

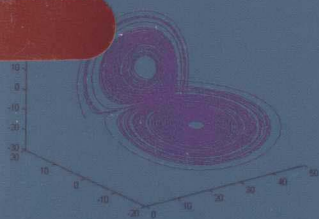
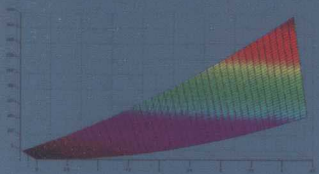


自主创新
方法先行

高等数学

(第三分册)

主 编 李寿贵 李德宜
副主编 李 明 陈贵词 熊 丹



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



自主创新
方法先行

高等数学

(第三分册)

主 编 李寿贵 李德宜
副主编 李 明 陈贵词 熊 丹

Gaodeng Shuxue



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是科技部创新方法工作专项项目——“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”(项目编号:2009IM010400)子课题“科学思维、科学方法在高等数学课程中的应用与实践”的研究成果。

本书是根据编者多年的教学实践,按照新形势下教材改革的精神,结合最新《工科类本科数学基础课程教学基本要求》编写而成的。在教材编写的过程中,注意将科学思维、科学方法贯穿于知识传授与能力培养的始终,注意与中学数学教学相衔接,注重现代科学技术的灵活体现,注重理论与实践的有机结合,力求做到全书结构严谨、逻辑清晰、叙述详尽、通俗易懂、便于自学,力求做到有利于培养学生的创新精神和能力,有利于加强学生的数学素养,有利于提高学生的实践动手能力。

全书共分为三个分册。本书是第三分册,其主要内容为数学实验,包括15个MATLAB实验、1个Mathematica实验和2个综合实验。

本书适合普通高等院校理工科类各专业的学生作为教材使用,也可作为其他各类高校师生和相关科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 第3分册 / 李寿贵, 李德宜主编. --
北京: 高等教育出版社, 2014. 1
ISBN 978-7-04-039025-4

I. ①高… II. ①李… ②李… III. ①高等数学-高等
学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 301117 号

策划编辑 贾翠萍	责任编辑 贾翠萍	封面设计 于涛	版式设计 童丹
插图绘制 尹莉	责任校对 殷然	责任印制 毛斯璐	

出版发行 高等教育出版社	咨询电话 400-810-0598
社址 北京市西城区德外大街4号	网 址 http://www.hep.edu.cn
邮政编码 100120	http://www.hep.com.cn
印刷 国防工业出版社印刷厂	网上订购 http://www.landaco.com
开本 787mm×960mm 1/16	http://www.landaco.com.cn
印张 12.25	版次 2014年1月第1版
字数 220千字	印次 2014年1月第1次印刷
购书热线 010-58581118	定价 18.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 39025-00

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

实验 1	MATLAB 环境	1
1.1	MATLAB 窗口	1
1.2	MATLAB 在线帮助系统	4
1.3	MATLAB 的运行方式	5
实验 2	MATLAB 的数组及其运算	7
2.1	变量	7
2.2	一维数组	8
2.2.1	一维数组的创建(8)	
2.2.2	一维数组的子数组寻访和赋值(9)	
2.3	二维数组	10
2.3.1	二维数组的创建(10)	
2.3.2	二维数组的寻访和赋值(11)	
2.4	数组运算	12
2.5	向量运算	14
2.6	集合运算	16
实验 3	MATLAB 的程序设计	18
3.1	MATLAB 的关系运算和逻辑运算	18
3.1.1	MATLAB 的关系运算(18)	
3.1.2	MATLAB 的逻辑运算(19)	
3.2	MATLAB 的流程控制	21
3.2.1	MATLAB 的循环结构(21)	
3.2.2	MATLAB 的分支结构(24)	
3.2.3	MATLAB 的控制语句(26)	
3.3	MATLAB 的 M 函数	27

