

反思性教学丛书

小学数学



XIAO XUE SHU XUE

反思性教学

FAN SI XING JIAO XUE

主 编 / 范文贵

RS

 中国出版集团
 世界图书出版公司

反思性教学丛书

小学数学

反思性教学

FANSIXINGJIAOXUE

主 编 / 范文贵



世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

小学数学反思性教学/范文贵编著.
—北京:世界图书出版公司,2009.10
(反思性教学丛书)
ISBN 978-7-5100-0034-8

I. 小… II. 范… III. 数学课—教学研究—小学 IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 172560 号

小学数学反思性教学(第 1 版)

编 著 者:范文贵等
总 策 划:吴 迪
责任编辑:王洪梅
版式设计:王 依

出 版 人:张跃明
出 版 社:世界图书出版公司
发 行 所:世界图书出版公司长春有限公司
(吉林省长春市春城大街 789 号 邮编:130062 电话:0431-86710755)
销 售 处:各地新华书店
印 刷 厂:吉林东光印务有限责任公司
(长春市朝阳区繁荣路 17 号 邮编:130012 电话:0431-85181780)

幅面尺寸:185mm×260mm

印 张:12.5

字 数:298(千字)

版 次:2010 年 2 月第 1 版

印 次:2010 年 2 月第 1 次印刷

营销咨询:张钰晗 13578774448 0431-86710755

编辑咨询:0431-86805561

读者咨询:DBSJ@163.com

ISBN 978-7-5100-0034-8/G·365 定价:22.00 元

版权所有 盗版必究 举报有奖 举报电话:0431-86805538



编委会名单



FAN SI XING JIAO XUE

主 编 范文贵

编 委 (按完成章节顺序排列)

范文贵 张 悦 李雪梅

李林波 刘 艳 张新颜

赵 莉

前 言

本书从理论和案例两方面对小学数学反思性教学进行探讨：

在理论方面，我们首先，介绍小学数学反思性教学概论。基于相关文献阐述小学数学反思性教学的历史背景；探讨小学数学反思性教学的内涵及其主要特征，对小学数学反思性教学与经验性教学进行比较研究。在小学数学反思性教学的哲学、心理学、教育学基础上，确定小学数学反思性教学的目标——追求教学实践的有效性。

其次，介绍小学数学反思性教学体系构建。从小学数学教学设计、小学数学教学内容、小学数学教学活动这三个维度，探讨小学数学反思性教学的类型。基于自我总结性反思、观看录像反思、行动研究法反思，归纳小学数学反思性教学的方法；基于教学后记性反思、现场观摩教学反思、教学反思的再反思，阐述小学数学反思性教学的途径。

第三，介绍小学数学反思性教师成长机制。在界定小学数学反思型教师的内涵的基础上，从认知、情感、意志、教育教学行为这四个维度，明确小学数学反思型教师的特征。以两位老师为例，开展小学数学反思型教师成长个案研究，认识小学数学反思型教师成长价值，揭示小学数学反思性教学对促进教师专业成长的作用，进而对小学数学反思型教师教学能力要素进行分析，提出促进小学数学教师反思能力提高的学校管理策略。

在案例方面，根据《全日制义务教育数学课程标准》，作者对小学数学反思性教学案例进行分析。每一节的内容包括：教学设计思路；课堂实录；教师对教学的反思；学生对教与学的反思；同伴互评，专家点评（大学教授、特级教师等）；教师再反思（经验总结、教学设计突破、理论链接）。

小学数学反思性教学成为一种自觉的、有目的、主动的、有针对性的实践，实现小学数学教学活动的有效控制，实现教学保质高效地运行。超越总结经验教训，使小学数学教学经验理论化，促使小学数学教师形成自我反思的意识和自我监控的能力。

全书由主编范文贵教授拟定撰写提纲，然后由各位作者分别撰写各章内容，具体分工如下：第一章，范文贵；第二章，张悦；第三章，李雪梅；第四章，李林波；第五章，刘艳；第六章，张新颜；第七章，赵莉。最后，由范文贵教授审稿、定稿。

本书的编写工作得到天津师范大学初等教育学院院长杨宝忠教授、教师教育处处长范恩源教授、科长朱克强副教授的具体指导和大力支持，谨致谢意。

目 录

第一章 小学数学反思性教学概论

- 第一节 反思性教学 / 1
- 第二节 小学数学反思性教学的内涵及其主要特征 / 4
- 第三节 小学数学反思性教学的理论基础 / 8
- 第四节 小学数学反思性教学的意义 / 14

第二章 小学数学反思性教学体系构建

- 第一节 小学数学反思性教学的类型 / 19
- 第二节 小学数学反思性教学的方法和途径 / 34

第三章 小学数学反思型教师成长

- 第一节 小学数学反思型教师的界定 / 39
- 第二节 小学数学反思型教师的特征 / 40
- 第三节 小学数学反思型教师成长机制 / 42
- 第四节 小学数学反思型教师成长理论分析 / 55

