普通高等教育“十二五”重点规划教材配套教辅

Nucleus

新核心

理工基础教材

信号与系统

习题精解与考研指导（修订版）

胡光锐　徐昌庆　宫新保　编

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

普通高等教育“十二五”重点规划教材

Nucleus
新核心
理工基础教材

信号与系统

习题精解与考研指导（修订版）

胡光锐 徐昌庆 宫新保 编

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是高等院校通信、电子信息与自动控制类专业一门重要的专业基础课“信号与系统”的教学参考书。

全书共分 10 章，第 1 章至第 6 章讨论连续信号与系统，第 7 章至第 9 章讨论离散信号与系统，第 10 章讨论状态变量分析法。每章分为基本要求、重要公式、本章重点、例题分析和习题等五个部分。书后附有习题的参考答案，以及硕士研究生入学考试模拟试题，有较好的参考价值。

本书可供高等院校有关专业的师生参考，对于备考“信号与系统”的各种考试以及硕士研究生入学考试有参考意义。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统习题精解与考研指导/胡光锐，徐昌庆，宫新保编. —修订版.
—上海：上海交通大学出版社，2013
ISBN 978-7-313-10755-8

Ⅰ. 信... Ⅱ. ①胡... ②徐... ③宫... Ⅲ. 信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料
Ⅳ. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 311292 号

信号与系统习题精解与考研指导(修订版)

编　　者：胡光锐　徐昌庆　宫新保
出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路 951 号
邮政编码：200030　　电　　话：021-64071208
出 版 人：韩建民
印　　制：上海华业装璜印刷有限公司　　经　　销：全国新华书店
开　　本：787mm×960mm　1/16　　印　　张：20.75
字　　数：376 千字
版　　次：2014 年 1 月第 1 版　　印　　次：2014 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-313-10755-8/TN
定　　价：38.00 元

前　　言

“信号与系统”是通信、电子信息与自动控制类专业一门重要的专业基础课，也是国内各院校相应专业的主干课程。它主要讨论确定信号的特性，研究线性非时变系统的基本理论和线性系统的基本分析方法，包括连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时域分析与变换域分析，以及状态变量分析法。

要学好本课程，必须加强习题训练，通过各种典型例题使初学者更好地消化本课程的基本理论，而求解一定数量典型而深入的习题，则是学好信号与系统不可缺少的有力手段，对于深入理解信号与系统理论，以及解决实际问题有很大帮助。

在长期教学实践的基础上，我们编写了这本习题教材，作为《信号与系统》主教材的补充，供教师与学生参考，也可供广大自学者与科技人员作为辅助教材。我们希望读者在做习题时自己独立求解，在做题过程中得到磨炼和提高，总之要独立思考。

本书共分 10 章。第 1 章至第 6 章讨论连续信号与系统，第 7 章至第 9 章讨论离散信号与系统，第 10 章讨论状态变量分析法。全书体系与主教材一致。每章中都列出了重要公式，各章重点。对典型例题均有详细的多种解答，并对解题思路进行分析，澄清错误概念，引入正确解题轨道。有的题目，我们从不同的角度提供了两种或两种以上的解法，也许读者还有更好的方法，希望提出来互相交流。

书中配有硕士研究生入学考试模拟试题选编，初步涵盖了上海交大“信号与系统”课程硕士生入学考试的大致范围，有一定参考意义。

本书是作者在上海交通大学出版社出版的《信号与系统》的配套教材。在写作过程中，参阅了国内外有关著作，特别是本书参考文献中列出的著作，在此一并向有关作者深表谢意。

由于作者水平有限，书中存在的错误和不足之处，欢迎读者批评指正。

作　者

目　　录

第 1 章 信号的函数表示与系统分析方法

1.1 基本要求

(1) 掌握典型信号及其特性;

(2) 正确理解单位冲激信号的定义与性质;

(3) 掌握信号的基本运算与信号分解;

(4) 理解系统的线性、非时变性、因果性与稳定性;

(5) 线性系统的方框图表示。

1.2 重要公式

1.2.1 常用连续信号

实指数信号 $$f(t)=Ae^{\alpha t} \tag{1.1}$$

复指数信号 $$f(t)=Ae^{st}=Ae^{(\sigma+j\omega)t} \tag{1.2}$$

正弦信号 $$f(t)=A\sin(\omega t+\theta) \tag{1.3}$$

抽样函数 $$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.4}$$

单位斜变信号 $$R_1(t)=\begin{cases}t, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.5}$$

单位阶跃信号 $$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.6}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R_1(t)=\varepsilon(t) \tag{1.7}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau=R_1(t) \tag{1.8}$$

矩形脉冲信号 $$G_1(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_0) \tag{1.9}$$

符号函数 $$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ -1, & t<0\end{cases} \tag{1.10}$$

$$\varepsilon(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{sgn}(t) \tag{1.11}$$

$$\operatorname{sgn}(t)=2\varepsilon(t)-1 \tag{1.12}$$

1.2.2 单位冲激信号

定义 1 $$\delta(t)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{\Delta}\left[\varepsilon\left(t+\frac{\Delta}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\Delta}{2}\right)\right] \tag{1.13}$$

定义 2 $$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1,\delta(t)=0 \quad (t\neq 0) \tag{1.14}$$

性质 $$f(t)\cdot\delta(t)=f(0)\delta(t),f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1.15}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0),\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0) \tag{1.16}$$

$$\delta(t)=\delta(-t) \tag{1.17}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t),\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)=\delta(t) \tag{1.18}$$

1.2.3 冲激偶信号

定义 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)=\delta'(t) \tag{1.19}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t) \tag{1.20}$$

性质 $$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-f'(t_0) \tag{1.21}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0 \tag{1.22}$$

$$\delta'(-t)=-\delta'(t) \tag{1.23}$$

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1.24}$$

1.2.4 连续信号的分解

$$f(t)=f_o(t)+f\mathrm{e}(t) \tag{1.25a}$$

其中 $$f\mathrm{e}(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)] \tag{1.25b}$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)] \tag{1.25c}$$

$$f(t) = f_r(t) + \mathrm{j}f_i(t) \tag{1.26a}$$

其中

$$f_r(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f^*(t)] \tag{1.26b}$$

$$\mathrm{j}f_i(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f^*(t)] \tag{1.26c}$$

1.2.5　系统的性质

线性　$$T[a_1e_1(t) + a_2e_2(t)] = a_1T[e_1(t)] + a_2T[e_2(t)] \tag{1.27}$$

非时变性　$$T[e(t - t_0)] = r(t - t_0) \tag{1.28}$$

微分特性　$$T\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t) \tag{1.29}$$

因果性　输出变化不发生在输入变化之前的系统为因果系统，否则为非因果系统。

稳定性　输入有界，输出也有界(bounded input bounded output，BIBO) 的系统为稳定系统，否则为非稳定系统。

1.3　本章重点

(1) 信号的基本运算与信号分解；
(2) 常用信号的函数表示与波形；
(3) 单位冲激信号及其性质；
(4) 系统的线性，非时变性，因果性与稳定性的判别及其分析。

1.4　例题

例 1.1　概略画出下列各函数式表示的信号的波形图：

(a) $f_1(t) = \left(1 - \frac{|t|}{2}\right)[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t-2)]$；

(b) $f_2(t) = \varepsilon(t) - 2\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$；

(c) $f_3(t) = E\sin\frac{\pi}{T}t \cdot [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)]$；