实验 4 函数图形绘制	30
4.1 符号方法绘制一元函数图形	30
4.1.1 MATLAB 的基本符号运算(30)	
4.1.2 符号方法绘制曲线图形(31)	
4.2 数值方法绘制一元函数图形	34
4.3 图形的处理	41
4.4 符号方法绘制二元函数图形	43
4.5 数值方法绘制二元函数图形	44
实验 5 数值法、图形法:收敛性判别	48
5.1 函数极限的收敛性判别	48
5.2 无穷级数的收敛性判别	52
5.3 神秘级数的收敛性判别	55
5.3.1 神秘级数问题的提出(55)	
5.3.2 神秘级数收敛性的探索(55)	
实验 6 三维图形的 Mathematica 软件绘制	60
6.1 Mathematica 软件入门	60
6.2 空间曲线、曲面的图形绘制	61
6.2.1 显函数的三维曲面图形制作(61)	
6.2.2 由参数方程所确定的函数的三维图形制作(62)	
6.2.3 由隐式方程所确定的函数的三维图形制作(64)	
6.3 由多个曲面所围的立体的图形绘制	65
实验 7 函数近似:泰勒逼近与数据拟合	70
7.1 泰勒逼近	71
7.1.1 泰勒逼近的基本思想(71)	
7.1.2 泰勒逼近的 MATLAB 实现(71)	
7.2 数据拟合	73
7.2.1 最小二乘法(74)	
7.2.2 数据拟合的 MATLAB 实现(74)	
实验 8 函数最优化	82
8.1 函数最优化介绍	82

8.2 函数最优化的 MATLAB 实现	84
实验 9 近似计算:非线性方程求解	90
9.1 非线性方程求解简介	90
9.1.1 波尔查诺二分法(90)	
9.1.2 牛顿-拉弗森迭代法(91)	
9.2 非线性方程求解的 MATLAB 实现	91
实验 10 函数近似:插值	96
10.1 插值简介	96
10.1.1 拉格朗日多项式插值(97)	
10.1.2 分段线性插值(97)	
10.1.3 三次样条插值(98)	
10.2 一维插值的 MATLAB 实现	98
10.3 二维插值的 MATLAB 实现	100
实验 11 局部线性化:数值微分	106
11.1 数值微分的基本原理	106
11.1.1 数值差分(107)	
11.1.2 数值微分(107)	
11.2 数值微分的 MATLAB 实现	108
实验 12 局部均匀化:数值积分	113
12.1 数值积分的基本原理	113
12.1.1 梯形公式和辛普森公式(114)	
12.1.2 高斯求积公式(115)	
12.2 符号积分的 MATLAB 实现	116
12.3 数值积分的 MATLAB 实现	118
12.4 曲线积分与曲面积分的 MATLAB 实现	123
12.4.1 第一类曲线积分(123)	
12.4.2 第二类曲线积分(123)	
12.4.3 第一类曲面积分(124)	
12.4.4 第二类曲面积分(124)	

实验 13 数值计算:微分方程求解	127
13.1 微分方程(组)解析解的 MATLAB 实现	127
13.2 常微分方程数值解的基本理论	129
13.2.1 欧拉方法(130)	
13.2.2 龙格-库塔(Runge-Kutta)方法(130)	
13.3 微分方程(组)数值解的 MATLAB 实现	131
13.4 特殊微分方程求解	139
13.4.1 高阶微分方程(组)的求解(139)	
13.4.2 隐式微分方程求解(140)	
13.4.3 微分代数方程求解(141)	
13.4.4 时滞微分方程求解(142)	
实验 14 近似计算:无穷级数的应用	145
14.1 微分方程的幂级数解法	145
14.1.1 一阶微分方程的幂级数解法(145)	
14.1.2 二阶齐次线性微分方程的幂级数解法(146)	
14.2 定积分的近似计算	148
实验 15 微分应用:梯度法	151
15.1 梯度法的基本原理	151
15.1.1 蚂蚁逃生问题(151)	
15.1.2 梯度法原理(152)	
15.2 梯度法求解二元函数极小值的 MATLAB 实现	154
15.3 梯度法的应用	156
15.3.1 药品的配方问题(156)	
15.3.2 湖水深度测量问题(157)	
实验 16 近似计算:误差	159
16.1 误差的分类	159
16.2 误差与有效数字	160
16.3 误差的传播	161
16.3.1 误差限的传播(161)	
16.3.2 相对误差限的传播(162)	

16.4 误差的分析	163
16.4.1 病态问题与条件数(163)	
16.4.2 算法的数值稳定性(164)	
16.4.3 误差危害的避免原则(167)	
实验 17 综合实验:节水洗衣机问题	170
17.1 问题分析	170
17.1.1 背景意义与构想(170)	
17.1.2 洗衣机的基本原理和过程(171)	
17.1.3 “节水洗衣机”要点分析(171)	
17.2 问题建模	171
17.2.1 基本假设(171)	
17.2.2 变量定义(172)	
17.2.3 模型建立(172)	
17.2.4 优化模型(173)	
17.3 分析与求解	174
17.3.1 最少洗衣轮数(174)	
17.3.2 算法(174)	
17.3.3 算例(175)	
实验 18 综合实验:水塔供水问题	176
18.1 问题假设	177
18.2 符号设定	178
18.3 问题建模	178
18.3.1 数据处理(178)	
18.3.2 水流量模型(179)	
18.3.3 模型检验(182)	
18.3.4 问题求解(183)	
参考文献	185

实验 1

MATLAB 环境

实验目的

1. 认识 MATLAB 软件及其操作环境;
2. 熟练掌握 MATLAB 软件的基本指令.