第四章 小学数学反思性教学案例分析——数与代数

- 第一节 《1000 以内数的认识》的案例分析 / 61
- 第二节 《百分数的意义和写法》的案例分析 / 73
- 第三节 《笔算除法》的案例分析 / 85

第五章 小学数学反思性教学案例分析——空间与图形

第一节 《锐角和钝角》的案例分析 / 101

第二节 《三角形的内角和》的案例分析 / 111

第三节 《体积与容积》的案例分析 / 121

第六章 小学数学反思性教学案例分析——统计与概率

第一节 《统计》的案例分析 / 131

第二节 《平均数》的案例分析 / 144

第三节 《摸球游戏》的案例分析 / 158

第七章 小学数学反思性教学案例分析——实践与综合应用

第一节 实践活动案例分析——“旅游中的数学” / 173

第二节 综合应用案例分析——水 / 180

第一章 小学数学反思性教学概论

第一节 反思性教学

课堂教学是一个复杂的动态系统,教学过程中常会出现新情况、新问题。课堂中的教学反思可以及时调整课堂教学进程,确保预期教学目标和理想教学效果的实现。反思性教学突出教学的情境性、过程性、评价性和反馈校正性,充分体现师生的思维创新和情感交流,它是提高教学效率和教学质量的重要途径,也是促进教师专业化发展的新天地。做一个反思性教学的实践探索者是实施新课程理念赋予每一位研究型教师的历史使命。教师获取教科书知识、技术知识、其他教学资源知识的最为重要的来源是教师自身的教学经验和反思以及他们和同事之间的日常交流^[1]。

一、反思

反思的思想由来已久,人类早在古代社会就有反思意识,中国古代就有“反求诸己”“扪心自问”。在《论语·学而》中,曾子曰:“吾日三省吾身:为人谋而不忠乎?与朋友交而不信乎?传不习乎?”(它的意思是,曾子说:“我每天对自己进行多次反省:检查自己替别人办事尽心竭力了吗?同朋友交往诚心相待了吗?老师传授的知识用心温习了吗?”)

反思,顾名思义,可解释为自我省察。《现代汉语词典》上的释义是:“思考过去的事情,从中总结经验教训。”心理学中指出,反思是人特有的心理品质,反审认知意识和能力的形成是人的心理成熟的标志。发展相对成熟的人,其重要标志之一是有反审认知能力。事实上,反思一词本身就含有“反省”“内省”之意,从本质上来说就是一种批判性思维,即通过对自己的思想、自己的心理感受等的思考,审视、分析当前的认识活动。

反思,是德文 reflexion、英文 reflection 的意译。源出拉丁文 reflexio,意为“返回”,其原意指光、热、声的反射,有返回、回转的意思,引申出来有内在反省和沉思之意。

从历史上看,较早研究反思的有洛克(J. Locke)、斯宾诺莎(B. Spinoza)等人。洛克在《人类理解论》中谈到,反思是对获得观念的心灵的反观自照,在此过程中,心灵获得不同于感觉得来的观念。他说“经验在供给理解以观念时,还有另一个源泉,因为我们在运用理解以考察它所获得的那些观念时,我们还知道有各种心理活动。我们的心灵在反省这些心理作用”^[2]。斯宾诺莎把自己的认识论方法称做“反思的知识”,而“反思的知识”即“观念的观念”^[3]。

杜威在其著作《我们怎样思维·经验与教育》一书中指出:反思是思维的一种形式,是个

体在头脑中对问题进行反复、严肃、执著的沉思,并进一步解释为“对于任何信念或假设,按其所依据的基础和进一步推导出的结论,对其进行的主动的、持久的和周密的思考”。杜威认为反思起源于主体在活动情境过程中所产生的怀疑和困惑,是引发有目的的探究行为和解决情境问题的有效手段。

伯莱克(J. Berlak)认为“反思是立足于自我之外的批判地考察自己的行动及情境的能力”。博伊德与费勒斯认为反思是“创造性地并根据最终是一个变化的理性观念的自我澄清经验意义的过程”。博伊德与费勒斯的反思突出了“自我”的价值,明确了反思的对象是“自我”,反思的目的是“澄清经验的意义”,构建“自我”连续体,突出了反思的完整的过程。Mezirow认为反思是一种对问题解决方案的批判和检查过程,主要对问题方案的前提、内容和过程进行审查,以学会合理地解决问题^[4]。

鱼霞老师认为:“反思”就是个体以自身已有的观念和行为活动本身作为意识的对象所进行的再认识的思维及情意体验过程^[5]。反思是教师以自己的职业活动为思考对象,对自己在职业中所做出的行为以及由此产生的结果进行审视和分析的过程。反思的本质是一种理解与实践之间的对话,是这两者之间的相互沟通的桥梁,又是理想自我与现实自我心灵上的沟通。反思不是一般意义上的“回顾”,而是反省、思考、探索和解决教育教学过程中各个方面存在的问题,它具有研究性质,是校本研究最基本的力量和最普遍的形式。

二、反思性教学

开展反思性教学研究思潮兴起于20世纪80年代,而第一个真正系统论述教育与反思关系的,通常人们认为是美国教育家约翰·杜威(John Dewey)。他在《我们怎样思维·经验与教育》《逻辑:探究的理论》等书中认真论述过反思性思维的问题。因而杜威有关“反思”的理论就成了反思思潮的理论源泉。杜威在1936年的《芝加哥实验研究的理论》一文中指出:“思维便是在所做的事和它的结果之间正确地、审慎地建立联结。最好的思维方式就是‘反省思维’,它是‘对某个问题进行反复的、认真的、不断的深思’”。在他看来,思维起源于某种疑惑,由某种事物作为诱因而产生,但是,思维未必就是反省性的,只有人们心甘情愿地经受疑难的困惑,不辞辛劳地进行探究,他才能有反省思维^[6]。

“反思性教学”成为西方教育改革中一个反复出现、近乎主导地位的概念是20世纪80年代以后的事情。作为一个正式术语,其产生主要是受美国学者舍恩(D. A. Schon)1983年发表的著作《反思实践者:专业人员在行动中如何思考》一书影响^[7]。在书中,从将教师培养成专业化人员的角度出发,他阐述了作为实践者的教师职业活动的特点。他把“反思性教学”描述为教师从自己的教学经验中学习的过程,是教师对自己已经发生的教学实践进行回顾和思考,是教师对自己亲历亲为的教学事件或教学决策的回溯和反复思考,也就是人们常说的“反躬自省”。这里强调反思的实践性,使得越来越多的学者和教育工作者倾向于认为应当将“反思”视为教学工作的本质特征,看做教师发展的必经之路。

舍恩认为反思是指专业者在工作过程中能够建构或重新建构遇到的问题,并在问题背景下进一步探究问题,因为“问题不会像礼物一样主动呈现给实践者,他们必须从复杂、疑惑和不确定性的问题情境中建构出来”,然后再找出解释或解决问题的方法,由此,他把“反思”与“行为”结合了起来。在此过程中,关注是问题建构或重新建构的一个关键因素,关注的内容既包括对周围所发生的一切的关注,也包括对自己内心的关注。在此基础上,他提出了两

个概念:行动中反思(Reflection-in-Action)和行动后反思(Reflection-on-Action)对以后的研究者产生重要影响。

波拉德通过确定和讨论六个关键特征来认识反思性教学。它们分别是:(1)反思性教学意味着关注手段和技巧有效性的同时,积极关注目标和结果;(2)反思性教学呈循环和螺旋上升的趋势,在这一过程中,教师不断地监控、评估和调整自己的教学实践;(3)反思性教学要求掌握课堂质询的方法,从而支持教学能力的发展;(4)反思性教学要求具有开放的态度、富有责任感和全身心投入;(5)反思性教学是以教师的判断为基础的,这种判断部分源于自我反思,部分源于对教育规则的洞察;(6)反思性教学、专业学习和个人自我完善是通过与同事合作和对话来提高的^[8]。

熊川武教授是国内最早研究反思性教学的学者之一,他将反思过程理解为:“教学主体借助行动研究不断探究与解决自身和教学目的以及教学工具等方面的问题,将‘学会教学’与‘学会学习’结合起来,努力提升教学实践合理性,使自己成为学者型教师的过程^[9]”。吴小鸥利用“场”的思考,提出反思性教学场的概念,它指的是一种以追求教学实践合理性为动力,强调教学旨在生成意义、获得体验的教学场^[10]。这样既关注了当前的教学生活,又引领了师生未来发展的方向,同时利用“场”的思考,丰富了反思性教学理论,使其朝着系统化、科学化的方向发展。熊川武也通过进一步构想反思性教育实践的理论,即发现问题、观察分析、理论重构与主动个案研究四个相互联系的环节,达到反思性教学与常规性教学的对立统一,最终实现教育实践的动态平衡^[11]。

就学生进行反思性教学的方法途径而言,概括起来主要有:(1)强化学生的反思意识。大体上可分三个阶段:课前、课中、课后。强化学生课前预习过程中的反思意识,即让学生就课前自学的效果和产生的疑问进行反思。在自学中培养学生获取信息、提炼问题、解决问题的自学能力和自学习惯,让学生学会学习,学会反思,学会创新。强化学生课后复习中的反思意识,教师要注意培养学生敢于对权威观点提出疑问、勇于把自己的看法告诉别人的学风。(2)为学生创设反思情境,增强了学生的求知欲望。(3)给学生提供反思方法和策略。如填写学科调查表、开展学习讨论交流会、写反思日记、做“错题口袋”积累错题以及利用网络开展反思性学习等等。其中学科调查表可以是针对学生对知识的掌握情况,也可以是针对他们数学学习的策略、习惯、兴趣和态度。讨论会可以分为自评和互评两种形式,讨论的内容可以是对学习的过程、结果,学习时的情感态度与价值观的体现等。反思日记的内容可以是对学生所学知识内容进行总结,可以是自己的情感态度、遇到的困难或感兴趣之处;体裁不限,可以是叙事、议论或表格形式。(4)增强学生的反思毅力。通过重重设疑增强了学生的反思毅力。(5)建立良好的师生、生生的互动关系。反思性学习是依赖群体支持的个体活动,它不仅要求反思者有一个开放、负责、执著的心态,同时需要有合作、协调、信任的环境要求。反思性学习是一种互动的社会实践和交流活动。学生在反思过程中,若有他人指点或与他人合作进行,会加深理解,反思效果会更显著^[12]。