(d) $f_4(t) = \varepsilon(-t+1) - \varepsilon(-t-1)$。

解　利用已知的信号函数表示式逐点求出信号的初值，终值、极大值、极小值和一些关键点处的信号函数值，按照上述各值可概略画出信号的波形图。

(a) 可以求出

$$f_1(t)=\begin{cases}0, & t\leqslant -2, t\geqslant 2\\ 1, & t=0\end{cases}$$

故可画出 $f_1(t)$ 的波形图，如图 1.1 所示。

(b) 从 $f_2(t)$ 函数式可得

$$f_2(t)=\begin{cases}0, & t<0, t>2\\ 1, & 0<t<1\\ -1, & 1<t<2\end{cases}$$

按照上式可画出 $f_2(t)$ 的波形图，如图 1.2 所示。

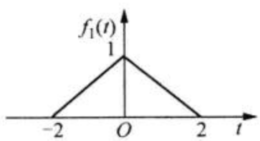

图 1.1

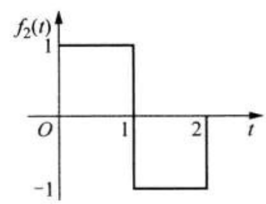

图 1.2

(c) $f_3(t)$ 可以写成

$$f_3(t)=\begin{cases}0, & t<0, t>T\\ E\sin\dfrac{\pi}{T}t, & 0<t<T\end{cases}$$

因此可画出 $f_3(t)$ 的波形图，如图 1.3 所示。

(d) $f_4(t)$ 也可表示为

$$f_4(t)=\begin{cases}1, & -1<t<1\\ 0, & -1>t, t>1\end{cases}$$

因此可得到 $f_4(t)$ 的波形图，如图 1.4 所示。

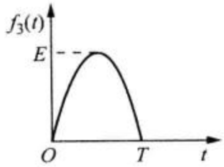

图 1.3

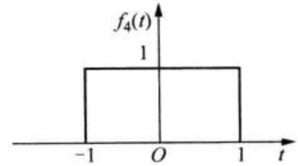

图 1.4

例 1.2　概略地画出下述各函数式所表示信号的波形图：

(a) $f_1(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\sin t\varepsilon(t)]$；

(b) $f_2(t)=\varepsilon(t^2-1)$；

(c) $f_3(t)=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$；

(d) $f_4(t)=\mathrm{sgn}[\sin \pi t]\cdot\varepsilon(t)$。

解　(a) 可以求出

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\sin t\cdot\varepsilon(t)]&=\mathrm{e}^{-t}(\cos t-\sin t)\varepsilon(t)+\mathrm{e}^{-t}\sin t\cdot\delta(t)\\&=\mathrm{e}^{-t}(\cos t-\sin t)\varepsilon(t)\\&=\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)\varepsilon(t)\end{aligned}$$

基于上式可画出 $f_1(t)$ 的波形图，如图 1.5 所示。

(b) 按照单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 的定义，可得

$$f_2(t)=\varepsilon(t^2-1)=\varepsilon[(t+1)(t-1)]$$

若 $(t+1)(t-1)>0$，即 $|t|>1$ 时，$\varepsilon(t^2-1)=1$；若 $(t+1)(t-1)<0$，即 $|t|<1$ 时，$\varepsilon(t^2-1)=0$，因此

$$f_2(t)=\varepsilon(t^2-1)=\begin{cases}1, & |t|>1\\0, & |t|<1\end{cases}$$

可画出 $f_2(t)$ 的波形图，如图 1.6 所示。

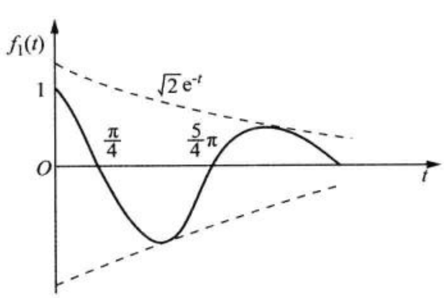

图 1.5

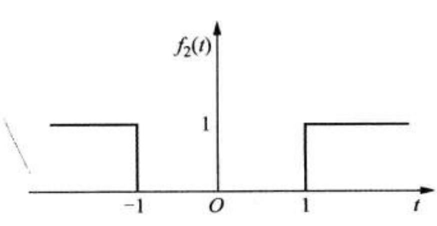

图 1.6

(c) 按照式(1.24) 可得

$$\mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)=\delta'(\tau)+\delta(\tau)$$

故
$$\begin{aligned} f_3(t) &= \int_{-\infty}^{t} e^{-\tau}\delta'(\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{t} [\delta'(\tau)+\delta(\tau)]d\tau \\ &= \delta(t)+\varepsilon(t) \end{aligned}$$

$f_3(t)$ 的波形图,如图 1.7 所示。

(d) $\sin \pi t$ 为周期信号,周期为 2,即一周期内

$$\sin \pi t > 0, 0 < t < 1$$
$$\sin \pi t < 0, 1 < t < 2$$

故
$$\begin{aligned} f_4(t) &= \operatorname{sgn}[\sin \pi t]\varepsilon(t) \\ &= \begin{cases} 1, & 0<t<1 \\ -1, & 1<t<2 \end{cases} \end{aligned}$$