实验内容

MATLAB 是 Matrix Laboratory(矩阵实验室)的缩写,是由美国 Math-Works 公司于 1984 年推出的一套数值计算软件.它将数值计算、可视化和编程功能集成在一个非常便于使用的环境中,可以实现数值分析、优化、数理统计、信号处理、图像处理等领域的计算和绘图功能,此外它还将各种算法及其处理以函数的形式分类成库,以便直接调用. MATLAB 具有计算功能强、编程效率高、易于扩充等特点,目前已发展成为国际上最优秀的高性能科学和工程计算软件之一.

本实验只介绍 MATLAB(所用版本为 R2010a)的基本使用指令,更多内容请使用 MATLAB 的在线帮助系统或参考有关书籍.

1.1 MATLAB 窗口

MATLAB 的主窗口主要包括四个窗口(如图 1.1 所示):指令窗口(Command Window)、工作区(Workspace)、当前目录(Current Folder)、指令历史(Command History)以及工具栏后边的显示和修改当前目录名的小窗口.指令窗口主要用于输入各种指令并显示运算结果,是最常用的窗口;工作区用于显示当前内存中变量的信息(包括变量名、维数、取值等);当前目录用于显示当前目录下的文件信息;指令历史用于显示已执行过的指令,可以备查.此外,在 MATLAB 中还会经常用到另外三个窗口:编辑 M 文件的编辑窗口、显示图形的图形窗口和显示帮助文件的帮助窗口.

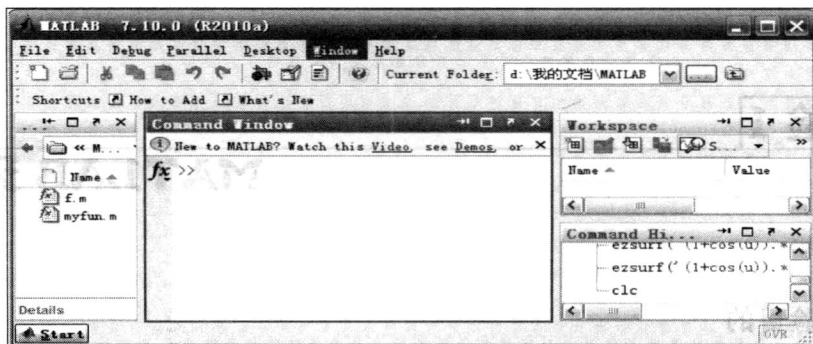


图 1.1 MATLAB 环境窗口图

MATLAB 的指令窗口是用户与 MATLAB 进行交互的主要场所. 在此窗口中可以直接输入各种 MATLAB 指令, 实现计算或绘图功能, 如:

例 1 计算 $[12+2 \times (7-4)] \div 3^2$.

在指令窗口输入指令:

```
>> (12+2*(7-4))/3^2
```

回车, 则显示:

```
ans=
```

```
2
```

提示:

(1) 在 MATLAB 中可直接进行算术运算, 其表达式见表 1-1.

(2) 当不指定输出变量时, MATLAB 将计算结果赋给缺省变量 ans (“answer”的缩写).

(3) 输入指令后, 必须按下 Enter 键, 该指令才会被执行.

(4) 指令“头首”的“>>”是指示符.

(5) 为了节省版面, 在演示示例中一般只给出操作指令, 输出结果由读者自己完成.

表 1-1 MATLAB 中基本运算符的表达式

	数学表达式	MATLAB 表达式
加	$a+b$	$a+b$
减	$a-b$	$a-b$
乘	$a \times b$	$a * b$
除	$a \div b$	a/b 或 $a \backslash b$
幂	a^b	a^b

例 2 给变量 A 赋值.

```
>> A=5;
```

提示:

(1) 标点符号一定要在英文状态下输入,指令窗口中各种标点符号的用途见表 1-2.