教师成长=经验+反思。教师开展反思教学图示如图 1-1 所示:

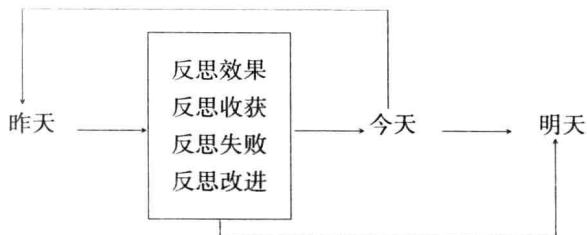


图 1-1 教师开展反思性教学

第二节 小学数学反思性教学的内涵及其主要特征

小学数学反思性教学不仅仅是对小学数学学习一般性的回顾或重复,而是探究小学数学学习活动中所涉及的数学方法、解题策略等具有较强的数学科学研究的性质。小学数学反思性教学的目的也不仅仅是为了回顾过去或培养元认知意识,更重要的是指向未来的活动,尤其是今天当我们以创造性意识和解决新问题的能力来作为评价学生数学学习能力优劣的主要标准时,更应该重视引导和激励小学生在数学学习活动中学会反思。数学教育价值观与个体的经验、个人旨趣等有关,具有相对性和差异性。它的形成是人们在漫长的数学教育中积累的过程,是对数学教育价值的内在逻辑不断进行实践、反思的过程,是价值理性与实践检验的统一过程。这种过程受数学、社会经济特别是科学技术发展的制约,通常是漫长的,错综复杂的,充满着冲突甚至对立^[13]。

一、小学数学反思性教学的内涵

由于数学对象的抽象性,数学活动的探索性,数学推理的严谨性和数学语言的特殊性,决定了正处于思维发展阶段的小学生不可能一次性地直接把握数学活动的本质,必须要经过多次地反复思考、深入研究、自我调整,即坚持开展反思性数学教学,小学生才可能逐渐洞察数学活动的本质特征。学生自觉对问题的本质进行重新剖析,反思自己发现解题念头的经历,抽取解决问题的关键,总结解题过程的经验与教训,反思解题过程的成败得失及其原因;教师必须引导学生善于在解题后进行反思,评价自己的解题方法,努力寻找解决问题的最佳方案。

赫斯提出:对数学哲学提出一个新任务是有道理的:不要追求没有疑问的真理,而要解释真正的数学知识——像其他每一种人类知识一样,数学知识是可误的、可纠正的、探索性的和发展进化的^[14]。数学知识难免有错,和科学一样,数学可以通过犯错误、反思、改正、再反思、再改正而得到发展。涂荣豹教授以“元认知”分析数学的反思性学习后,指出反思不仅仅是对数学学习一般性的回顾或重复,而是深究数学活动中所涉及的知识、方法、思路、策略等,具有了较强的科学研究的性质,因此提倡使用带有一般科学研究性质的方法展开反思性教学,这就需要设计合理的探究活动,激发学生的反思性学习^[15]。张定强教授认为:数学反思就是认知者对自身数学思维活动过程和结果的自我觉察、自我评价、自我探究、自我监控、自我调节。数学反思的核心要素是数学反思的知识、技能和内容^[16]。

作为数学反思性教学过程而言,“数学反思”的内容可以大致分为两个方面:一是教师引导学生对客观知识的反思,包括:对数学知识的本质进行反思;对数学方法的应用进行反思;对数学问题的表征进行反思;对数学活动的结果进行反思等。二是教师引导学生对教学活动进行自我反思,包括教师根据教学情况调节教学行为,对整个教学过程及结果进行反思;学生通过对“概念理解,定理推导,解题过程”的数学活动的调控,对整个学习过程及结果进行反思。

基于对反思的理解和对反思性教学本质的认识,小学数学反思性教学的内涵就逐渐变得清晰,它包含四个方面:(1)教师反思教学行为:反思自己的教学目标设置、教学材料的呈现方式,教学方法的优化以及教学结果的检测,从而实现教师教学理念到教学行为的转化,提高教学的实效性;(2)教会学生完善反思学习行为:通过“感知—反思—探索—认知”构建属于自己的认知结构,获得必要的默会性知识,树立不断创新,不断探索的终身学习意识;(3)和同事、专家交流行为:通过和同事的交流对话、互动与合作,完成专业切磋、协调和合作,共同分享经验,互相学习,彼此支持,共同成长;自觉接受理论的指导,努力提高教学理论素养,增强反思教学能力;(4)教师再反思教学行为:通过自身反思、学生反思,和同事、专家交流,完成经验总结,与教育理论联结,实现教学设计突破。小学数学反思性教学是一种以人为本的教学理念,是一种以反思和探求为基本方式的教学操作性模式,也是小学数学教学从应试教育转变为素质教育的有效途径。

二、小学数学反思性教学的主要特征

1. 问题性

科学修养的主要标准是能否抓住“重要问题”和能否想出新的解决方法。问题是教学的“心脏”,在数学领域中,提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要。一个正确的、问得好的问题就是这场战斗的一半,并且常常是唯一需要灵感的部分。得到问题的答案可能是困难的,并且它可能需要机敏地运用已知的技能,但常常是创造与观察的颤音就集中在问题之中。

反思不仅仅是“回顾”或“回忆”已有的“心理活动”,而是要找到其中的“问题”以及“答案”,因而反思具有极强的问题意识。反思是以“认识到困难或问题”为起点的,让学生感觉到数学学习中问题的存在,从心理上产生一种困惑感,有一种无所适从的感觉,逐渐生成一种变革的心理倾向,促进学生数学反思能力的形成和发展。问题提出不仅有利于促进学生对知识的理解与反思,培养学生发现问题的创造潜能,而且是其终身学习和毕生发展的基础。教师要有培养学生提出问题的意识。一位好老师教学生如何解题固然很好,但是如何提高学生学习的兴趣、培养学生学会提出问题更重要。

为了进一步把事情弄明白,学生应该提出问题,自己寻找相关信息,而不是以被动方式从他人那里获得信息。常见我国数学家解决外国人的猜想,却几乎没有听到中国人有过什么重要猜想。这一点源于在基础教育中“中国学生提的学术问题很少”^[17]。数学研究不必非得去解答别人提出的问题,我们要多做些原创性的研究,注重整体研究力量的提高。反思问题解决过程,概括出一个问题的本质特征,然后把它理想化,这是数学的一种可靠的技巧。数学反思能力使认知者在数学思维过程中对“问题”的出现有一种敏感性,能主动地去监控数学思维过程,收集与解决数学问题有关的信息。一旦质疑即进入反思的状态,学生会主动

关心数学思维的目的与结果以及解题技能技巧的有效性和规律性。

波利亚说过：“即使是相当好的学生，当它得到问题的解答，并且很干净利落地写下论证后，合上书本，找点别的事来干干。这样做，他们就错过了解题的一个重要而有教益的方面。”因此，在解题教学中不能满足于只获得正确答案，而应引导学生回顾所完成的解答，重新考虑、重新检查这个结果和得出这一结果的路子，多角度观察、联想，寻求最佳解题方案，以利于提高学生思维的广阔性和流畅性。做完一道题，教师应及时抓住某种契机，引导学生通过对解题规律的反思，引申、推广、开拓出一组新颖别致的序列习题，将所学知识纵向加深，横向沟通，发挥典型习题在知识层面和能力层面的辐射功能，也充分发挥学生的潜能，培养思维的创造性。

在对猜想进行证明以后，得到一结论，但是到此时数学学习没有结束，还需要学生认真反思：如何将结论进行拓展推广？一道好题的价值之一在于它能产生出其他一些好题^[18]。如费马大定理，希尔伯特称它是“会下金蛋的金母鸡”。在考察自己活动的经历中思考其中的问题和答案，重构自己的理解，挖掘个人智慧的潜能，并在活动所涉及的各个方面的相互作用下，获得超越已有信息以外的信息。由于数学对象的抽象性，数学活动的探索性、数学推理的严谨性和数学语言的特殊性，决定了正处于思维发展阶段的中学生不可能一次性地直接把握数学活动的本质，必须要经过多次反复思考，深入研究，自我调整，即坚持反思性数学学习，才可能洞察数学活动的本质特征。任何体验都可转变为反思的变样，而且沿着不同的方向进行转变，对此我们将逐渐更准确地加以认识世界^[19]。

数学家们总是不满足于某些具体结果或结论的获得，并总是希望能获得更为深入的理解，而后者则又不仅直接导致了对于严格的逻辑证明的寻求，也促使数学家积极地去从事进一步的研究。即是否在这些看上去并无联系的事实背后隐藏着某种普遍的理论？这些事实能否被纳入某个统一的数学结构？学生发挥自己的聪明才智，对前面的研究进行深刻的反思，提出各式各样的题目，供其他同学研究。每个学生不仅是问题的解决者，还是问题的提出者。

2. 追求理性精神

数学的理性精神（对“公理化思想”的信奉）与数学的探究精神（好奇心为基础，对理性的反思与对理性的不懈追求）是支撑着数学家研究数学进而研究世界的动力，也是学生学习数学研究世界的最原始、最永恒、最有效的动力。数学虽说是人类精神的自由创造物，但绝不是人们随意杜撰出来的，数学乃是按照严密的逻辑而构成的清晰明确的学问。数学研究成果是对客观规律的描述，也是富有创造性和理性美的艺术品，数学探索的过程是数学研究者反思、修正错误的臻美过程。

数学作为人类文化的一部分，表现了一种理性探索精神。数学教育应重视培养理性精神，理性精神的氛围浓厚，才会形成重视数学的气候，才有助于发挥数学多方面的功能^[20]。由于数学充满着理性精神，它才能不断地为人们提供新概念、新方法。因而数学对于人类理性精神发展有着特殊的意义。正是人们追求这种精神，激发、促进、鼓舞并驱使人類的思维得以运用到最完善的程度，亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的问题；试图去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得的知识最深刻的和最完美的内涵。我们不难看出数学的这种“精神”是和思维紧密结合起来的，所以我们要认真反思：数学是理性的精神，仍重新面对“数学是什么”的问题。

在数学中,美学的考虑,漂亮、简洁、别致等是与其真理性一样重要的。数学蕴藏着内在的、深邃的、理性的美。这种美是各部分之间有和谐秩序的、深刻的美,是人的纯洁心智所能掌握的美,激励着一代代数学家去奋力追求。同样,是教师和学生反思数学蕴涵的内在规律、理性的美,从而促进教师创造性地设计教学过程,这利于学生深刻地认识数学本质。

3. 批判性

思维的批判性,即思维的独立性。它是指在思维活动中能独立思考,善于提出疑问,并发表不同的看法,严格客观地评价思维的结果,及时地发现和纠正错误。数学思维活动中,表现为对已有的数学表达和论证提出自己的见解,自我评判,辨别正误,排除障碍,寻求最佳答案。

数学是在批判中发展的,只有批判(批判自己或他人的错误)才能前进。只有通过批判才能打破数学家的保守自满思想,促进数学问题的提出。但是批判应该只针对理论本身而不针对提出和坚持该理论的个人。我们必须尊重个人以及由个人所创造的观念,即使这些观念错了。在数学教学中可以通过对一些容易致误的数学问题的分析思考来提高思维的批判性。思维批判性的反面是思维的盲从性。在数学学习中常表现为对教师和教材的盲从,不敢越雷池一步;表现为对他人结论的轻信,不善于独立思考和提出问题;也表现为缺乏检查和检验的意向,不善于客观评价等等。数学思维的批判性是指在数学思维活动中独立分析和批判的程度,它是以辨析思维为基础的,培养数学思维的批判性可以引导学生对数学问题的细微差异的分析,敢于发现思维中的矛盾和漏洞,提出改正错误的方法。教师针对学生解题时出现的问题,有的放矢地选择教学内容、使学生把头脑中的错误暴露出来,引发学生做出解题后的反思,使之在思维困惑的情境中,通过反思来弥补知识上的不足和思维上的缺陷,增强学生对数学问题的深刻认识和理解。

从不同的角度具体地、全面地、深入地认识数学问题的本质和内在的规律性;能够总结解题过程的经验与教训,反思解题过程的成败得失及其原因。这样,他们对数学知识的理解就更深刻。

数学反思性教学需要师生从“批”中发现问题。首先师生应该有一种“怀疑的精神”,如麦克佩克所强调的“批判性思维是在探讨中的问题领域运用适当的反省性怀疑”,教师可以对教材的内容、编排产生怀疑,学生可以对教师的讲授内容、习题的答案产生怀疑,只有“疑”的出现,才有可能提出问题。

实际上利用批判进行反思的过程,就是一个主动地进行自我反馈的过程,而且反馈的过程由怀疑问题而起,自生怀疑,自觉解答,学生应疑而不惑,不满足于成法,善于思考正反两方面的论据,找出理解的歧义之处、解题的错误之因,寻找更合理的学习之法。教师应善于运用辨异、分析、对比的方法,提高学生辨别是非的能力,鼓励学生质疑问难,发表自己的见解,用批判性的态度去分析解题过程;引导学生严密地、全面地利用已知条件,在解题关键处能学会调控思维,及时、迅速地进行自我反馈,减少盲目性。这些既有助于培养学生思维的批判性,又可以促进反思性教学的实施。

学习数学的过程与数学解题过程密切相关,而数学能力的提高体现在解题的质量而不是解题的数量,因此通过对解题规律的反思,由此及彼,产生认知冲突,从多角度发现数学问题间的内在联系,锻炼思维的变通性。解决问题后,我们应反思、积极质疑和批判,检验问题解决一般的构思与遗忘的细节。我们所建立的内在感觉往往帮助自己产生新的数学观点甚

至导出总结一般数学规律的关键之处。

快速发展的信息技术有利于我们开展小学数学反思性教学,利用信息技术激发学生数学批判性思维的形成和发展。通过快速精确地计算、数据的收集和分析、探索问题的多种表征形式(数字的、符号的、图形的),教育软件促进学生反思,提出问题、给出猜想、进行论证和反思。当我们研究问题的时候,可以利用信息技术直观形象地展示数学对象的构造与变换过程,透过可视化信息展示出数学思维过程、反映出数学本质。在探索问题时,可以通过参数赋值等方法来构造数学对象的特例,然后连续变化参数来变换数学对象,经过观察、反思、尝试等具有创造性的数学可视化活动,来猜测数学规律,并且探寻反思论证结论的切入口。利用可视化技术,一些数学探究问题的答案立刻可以直观地呈现出来,使人耳目一新,并为进一步的理论探索和反思提供了导向。

第三节 小学数学反思性教学的理论基础

一、小学数学反思性教学的哲学基础

哈贝马斯(J. Habermas)对批判理论(critical theory)的修正和发展,为人们研究反思性教学提供了深厚的哲学基础。哈贝马斯认为,现实的社会情境都是对理想状态下的社会规则的扭曲。从对这种扭曲的批判开始,使社会个体产生清醒的自我意识,这是社会个体自由和自我决策的前提,此过程需要社会个体之间的交往与协作。哈贝马斯强调一种社会文化生活形式中的主体不能彼此没有交往行动,不能同别人发生理解关系。……一个主体孤立生存,进行独白,这是不可能的,但是只要同其他主体发生关系,进行交往和对话,他就必然是在一定前提下行事,就必定以这种或那种形式承认和遵循一些规范的要求。在这个意义上,主体性意味着主体间性。哈贝马斯说:“正如我们看到的,现在从事交往行动的主体在他们就世界中某种东西彼此进行理解时,自己必须考虑种种效准要求,也必须考虑种种确实性的和规范性的效准要求。”^[9]这意味着主体不能随心所欲地发挥自己的主体性,而要在主体之间共识的范围内发挥自己的主观能动性。批判理论对研究反思性教学的影响在于倡导教师间的协作促进对教学更好地认识、理解,教师的教学反思不是孤立行为,群体协作是促进教学反思的一种有效方法。

哲学的事实是一种现成的知识。而哲学的认识方式只是一种反思,意指跟随在事实后面的反复思考。学生对于数学课本中知识的认识亦是如此。不经过认识论反思的本体论无效,没有反思的数学知识对学生而言也是无意义的。学生既需要对数学知识的认知,也需要对数学知识的实践,并且通过实践反思数学知识及其应用,才能领悟数学知识的本质和价值所在,进而需要认知更多的数学知识,这是反思性数学教学中知识的认知规律。

哲学的反思活动是一种观念形态的精神批判活动,它直接表现为对“思想”的批判过程。这主要表现为揭示思想、辨析思想、鉴别思想和选择思想的过程。这样的批判过程所要实现的是整个思想的逻辑层次的跃迁,也就是实现人类的思维方式、价值观念、审美意识和终极关怀的变革。

哲学中的反思不是一般意义上的“反复思考”，而是以一种特殊的“思辨思维”进行的“对思想的思想”，这突出了反思的“思辨性”。一般笼统地说人们进行哲学反思，还不足以真实地进行这种哲学层面上的反思。只有当你掌握了并且能自如地运用哲学反思的时候，你才有可能真正地实现哲学的反思^[21]。这突出反思的“实践”性，就是反思在运用中产生，又反作用于人类思考。类比而言，反思性教学理论只有应用于课堂教学的过程中，才会体现出反思的价值。从科学的发展史看，人们总是利用哲学反思的方法，通过对科学思想的逻辑前提进行反思与批判，从根本上说，就是对人们普遍认同的、占有统治地位的“公理”的挑战。

二、小学数学反思性教学的心理学基础

1. 元认知

弗拉维尔指出，元认知通常被广泛地定义为任何以认知过程与结果为对象的知识，或是任何调节认知过程的认知活动。它之所以被称为元认知是因为其核心意义是对认知的认知^[22]。也就是说，元认知是认知主体对自我心理状态、能力、任务目标、认知策略等方面的认识，同时，元认知又是认知主体对自身各种认知活动的计划、监控和调节。由于其实质是对自己的感知、记忆、思维等认知活动本身的再感知、再记忆、再思维，这种“二次”或“多次”认知的特性，也就表明了一种“反思”的参与过程，所以元认知也指反思自己的表现能力。

学习的过程不仅仅是对所学材料的识别、记忆、加工和理解的认知过程，而且也是一个对该过程进行积极的自我调节和自我监控的元认知过程。在这个过程中，元认知能力往往出现较早，而反思能力出现较迟。因为元认知是逐渐习得的，它依赖于知识和经验。

而在未知领域，人们很难从事自我调节和反思。只有在儿童熟悉的话题上，自我调节和反思的初始形式才有可能出现。这也就是说，反思并非简单的元认知，它更强调“经验”的基础性和条件的客观性，必须是依托已有的知识进行调节、监控和思考。这对数学反思性教学的启示就是，教师应尽量地安排好现行组织者，便于反思能力更直接地发挥作用。