$f_4(t)$ 也为周期信号,波形图如图 1.8 所示。

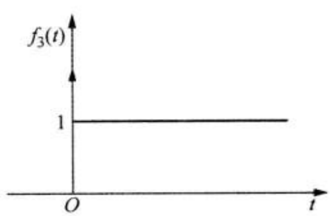

图 1.7

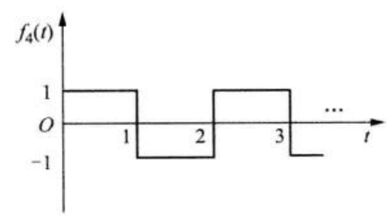

图 1.8

例 1.3 试求下列函数值:

(a) $f_1(t) = \frac{d}{dt}[e^{-2t}\varepsilon(t)]$;

(b) $f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)\varepsilon(t-2t_0)dt, \quad t_0 > 0$;

(c) $f_3(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)dt$;

(d) $f_4(t) = 2\varepsilon(t+3)\delta(t+2)$。

解 (a) 利用式(1.15) 和式(1.18) 有

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$
$$\frac{d}{dt}\varepsilon(t) = \delta(t)$$

可以求出

$$
\begin{aligned}
f_1(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)] \\
&= -2\mathrm{e}^{-2t}\cdot\varepsilon(t) + \mathrm{e}^{-2t}\delta(t) \\
&= -2\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t) + \delta(t)
\end{aligned}
$$

(b) 可以求得

$$
\begin{aligned}
f_2(t) &= \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\varepsilon(t-2t_0)\,\mathrm{d}t \quad (t_0>0) \\
&= \varepsilon(-t_0) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

(c) 可以写出

$$
\begin{aligned}
f_3(t) &= \int_{-\infty}^{\infty}(t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t \\
&= \frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6} \\
&= \frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

(d) 按照式(1.15)，可以得到

$$
\begin{aligned}
f_4(t) &= 2\varepsilon(t+3)\delta(t+2) \\
&= 2\varepsilon(-2+3)\delta(t+2) \\
&= 2\delta(t+2)
\end{aligned}
$$

例 1.4　一连续信号 $f(t)$ 的波形图如图 1.9 所示，试画出下述信号的波形图，并标注坐标值：

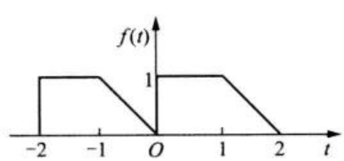

图 1.9

(a) $f(t+4)$；

(b) $2f\left(\frac{t}{2}-2\right)$；

(c) $2f(1-2t)$；

(d) $2f(t-2)$。

解　(a) $f(t+4)$ 的波形图如图 1.10 所示。

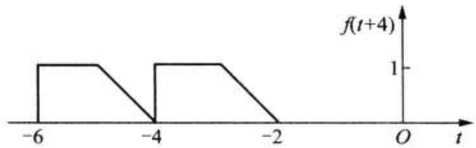

图 1.10

(b) $2f\left(\frac{t}{2}-2\right)$的波形图如图 1.11 所示。

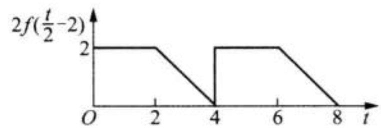

图 1.11

(c) $2f(1-2t)$ 的波形图如图 1.12 所示。

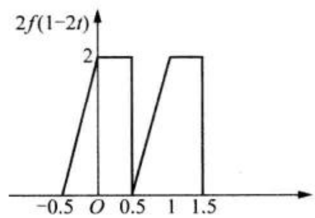

图 1.12

(d) $2f(t-2)$ 的波形图如图 1.13 所示。

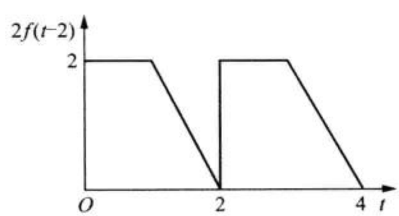

图 1.13

例 1.5 若$h(t)$的波形如图 1.14 所示，$f(t)$的波形如图 1.9 所示，试概略画出下述信号的波形图，并加以标注：

(a) $h(t)f(t+1)$；

(b) $h(t)f(-t)$；

(c) $h(t-1)f(1-t)$；

(d) $h(1-t)f(t-1)$。

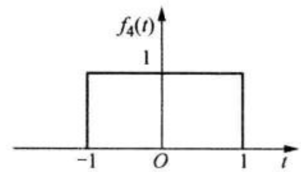

图 1.14

解　(a) $h(t)f(t+1)$ 的波形图如图 1.15 所示；

(b) $h(t)f(-t)$ 的波形图如图 1.16 所示；

(c) $h(t-1)f(1-t)$ 的波形图如图 1.17 所示；

(d) $h(1-t)f(t-1)$ 的波形图如图 1.18 所示。

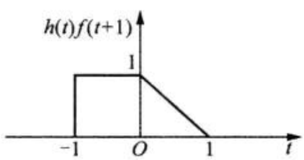

图 1.15

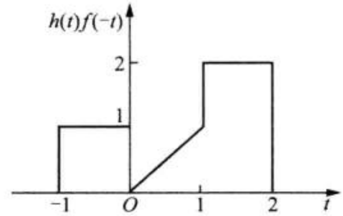

图 1.16

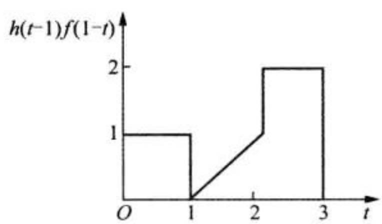

图 1.17

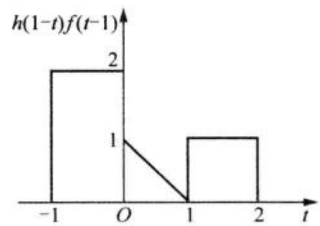

图 1.18

例 1.6　若 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$的波形图如图 1.19 所示，试概略画出 $f(t)$ 的波形图。

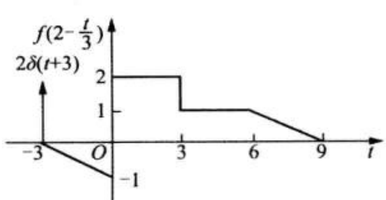

图 1.19

解法一　按时移性质可画出 $f\left(-\frac{t}{3}\right)$ 的波形图如图 1.20 所示。按反折性质可画出 $f\left(\frac{t}{3}\right)$ 的波形图如图 1.21 所示。再按比例性质可画出 $f(t)$ 的波形图，如图 1.22 所示。其中冲激信号按比例变化后，其幅度要产生相应变化，即

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

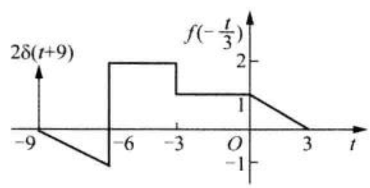

图 1.20

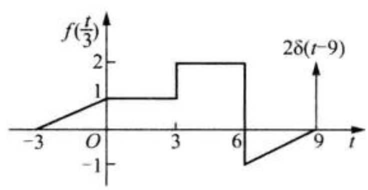

图 1.21

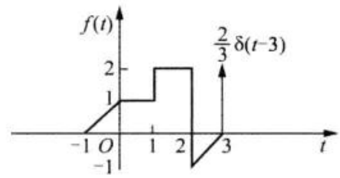

图 1.22

可按

$$\delta(at)=\int_{-\infty}^{t}\delta'(a\tau)\mathrm{d}\tau=\frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

得到证明，因此

$$2\delta(3t-9)=2\delta[3(t-3)]=\frac{2}{3}\delta(t-3)$$

解法二　可采用列表法。本例是由 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$ 与 t 的关系求 $f(t')$ 与 t' 的关系，可先将 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$ 与 t 的函数关系由图形转换成表格，即

t	-3	0	3	6	9
$f\left(2-\frac{t}{3}\right)$	2δ	$-1\to 2$	$2\to 1$	1	0

令 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)=f(t')$，则 $2-\frac{t}{3}=t'$，可列出 t 与 t' 的关系为