建设投资和对工程设计要求来看, 进行工程项目全寿命的费用支出论证更合理。若只注重工程项目建设的一次性投资支出, 而不考虑建成后所需的正常检测、维护费用, 不但可能损害工程使用寿命和正常使用功能, 而且从经济上算总账也很不合算。例如, 英国 1978 年的土建维修费上升到 1965 年的 3.7 倍, 1980 年的维修费占当年土建费用总支出的 2/3。

4. 重大工程项目为结构评估研究提供了工程背景

重大工程失效所造成的损失与危害比历史上任何时期都更严重, 一大批重大工程, 如三峡工程、跨海大桥、超高层建筑等项目的建设为工程结构安全性评估、健康监测及诊断提供了研究的工程背景与应用实例。

自 1987 年以来, 国家自然科学基金委员会等部委就针对我国结构工程学科的发展战略举办多次专家研讨会, 于 1991 年公布的《结构工程学科发展战略研究报告》认为: 目前整个结构工程学科的发展已经全面突破了传统的模式。在空间域, 由单一构件的分析理论扩展到整个结构及其系统的分析与综合; 在时间域, 由单纯重视使用阶段延伸到考虑建造、使用和老化阶段的全“生命周期”; 整个学科的基础已从单一依靠工程力学发展到依靠多学科的交叉。1994 年国家攀登计划“重大土木及水利工程安全性与耐久性的基础研究”以与我国国民经济息息相关的几种典型重大结构(大型隧道边坡、大跨桥梁、高层建筑、大型水工结构)为依托, 以结构“生命周期”中施工、使用和老化三个阶段为主线, 系统地进行了有关结构安全性和耐久性的基础研究。

1999 年 11 月国家自然科学基金委员会组织讨论了“重大工程灾害与防治”的“十五”优先资助领域。为了推动重大工程灾变行为与健康监测的基础与应用基础研究, 论证国家自然科学基金“十五”重大研究方向和研究内容, 国家自然科学基金委员会工程与材料学部于 2001 年 10 月召开了以“重大工程的灾变行为与健康监测”为主题的学术研讨会。与会专家一致认为, 针对我国已建和拟建的重大工程, 结合国际科学研究发展的整体趋势, 我国应通过重大项目立项, 深入开展以现代学科交叉、融合为特征, 以现代高新技术应用为标志的重大工程灾变行为与健康监测的基础理论研究。“十五”期间应重点在以下关键学科上取得突破: 重大工程损伤演化与灾变行为的基础理论、重大工程损伤诊断与安全评定的基础理论、重大工程健康监测的传感元件与硬软件系统集成方法与技术。另外, 国家自然科学基金“十五”发展计划纲要提出: 重点加强工程科学基础的研究, 注重对国家重大工程的基础科学研究, 强化学科交叉和领域渗透, 大力推进信息技术在工程中的应用, 重点发展重大工程灾害的防治与安全、资源与环境工程技术、城市化进程和水环境等问题的研究。而且, 2001 年国家自然基金委提出了



重大研究课题：重大水工混凝土结构隐患病害检测与健康诊断研究，着重研究重大水工混凝土结构病害检测、老化机理及寿命评估理论和方法，重大水工混凝土结构健康诊断理论、方法及预警系统。

1.2 层析成像技术概况

在进行结构安全评估和健康诊断中，传统的有损检测技术通常在结构本身取样，借助常规的实验手段对试样进行检测，以评定结构的物理力学性能。该技术应用历史较久，已经积累了较丰富的应用经验。但这种方法也有明显的缺点：①由于取样对原有结构会造成一定的破坏，限制了有损检测技术的应用范围；②有限的取样检测结果不能完全反映结构物的病害情况，甚至得出错误的评价结果；③检测的自动化程度不高，易引入误差。

另一方面，应用地球物理技术解决工程与环境问题成为近年来学科交叉发展形成的一个新的前沿领域，引起了工程界的广泛关注。随着新技术、新方法和新研究课题的产生，工程与环境物探作为一种重要的测试与监测手段，已超出了传统的地球物理学范畴。20世纪80年代以来，随着我国大规模经济建设和国土整治的迫切需要，工程与环境物探技术获得了迅速的发展。先后引进和开发了一系列用于工程与环境地质调查的新方法新技术，研制了一批较先进的仪器设备，现代物探技术逐步应用于工程无损检测领域，并引起了工程界的广泛关注。

层析成像（Computer Tomography）技术是近几十年来蓬勃发展的一门交叉学科。层析成像是指在不损伤研究“对象”内部结构的条件下，利用某种射线源，根据从“对象”外部用检测设备获得的投影数据，选用适当的数学模型和重建成像技术，反演出“对象”内部未知的某物理量，并生成二维、三维图像以重现“对象”内部特征。层析成像技术已成功应用于医疗诊断，并在医学上起到了划时代的作用。层析成像技术还在地球物理、射电天文学、仪器仪表、工业过程监测等领域得到了成功应用。层析成像按场源的物理性质可分为：弹性波（超声波、声波、地震波）层析成像、电阻率层析成像、电磁波层析成像、电容层析成像、光学层析成像、微波层析成像等。

层析成像作为一种与射线追踪密切相关的反演过程，包括“正演模拟”和“反演”两部分。“正演模拟”由关于“对象”介质和弹性波采集参数的描述出发，运用基于某种物理过程的理论模型的算法预测实际将得到的数据，而“反演”则由测得的数据和采集参数出发，运用已知的正演模拟算法去推断出产生所测数据的“对象”模型。这里描述“对象”介质的参数包括正演模拟过程中沿射线积分的某个量。



以图 1-1 所示的井间旅行时层析成像为例,震源在左井,接收器在右井,地震波透射过井间介质。首先将井间区域划分为离散网格,假定每个单元的慢度值(速度的倒数)相等,层析成像从旅行时(即波从激发点至接收点的走时时间)入手寻找一个模型,使其单元上的慢度值能近似产生所测得数据。计算从某一初始设定的模型出发,进行正演模拟,即依据射线理论进行射线追踪;再由正演得到的射线路径和实测走时,反演出更新的模型;通过不断的正演和反演最终得到与实际非常接近的模型。在这里用慢度来描述井间介质,波的走时为慢度沿射线路径的线积分,对每一射线有:

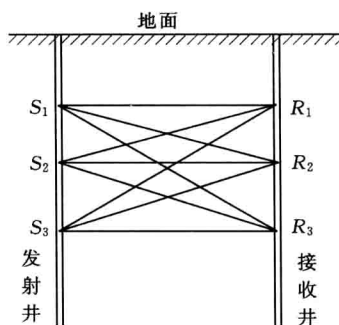


图 1-1 井间旅行时层析成像

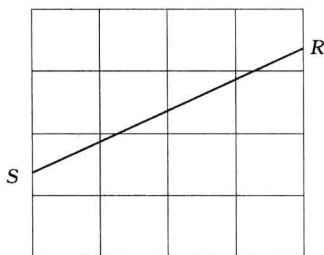


图 1-2 层析区域离散化

$$t_i = \int_{L_i} S(x, y) ds \quad (1-1)$$

式(1-1)是一曲线积分,层析区域的速度分布为 $V(x, y)$, 则 $S(x, y) = 1/V(x, y)$ 是慢度值, ds 是弧长微元。式中慢度及射线 L_i 都是未知的,只有走时 t_i 是已知的。这是一个非线性参数识别问题。我们必须先假定一个初始模型,通过射线追踪来确定射线 L_i ,从而反演参数只剩下慢度 $S(x, y)$ 。这时,我们把反演区域离散化,如图 1-2 所示,离散成 n 个小单元,在每个单元

内设定慢度为 $s_1, s_2, \dots, s_n$ 。这样,第 i 个射线的旅行时表示为

$$t_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} s_j \quad (1-2)$$

式中: a_{ij} 为第 i 个射线穿过的第 j 个网格的路径长度。

当有大量射线(如 m 条射线)穿过反演区域时,根据式(1-2)就可以得到关于未知量 s_j 的一线性方程组:

$$\mathbf{AS} = \mathbf{T} \quad (1-3)$$

其中 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$; $\mathbf{T} = (t_i)_{m \times 1}$; $\mathbf{S} = (s_j)_{n \times 1}$ 。

式中: $\mathbf{A}$ 为距离矩阵; $\mathbf{T}$ 为旅行时向量; $\mathbf{S}$ 为慢度列向量。

通过求解式(1-3),就可以得到离散慢度分布,相应的离散速度分布也已知,从而实现了井间区域的速度场反演成像。由于距离矩阵的特殊性(非方阵),式(1-3)是一个不相容的方程组,无法用常规的消去法等方法求解,而采用其他数学方法,由于射线路径本身也与慢度参数有关,实际上将作为反演的一部分



来确定, 这使反演整体上为非线性的。

1.3 层析成像的发展历史

层析成像理论始于 1917 年奥地利数学家 Radon 发表的著名论文《由给定的流形上的函数积分确定函数》, 该图像重建方程 (或称为 Radon 变换) 对 CT (Computer Tomography) 技术的形成和发展起到了指导性的作用。30 年后, Bracewell 研究了二维 Fourier 反演方法图像重建问题, 并于 1956 年在射电天文学中实现了第一个图像重建。1963 年 Cormack^[6] 发表了函数的线积分图像重建在放射学中的应用, 进一步发展了从 X 射线投影重建图像的解析数学方法, 为医学 CT 机研制打下了基础。1968 年, Derositer 等人讨论了电子显微照相中三维图像的重建。1971 年 Ramackandran 等研究了 X 射线照相和电子显微照相中利用褶积替代傅氏变换的方法。1985 年, Langan^[7] 等给出了一种准确的、计算效率较高的射线追踪方法, 在层速度不均匀介质中得到了应用, 使利用旅行时信息的层析成像技术得到了发展。Esmersoy 和 Levy^[8] 则给出了齐次 Born 近似公式范围内反演多维声波介质速度的两个方法, 把反演问题进行了简化处理。Wu 和 Toksöz^[9] 针对视角覆盖有限或介质不均匀性的长度与波长差不多时, 射线层析成像较差的问题, 引入了绕射层析成像技术来改进传统的层析成像技术, 利用散射场 (绕射场) 来重建目标函数。

相应于理论上取得的进步, 1967 年, Housefield 制成了第一台可用于临床的计算机 X 射线断层扫描装置, 并于 1971 年 9 月研制出第一台头部扫描仪。1974 年, Ledley 研制成功了全人体扫描 CT, 1979 年第一台 CT 发明者 Housefield 与 Cormack 获得了诺贝尔医学奖。受医学领域所取得成功的鼓舞, 20 世纪 70 年代后期, 应用层析成像技术在地球物理、地震勘探方面逐步开展了不同程度的研究工作。80 年代开展的国际地球岩石圈计划中, 美国哈佛大学和加州理工学院应用层析成像技术取得了揭示地球内部精细结构的层析图, 为板块对流学说提供了依据。在美国勘探地球物理学会 (SEG) 第 54 届年会上, 首次开辟了层析成像在油气勘探方面的专题讨论。Bregman^[10] 等介绍了以二维射线追踪为基础的迭代方法应用于野外实测数据处理, 表明人工地震 CT 开始从实验室模拟走向实际应用。在 1992 年第 62 届美国勘探地球物理学会年会上开始设专题讨论高分辨率 CT 在工程与探矿中的应用问题。

常用的三种层析成像技术比较见表 1-1^[11]。由于土木、水利工程中常用的混凝土、岩体等材料的弹性波性质相对较稳定, 弹性波走时信息与结构隐患的相关性较好, 故本书主要针对人工震源激励而产生的弹性波走时进行分析。如无特别指出, 以后文中的层析成像都是指弹性波层析成像。

表 1-1 弹性波 CT、电磁波 CT 和电阻率 CT 对比^[11]

	弹性波 CT	电磁波 CT	电阻率 CT
物理现象	弹性波	电磁波	直流电场
观测量	首波走时、振幅、反射和折射		电位（差）
重构模型	速度分布、吸收系数、反射和折射率		电阻率分布

1.4 层析成像技术的工程应用

层析成像作为一种新的无损检测手段，具有信息量大、分辨率高、形象直观的特点，因此在工程领域的应用日益广泛。

Bond 等^[12-13]运用走时层析成像进行大坝大体积混凝土裂缝的探测。Karastathis 等^[14]将声波层析成像技术应用于 Marathon 大坝的混凝土质量评定。Bichkar 等^[15]采用基于遗传算法的跨孔层析成像探测地下孔洞。Cheng 等^[16]采用 P 波层析成像来评价开挖过程中岩体的力学状况。Martin 等^[17]采用超声波层析成像检测后张法预应力桥梁。赵明阶等^[18]采用波速层析成像技术，通过对二维岩体介质进行纵、横波波速成像，得到灌浆区的动弹模参数图像，从而对灌浆效果作出评价。赵明阶^[19]对大型桥梁基桩进行超声波层析成像隐患检测。蔡得所^[20]将地震层析成像技术与弹性波跨孔测量法相结合，用于圈定基岩爆破损伤范围。程久龙^[21]采用弹性波层析成像技术对岩体不同应力变化时段进行测量，从而对岩体破坏过程进行动态监测。

弹性波走时层析成像技术在土木、水利工程中的应用包括混凝土构件（如梁、板、柱、桩、墩台等）质量鉴定，混凝土坝体均匀性评价，受灾（大火、碰撞）或老化混凝土构件内部损伤评定，地基处理或加固效果评价，不利工程地质条件（断层、破碎带、溶洞）探查和堤坝、路基隐患探测及加固效果评价等。

1.5 层析成像的反演问题

一般地，正演是由理论模型参数计算观测数据的理论值，而反演是由实际观测数据推算可能的模型或模型参数。任何反演计算都是建立在正演的基础上，正演计算往往有比较确定的理论模型和解答，而反演常常遇到求解问题不适定的困难。

1.5.1 声波偏微分方程反演问题

由微分方程理论得，给出一个系统在某一时刻的状态和边界条件，可以用微



分方程计算出系统中表示状态的参量随时间和空间的变化,即由“原因”推得“结果”,解决所谓微分方程的正问题。层析成像在数学上可归纳为由已知部分微分方程的解反求微分方程中的某些未知成分,这些未知成分包括偏微分方程中微分算子的系数、源项、边界条件或边界几何形状,以及初始条件或前一时刻系统的状态,此类问题统称为微分方程的反演。以弹性波层析成像为例,其偏微分反演如下所述。

考虑弹性波探测的最简单模型,即用声波方程代替波动方程和脉冲型点震源的情况,此时描述声波在地下半空间 Ω 内传播的微分方程为^[22]

$$\nabla^2 u - \frac{1}{V^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \quad \mathbf{r} \in \Omega \subset \mathbb{R}^3 \quad (1-4)$$

式中: $\mathbf{r}$ 为三维空间中的某一点; $\mathbf{r}_s$ 为单极震源的位置; u 为标量声场; $V(\mathbf{r})$ 为声速度。

式(1-4)属于双曲型二阶线性偏微分方程。

$$\text{初始条件} \quad u = \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad t \leq 0 \quad (1-5)$$

$$\text{边界条件} \quad u = f(\mathbf{r}, t) \quad \mathbf{r} \in \partial\Omega \quad (1-6)$$

式中: $\partial\Omega$ 表示 Ω 的边界。

声速成像问题指的是给出地面观测的声场 f 求微分方程式(1-4)左端微分算子中的系数 $1/V^2(\mathbf{r})$, 声速层析成像是典型的双曲型偏微分方程待定系数项的反演。

1.5.2 反演的不稳定性

在不同的科学技术领域中,对反问题的定义是不同的。①根据数学的观点,反分析是在给定的子空间中寻找与函数空间中的某点(根据反分析目的预先确定该点)最靠近的点^[23];②根据统计学的观点,反分析是回归和参数估计问题;③根据信息论的观点,反分析实质是信息传递过程,后验信息=先验信息量(经验信息)+观测信息+理论信息量^[24];④从系统论的角度,反分析实际上需要求解的是系统模型、状态参数等,是一个系统辨识问题。

反问题的适定性是指解的存在性、唯一性和稳定性,并将不满足上述三个条件中任何一个的定解问题称为病态问题(ill-posed problem)或不适定问题,反之称为良态问题(well-posed problem)或适定问题。典型的不适定问题,在拟合残差很小的情况下,其反演值仍可较大地偏离真实解。参数反问题的不稳定性一直是该领域的瓶颈,正是因为反演的不稳定性,工程界对参数反演结果一直存在质疑,这也是制约反演方法更广泛应用于实践的一个主要障碍。

反演问题的唯一性与可辨识性是紧密相关的,其中一个重要而难度很大的问



题便是提出反问题可辨识的充要条件。由于受测试条件限制,仅仅根据有限的观测数据求解反问题,不能保证反演解的唯一性,即对不同的初始估计值将得到不同的辨识结果。这种解的非唯一性不是由于反演方法和技巧上的缺陷引起的,而是反问题本身存在的固有困难。一般而言,若反问题研究对象的物性参数均匀,待辨识的物性参数可简化为有限的几个常量,实测信息多于未知量数目,此时的反问题易得到唯一解。反之若研究对象非均匀性较强,待辨识的参数分布复杂,有限的实测信息不能完全确定参数的时空分布,此时反演解是不唯一的,不得不采取降低辨识精度(相应减少了待辨识的未知量)的策略来达到可辨识的目的。

反演问题的另一个特征是非线性,即观测数据和相关参数之间,由于后者的极小变化将引起前者的很大变化。而且,由于任何观测资料都存在干扰和误差,这种畸变的观测数据也会使反演计算不稳定,即观测数据中少量的误差将引起待辨识参数的很大变动,而不稳定的程度与所采取的反演方法密切相关,严重的情况下甚至会使计算结果失真。

对不适定问题可从以下几个方面来提高参数辨识的可信度:①依据先验信息建立合理的初始模型,若该问题属于多子问题的耦合,则也应该建立相应子问题的模型;②对测试数据作细致的预处理,不仅要剔除误差大的不合理数据,更重要的是使反演使用的测量值和正演模型计算理论值有相同的意义,或者说具有同等可比性;③研究一套合理的正则化分析技术;④最后迫切需要开发一种可靠的、受人为影响因素较小的、全局收敛的非线性优化算法。

1.5.3 反演方法研究的评价

层析成像技术所采用的反演方法最初来源于地球物理学科对地学反问题的求解,并主要经历了以下几个阶段:

20世纪50年代中期至60年代初,以线性系统和数字滤波理论为基础,可以称为“线性滤波”阶段^[25]。

60年代末Backus和Gilbert提出的线性反演理论^[22]在固体地球物理界产生巨大反响,然后逐渐渗透到应用地球物理的各个领域,并在80年代成为常规的地球物理数据分析技术。

反演研究的第三次浪潮开始于70年代中期,科研工作者主要从描述层析成像物理场的偏微分方程出发,探索反演分析的内涵。首先的成功来自于波动方程地震记录的合成,有限差分和有限元等技术为合成地震记录提供了有效的数值计算工具。此后,基于波动方程的地震反演和层析成像理论研究揭开了序幕,并逐步取得了一些应用效果。

反演问题基本上都涉及求解线性方程组,对于模型参数较多的反演问题,会出现方程组的条件数很大的情况,使得求解不适定。在层析成像技术中,不论采



用何种反演方法，都存在下列问题：

(1) 为了得到比较精确的理论响应值，正演计算需要采用较密的网格，但由于受到观测值数量的限制，反演计算中又必须采用较少的网格，因而观测值和理论值之间是不一致的。

(2) 观测数据来自于 3D 结构，而计算常采用 2D 模型。

(3) 观测值是由连续介质产生的，而反演值是离散的。这些因素都可能导致迭代的发散。对此，Daily 和 Owen (1991) 建议采用正则化方法减小上述因素的影响^[26]。

(4) 对于需要计算导数的反演算法，一般比不计算导数的方法效率高一些，但如果目标函数的导数不存在和导数不易计算时，这些方法就不便使用。对于不要求导数的方法，它们的效率往往很低，收敛速度很慢。

(5) 大多数算法利用的是局部信息（如目标函数的梯度），局部方法的特点是，它们都强烈地依赖于初始模型参数的选取，但是要选择一个好的初始模型往往是很困难的，它要求对待求解问题有较多的了解，然而如果没有好的初值，反演结果往往容易陷入局部极值。

由于意识到地震、电磁波、电阻率反问题本质上是非线性的，以及非线性科学近 30 年的研究进展，90 年代初形成了非线性数据处理与非线性反演的研究前沿，涉及地球物理信息提取的更深层次内涵，形成了小波变换、分形分维、混沌理论、遗传算法、模拟退火、神经网络等新的研究方向，为非线性反问题的研究提供了一些新的思路和技术。同时，求解反演问题的数值计算方法也得到了迅速发展，形成了广义逆理论和最优化方法两大分支。反问题是工程科学、数理科学、信息科学的交叉研究领域，随着科学技术对解决非线性、多参数反问题的需求，需要开展新的反演理论与方法研究。

1.6 研究目的与意义

与比较成熟的医学 CT 相比，土木、水利工程领域的层析成像条件更复杂，投影数据大多不完全，探测目标与物理量异常之间的相关性理解还不够明确，以及在反问题求解过程中所遇到的不适定等困难，亟待开展层析成像在土木、水利工程中应用的基础理论研究。在进行层析成像技术的研究过程中，以离散反问题的不适定性为主线，致力于对各种正则化方法的研究与评价，使层析成像的不适定问题在一定准则下获得最优的解。本项研究成果有助于解决土木、水利工程隐患检测与评价中的若干关键问题，提高层析成像检测技术水平，推动其在实际工程中的应用，为我国工程建设提供必要的技术支持，提高其经济安全性。

第2章 射线追踪方法

2.1 引言

当探测源为 X 射线时, 由于 X 射线的穿透力强, 几乎不产生反射和折射; 若探测源为电磁波和声波时, 波穿过被测物体产生折射、反射、散射等物理过程, 在进行层析成像时需加以考虑。对电磁波 (或声波), 只要它们的波长远小于成像系统所研究对象的几何尺寸, 可以不考虑这些波的波动特性, 而把它们的传播看成射线 (Ray) 传播, 也就是说, 此时可用几何光学的研究方法来进行射线追踪和图像重建。在已知介质速度分布的情况下, 求得波穿过成像区域的射线轨迹, 即为射线追踪。在几何光学近似的条件下, 由费马 (Fermat) 原理可知波发射点与接收点之间的射线只有一条, 即射线追踪问题的解是唯一的。射线追踪的结果直接关系到对应反问题——图像重建的速度与精度。

在实际应用中, 需要解决的往往是两点射线追踪问题, 即给定发射点、接收点和介质速度, 求射线路径和两点走时, 其早期方法有解析法、打靶法、弯曲法等。后来又有离散射线追踪的角增量法, 以及 Langan^[7] 等人提出的快速射线追踪法等。角增量法进行射线追踪时, 因有计算误差的积累, 计算精度较低, Langan 法从射线方程的积分分解出发, 并假定介质的波速梯度为小常数, 在一定程度上避免了射线追踪时的误差积累问题。当介质速度差异较大时, 应考虑射线的弯曲, Dines 和 Lytle^[27-28] 等人进行了这方面的研究。另外, 同时考虑空间所有离散点上的走时和射线路径的全局计算方法引起了广泛关注。Saito^[29] 提出了基于惠更斯原理的射线追踪方法, Moser^[30] 使用图论中的最短距离概念来计算走时与射线路径。这些方法的理论基础都是程函方程 (Eikonal equation)、费马原理 (Fermat principle) 和惠更斯原理 (Huygens principle)。

2.2 基本原理

2.2.1 惠更斯原理及斯奈尔定律

惠更斯原理指出, 行进中的波阵面上任一点都可看做是新的子波源。因此, 已知某一时刻的波前面, 就可根据子波包络面确定下一时刻的波前面。对于各向