2. 元情感

元情感指关于情感的情感、关于认知的情感、主体在认知过程中对于情感的监控，包括主体对于情感的计划、意识、调节和评价，以及对于调节过程的反思与监控。^[23,24]元情感与情感的关系类似于元认知与认知的关系。元情感可以改变个体的情感，涉及对情感活动目标的制定、实现情感目标的策略选择、评估和调整。在很多情况下，元情感实际上是情感最重要的方面，被认为处于思维的核心地位。

3. 建构主义

建构主义已受到国际数学教育界的广泛关注，成为数学课程改革的理论基础。建构主义认为：学习不应被看成是对于教师所授予知识的被动接受，而是学习者以自身已有的知识和经验为基础的主动建构活动；学生根据自己的经验背景，对外部信息进行主动的选择、加工和处理；学习不是简单的知识累积，更重要的是包含新旧知识经验的冲突，以及由此而引发的认知结构的重组；学生学习活动主要是在学校中教师的直接指导下完成的。

康弗雷(J. Confrey)认为在建构主义观下教师应从事的活动为：①支持学生的自主性；②支持学生的反省行为；③设计反映学生学习实际和教师对学习材料理解的案例；④以案例为基础与学生共同商讨一种可能的学习方案；⑤回顾学习步骤；⑥坚持基本的目标^[25]。因此，交互性、协商性、合作性和反思性等特征是建构主义对数学教学过程的基本解释。建构

主义观下的教学,要求学生通过高级思维活动来学习,学习者要不断思考和对各种信息进行加工转换,基于新经验与旧经验进行综合概括去建构知识,因此,其教学设计应与传统教学设计相左,在解决问题中学习。教师根据所要学习的内容设计出具有思考价值的、有意义的问题,首先让学生去思索,去尝试解决。在此过程中,教师可提供一定的支持和引导,组织学生合作讨论。学生综合运用原有的知识经验,查阅有关资料,做出合理的综合和推论,分析、解释当前的问题,形成自己的假设和解决方案^[26]。

建构主义理论已经充分肯定了学生在数学教学活动中的主体地位。数学教学不再是一种“授予—吸收”的过程,而是在一定社会环境中学生作为主体的主动建构过程。我们能够识别建构主义课堂(constructivis-based classroom)的一些特征,Kaufman 和 Grennon Brooks 就提出了在建构主义课堂中观察到的 8 条特征:(1)使用原始数据和第一手的素材,以及操作性的、互动性的、物质性的材料;(2)当形成任务框架的时候,使用的是认知术语,比如归类、分析、预测、创造等;(3)允许学生的想法带动课堂。在学生回应的基础上,改变教学策略或教学内容;(4)在谈你自己对概念的理解之前,先询问学生的想法;(5)向学生提问一些开放式的问题,并鼓励他们向他人请教;(6)对学生的最初反应进行细化(elaboration);(7)让学生进行一些可能与其最初的假设相冲突的学习,然后鼓励大家讨论;(8)提供充足的时间,让学生建立概念之间的关系,并创造自己的比喻^[27]。

建立在建构主义认识论基础上教学与学习的方法不仅假设学习是被建构的,而且认为学习的过程是一个充满个性的过程,是一个积极主动的过程,其在本质上是合作性的,而且所有的学习都是情境性的。不过,在教育领域严肃地对待建构主义的最终目的是帮助教师学会给学生自主性,让学生自己控制自己的学习并担负起责任。这一切无疑为反思型教师与教师教育运动奠定了良好的心理学基础。在建构性学习中,学习者要不断监视自己对知识的理解程度,判断自己的进展及与目标的差距,采取各种增进理解和帮助思考的策略,而且,学习者还要不断反思自己及他人的见解的合理性如何,看它们是否与自己的经验体系一致,是否符合经验事实,以及推论中是否包含逻辑错误等。

三、小学数学反思性教学的教育学基础

1. 教师的实践知识

20 世纪 80 年代,舍恩(D. A. Schon)在《反思实践者:专业人员在行动中如何思考》一书中指出:“教师的专业是具有不稳定性、不确定性,同时又是充满许多潜在的价值冲突的专业。在这类专业中,执业者的知识隐藏于艺术的、直觉的过程中,是一种行动中的默会知识。”^[7]教师并不是简单地将理论知识“运用”到自己的教育教学实践中,而是在学习理论和亲身实践中通过反思逐步形成自己的“使用理论”。当在新的情境中面临新的问题时,教师会通过自己的“使用理论”与情境(包括情境中的人,如学生、同事、家长、学校领导等)互动,共同对面临的问题进行“重新框定”,进而寻找新的解决问题的策略。教师实践知识不是某种客观的和独立于教师以外而被习得或传递的东西,而是出自教师个人经验的、从个人行动中表现出来的有意识或无意识的信念体。教师个人实践知识也就是教师的“经验”,这种经验并不是教师原封不动地获得的直接或间接经验,而是一种教师个体在实践中经过内化、反思而获得的一种“个人经验”,他们强调个体性,也反映了这一反思和内化的过程。

教师实践性知识包含三点要义:教师已有的知识经验,这是实践性知识形成的基础;教