表 1-2 指令行中标点符号的作用

名称	标点	作用
空格		输入量与输入量之间的分隔符;数组元素分隔符
逗号	,	显示计算结果的指令与其后指令之间的分隔;输入量与输入量之间的分隔符;数组元素分隔符
黑点	.	数值表示中的小数点
分号	;	不显示计算结果指令的“结尾”标志;不显示计算结果指令与其后指令的分隔;数组的行间分隔符
注释号	%	由它“启首”后的所有物理行部分被看作非执行的注释符
单引号对	''	字符串标记符
方括号	[]	输入数组时用;函数指令输出变量列表时用
续行号	...	当表达式在一行写不下时,可加在行尾,供换行用
圆括号	()	在数组援引时用;函数指令输入变量列表时用

(2) 指令执行后,变量 A 被保存在 MATLAB 的工作空间中,以备后用.若用户不用,可用控制指令 clear 清除它或对它重新赋值.其他常用的控制指令见表 1-3.

表 1-3 常用的控制操作指令

指令	含义	指令	含义
cd	设置当前工作目录	clf	清除图形窗
clc	清除指令窗口中显示内容	clear	清除 MATLAB 工作空间中保存的变量
dir	列出指定目录下的文件和子目录清单	↑(↓)	向前(后)调出已输入的指令

(3) MATLAB 对字母大小写是敏感的.

(4) MATLAB 显示数据结果时,一般遵循下列原则:若数据是整数,则显示

整数;若数据是实数,在缺省情况下显示小数点后 4 位数字.此外,用户还可以利用指令 `format` 自定义输出格式,但它只影响结果的显示,不影响计算和存储,主要用法见表 1-4(以 π 为例).

表 1-4 数据显示格式的控制指令

MATLAB 指令	显示	说明
<code>format short</code>	3.1416	小数点后 4 位(缺省显示)
<code>format long</code>	3.14159265358979	15 位数字
<code>format bank</code>	3.14	小数点后 2 位
<code>format rat</code>	355/113	最接近的有理数

此外,指令 `vpa(a,n)` 也可以用来控制显示的位数,其中 a 为变量, n 为输出数值位数(从非零数值算起).如在指令窗口中输入

```
>> vpa(pi,49)
```

运行可得 49 位数的 π 值为:`ans=3.141592653589793238462643383279502884197169399375.`

1.2 MATLAB 在线帮助系统

MATLAB 提供了非常便利的在线帮助,若知道某个程序(或主题)的名字,可用指令 `help` 程序(主题)名得到帮助,例如

```
>>help sqrt
SQRT Square root.
    SQRT(X) is the square root of the elements of X.Complex
    results are produced if X is not positive.
    See also sqrtm.
    Overloaded functions or methods (ones with the same name in other
    directories)
        help sym/sqrt.m
    Reference page in Help browser
    doc sqrt
```

单独使用 `help` 指令,MATLAB 将列出所有的主题.MATLAB 还提供了一个指令 `lookfor`,可用来搜索包含某个关键词的帮助主题,此关键词不一定是 MATLAB 的指令或函数.

除上述方法外,还可用联机帮助、演示帮助或直接链接到 MathWorks 公司

获得帮助,此外互联网的搜索引擎对使用 MATLAB 软件也能提供不错的帮助。

1.3 MATLAB 的运行方式

MATLAB 提供了两种运行方式:指令运行方式和 M 文件运行方式。

指令运行方式通过直接在指令窗口中输入指令来实现计算或作图功能。当解决问题所需的指令较少时,一般可采用此运行方式,但当解决问题所需的指令较多时,此种方式使用较为困难。

M 文件运行方式是指在 M 文件编辑窗口先建立一个 M 文件,然后运行此 M 文件或者以 m 为扩展名存储此文件,点击 M 文件运行键或者在指令窗口中输入此文件名回车运行(注:文件名和外面的变量名不能相同,否则会输出外面变量的值),即得求解结果。MATLAB 的 M 文件有两种:M 脚本文件和 M 函数文件,前者可直接运行,后者则不能,其相关知识在实验 3 中再详细介绍。

M 脚本文件是指令行的简单叠加。当要解决问题所需的指令行很多,指令结构较为复杂时,或当一组指令通过改变少量参数就可以被反复使用时,使用 M 脚本文件非常方便。

例 3 在 M 文件中编写指令依次求解 $x_1 = \frac{4!}{4^4}$, $x_2 = \frac{9!}{9^9}$, $x_3 = \frac{15!}{15^{15}}$, 并显示其 10 位有效数字的结果。

解 首先利用互联网可查得阶乘的求解函数为 factorial(n), 其中 n 为所求阶乘的整数。于是在 M 文件窗口编写 M 文件 examp3.m, 如图 1.2 所示:

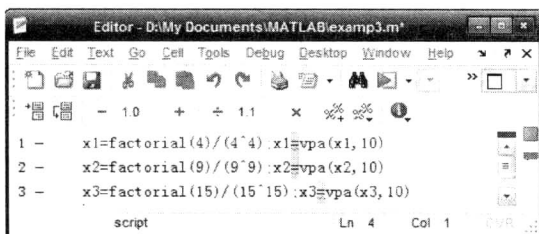


图 1.2

在指令窗中输入: examp3, 运行可得结果为: $x_1 = 0.09375000000$; $x_2 = 0.0009366567084$; $x_3 = 0.000002986281373$ 。

由上述结果容易看出,随着 n 值的增大,数列 $x_n = \frac{n!}{n^n}$ 的值在减少。读者也可以连续输入 n 的值,从而较准确地从数值上观察数列 $\{x_n\}$ 的变化情况。

实验任务 1

1. 练习 MATLAB 的各种操作指令.
2. 利用搜索引擎查询数列极限的求解指令, 并利用此指令求解数列 $\{x_n\}$ 的极限, 其中 $x_n = \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{2}$.
3. 分别就 $n=1, 2, \dots, 100$, 计算数列 $x_n = \sin n\pi$ 的值, 根据所求结果判断数列 $\{x_n\}$ 的极限是否存在.

实验 2

MATLAB 的数组及其运算

实验目的

1. 能够熟练创建和寻访数组；
2. 熟练掌握 MATLAB 软件的数组运算。

实验内容

数值数组 (Numeric Array) 和数组运算 (Array Operations) 是 MATLAB 的核心内容。自 MATLAB 5. X 版起, 数组便成为 MATLAB 最重要的一种内建数据类型, 而数组运算就是定义在这种数据结构上的方法。

2.1 变 量

MATLAB 的变量由字母、数字和下划线组成, 最多 31 个字符, 区分大小写, 第一个字符必须是字母; MATLAB 对变量不需要就类型或维数作特别说明; 当输入一个新变量时, MATLAB 自动为该变量分配内存空间, 如果该变量已经存在, MATLAB 将用新的内容取代其原来的内容。

为了使用方便, MATLAB 提供了几个常用的常量, 分别为:

Inf 正无穷大, 特指 $1/0$

NaN 不定值, 特指 $0/0$

pi 圆周率 π

i 或 j 虚数单位, 其平方为 -1

eps 计算机的最小浮点数

在 MATLAB 中, 被 0 除是允许的, 它不会导致程序执行的中断, 但会给出警告信息, 同时用一个特殊的名称 (如 Inf, NaN) 记述, 这个特殊名称将在以后的计算中以合理的形式发挥作用。

2.2 一维数组

2.2.1 一维数组的创建

在 MATLAB 中,若干个元素按照一定的次序排成一行(列),称为一维数组.生成一维数组有多种方法,常用的有:逐个元素生成法、冒号生成法和定数线性采样法.

(1) 逐个元素生成法是最简单且又最常用的方法,其创建格式可参考下例:

```
x=[2+3i pi/2 sqrt(2) -3]
```

(2) 冒号生成法.该方法通过“步长”设定,生成一维数组,其通用格式为

```
x=a:inc:b
```

其中 a 是数组的第一个元素, inc 是采样点之间的间隔,即步长,当它取正值时,需保证 $a < b$,当它取负值时,需保证 $a > b$,其默认值为 1;若 $(b-a)$ 是 inc 的整数倍,则生成数组的最后一个元素等于 b ,否则小于 b .

(3) 定数线性采样法.该方法在设定的“总点数”下,均匀采样生成一维数组,其通用格式为

```
x=linspace(a,b,n)
```

其中 a 为生成数组的第一个元素, b 为最后一个元素, n 为采样总点数,均匀分隔.

例 1 生成数组示例.

```
>>a=1:5 %生成从 1 到 5 公差为 1 的等差数组,inc=1 为默认形式
```

运行结果:

```
a=1 2 3 4 5
```

```
>>b=0:pi/4:pi %生成从 0 到 pi 步长为 pi/4 的数组
```

运行结果:

```
b=0 0.7854 1.5708 2.3562 3.1416
```

```
>>c=6:-3:-6 %生成从 6 到 -6 公差为 -3 的数组
```

运行结果:

```
c=6 3 0 -3 -6
```

```
>>d=linspace(0,1,9) %从 0 到 1 共 9 个数的等差数组
```

运行结果: