Non-additive Measure Theory & Multi-criteria Decision Making

非可加测度论与多准则决策

武建章 张 强 著

科学出版社

非可加测度论与多准则决策

武建章　张　强　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书介绍基于非可加测度与非线性积分的多准则决策理论与方法. 内容包括四个部分. 第一部分是基础理论, 介绍非可加测度表示形式和特殊类型、非线性积分的类型与集成特性. 第二部分详细阐述多准则决策环境下非可加测度的确定方法. 第三部分和第四部分分别研究 Sugeno 积分与 Choquet 积分理论拓展与决策应用.

本书可作为高等院校管理科学、系统工程、应用数学和相关专业高年级本科生、研究生的教材或参考书, 也可供企业管理人员、工程技术人员和教师使用和参考.

图书在版编目(CIP)数据

非可加测度论与多准则决策/武建章, 张强著. —北京: 科学出版社, 2014.3

ISBN 978-7-03-039883-3

Ⅰ. ①非… Ⅱ. ①武… ②张… Ⅲ. ①测度论-研究 ②决策论-研究 Ⅳ. ①O174.12 ② O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 036378 号

责任编辑: 徐园园 赵彦超 / 责任校对: 张凤琴
责任印制: 赵德静 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 3 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16
2014 年 3 月第一次印刷 印张: 13 1/4
字数:256 000

定价:68.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前　言

非可加测度与非线性积分是对经典测度与积分理论的拓展, 更适宜于描述和处理事物间的非可加性与关联性. 近年来, 已被成功应用于人工智能、合作博弈、企业管理、图像处理、信息集成、多准则决策分析等诸多领域. 非可加测度以基于集合包含关系的单调性约束替代经典测度的可加性的刚性约束, 能柔性地描述普遍存在于决策准则间的各种交互作用. 而基于非可加测度的多种形式的非线性积分, 尤其是 Sugeno 积分与 Choquet 积分, 可作为集成函数来融合候选方案在各准则上的评价信息, 且具有很好的集成性质与公理化特征.

本书旨在对非可加测度与非线性积分理论及其多准则决策应用等方面的国内外相关研究成果进行系统阐述与分析. 本书内容包括四个部分.

第一部分是理论基础. 介绍非可加测度的定义及其 4 种等价表示形式, 非线性积分的各种类型及内在联系. 介绍特殊类型非可加测度的定义, 并详细分析其数学性质及其适用的决策情境. 在系统阐述多准则集成函数的集成性质的基础上, 总结分析 Sugeno 积分与 Choquet 积分的集成性质与公理化特性, 并指出它们与传统集成函数间的关系. 从公理化的角度分析各种概率型交互作用指标, 说明 Shapley 重要性及交互作用指标更适宜用于多准则决策分析.

第二部分是非可加测度确定方法. 系统阐述多准则决策分析框架下的各种非可加测度确定方法. 从建模思路、初始条件、求解原理及步骤、结果特征、软件实现与决策应用等方面对最小二乘法、最大分割法、TOMASO 法、最大熵方法等基于训练集的主要方法进行分析与评述. 详细介绍 Kappalab 软件包的功能命令与使用方法. 总结分析基于多准则关联偏好信息的非可加测度确定方法.

第三部分是 Sugeno 积分理论拓展与决策应用. 介绍区间值与模糊值 Sugeno 积分的各种定义并分析其数学性质. 从格值 Sugeno 积分定义及其组合分解定理角度, 研究直觉模糊值 Sugeno 积分的相关定义、性质及决策应用. 在拓展格值 Sugeno 积分的组合分解定理的基础上, 给出区间直觉模糊值 Sugeno 积分的定义, 并分析其与传统 Sugeno 积分的组合分解关系, 进而给出基于区间直觉模糊值 Sugeno 积分离散形式的多准则决策方法与实例应用.

第四部分是 Choquet 积分理论拓展与决策应用. 介绍区间值与模糊 Choquet 积分的定义和决策实例分析. 在分析直觉模糊值运算性质与比较方法的基础上, 给出直觉模糊值 Choquet 积分 (IFCI) 与直觉模糊值共轭 Choquet 积分 (IFCCI) 的概念, 研究二者的集成性质与特征, 以及与传统直觉模糊集成函数的内在联系, 并

以决策实例对基于 IFCI 与 IFCCI 的多准则决策方法进行验证与分析. 阐述非单调 Choquet 积分的拓展方式与规律, 详细分析其求解方法.

本书得到国家自然科学基金项目(Nos.71201110, 71371030, 71071018, 71201089) 的支持, 以及河北省重点学科 “技术经济及管理”、2013 年北京市科协专项经费项目 (出版学术专著)、教育部博士点基金项目 (No.20111101110036)、河北社会科学基金项目 (No.HB12YJ085) 和河北软科学项目 (No.13454208D) 的资助. 在此向本书撰写和出版过程给予帮助和支持的各位领导、老师、同仁、同学、朋友和家人表示感谢.

限于作者的学识与水平, 书中难免存在疏漏和不足, 恳切希望批评指正.

联系邮箱: yswjz@163.com.

作　者

2013 年 8 月

目　录

第一部分　基础理论

第二部分　非可加测度确定方法

第三部分　Sugeno 积分理论拓展与决策应用

第四部分　Choquet 积分理论拓展与决策应用

第 1 章 绪　　论

多准则决策分析 (multiple criteria decision analysis, MCDA), 或称多准则决策 (multiple criteria decision making, MCDM), 是管理学与运筹学界极其活跃的研究领域之一, 其理论及方法已广泛应用于工程、经济、管理及军事等诸多领域. 由于社会经济环境的日益复杂性, 决策者在选择最佳或满意方案时, 已不再是依据单一的准则, 而不得不均衡考虑多种相互关联, 甚至是相互制约、矛盾的因素或目标.

尽管各种多准则决策分析的方法、模型及技术不尽相同, 但多准则决策分析的基本组成元素却是非常简单的: 即一个有限或无限的候选方案集 (或称为行动方案集); 至少两个决策准则; 至少一个决策者. 多准则决策分析的目标就是帮助决策者对各候选方案进行选择、排序、分类. 多准则决策分析的目标是帮助决策者对各候选方案进行选择、排序、分类. 由于多准则决策分析涉及两个或多个相互关联的决策准则, 其核心问题是在评价诸多候选方案时如何综合考虑所有的决策准则. 例如, 现有两个候选方案 a, b 及 n 个决策准则. 通常情况下, 候选方案 a 在某些准则上的评价值要优于候选方案 b, 而候选方案 b 在其他准则上却优于候选方案 a. 在此种情形下, 多准则决策分析要解决的主要问题是综合评判 (comprehensive judgment), 即如何通过一种合理有效的途径或方法来全面集成两个候选方案 a, b 在 n 个准则上的评价值或偏好关系. 多准则决策分析理论发展至今, 已形成了解决综合评判这一集成问题 (aggregation problem) 的诸多方法. 例如, 层次分析法 (analytic hierarchy process, AHP)、网络分析法 (analytic network process, ANP)、TOPSIS(technique for order preference by similarity to an ideal solution)、TOMASO(tool for ordinal multiple attribute sorting and ordering)、MACBETH(measuring attractiveness by a categorical based evaluation technique) 等方法.

尽管各种多准则决策分析方法的方式和途径不尽相同, 但大多数方法有着共同的数学基础, 即多准则集成过程 (multiple criteria aggregation procedures, MCAP). 而这一过程的核心概念是集成函数 (aggregation function). 其实, 上述各种多准则决策分析方法更多地注重集成的过程与步骤, 而最终仍需要通过集成函数来融合各准则上的评价值或偏好关系, 生成综合评价值或综合偏好关系. 换句话说, 集成函数在多准则决策分析理论及方法中起着至关重要的作用.

在多准则决策分析领域, 应用最为广泛的集成函数是加权算术平均 (weighted arithmetic mean, WAM). 以加权算术平均等基于经典可加测度的线性集成函数来融合各准则上的评价信息的主要假设前提是各决策准则相互独立、互不依赖. 但是, 鉴于现实决策环境的复杂性与决策信息的不确定性, 决策问题往往涉及的是多个相互制约、相互矛盾的关联准则.

非可加测度 (nonadditive measure), 或称模糊测度 (fuzzy measure), 或称 Choquet 容度 (Choquet capacity), 以关于集合包含关系的单调性这一较弱的约束条件取代了经典测度可加性的刚性约束. 进而, 以基于非可加测度的各种非线性积分 (nonlinear integral), 或称模糊积分 (fuzzy integral), 为集成函数的多准则决策分析方法不仅可以充分考虑决策准则的相对重要性, 而且可以灵活地描述和处理决策准则间的任意交互作用. 此外, 作为集成函数的非纯属积分, 尤其是 Choquet 积分和 Sugeno 积分, 有着很好的集成性质与公理化特征. 但是, 基于非可加测度与非线性积分的多准则决策分析方法在实际应用中需要对每个决策准则子集的测度进行赋值, 面临着指数级复杂性, 极大地限制了其实际应用能力.

为克服这一指数级复杂性, 一方面, 众多学者提出了多种特殊类型的非可加测度来达到减少所涉及的参数数量的目的. 最早出现的特殊测度是满足 λ-可加性的 λ-测度, 该类测度只需要 $n-1$ 个参数, 但表述能力也存在较大缺陷. 其后出现了可能性测度, 及其对偶测度 —— 必要性测度. 此外, 还有可分解测度、k 序可加测度、p 对称非可加测度、k 宽容与 k 不宽容非可加测度等.

另一方面, 大量的文献对非可加测度的确定方法进行了研究. 综合来看, 非可加测度的确定方法可以分成两类: 一类是以历史决策数据构成的训练集为基础, 利用遗传算法、最小二乘法、梯度下降法、最大分割法等优化算法生成非可加测度. 严格来说, 这类方法是一种基于历史数据的 "有导师学习方法", 需要一定数量的历史决策案例才能模拟出决策者对关联决策准则的偏好信息. 此类方法有一定的决策辅助作用, 但更偏向于机器学习的范畴, 有悖于多准则决策分析的常理. 另一类方法则基于多准则关联偏好信息来生成非可加测度. 多准则关联偏好信息是指决策者对各决策准则的相对重要性以及准则间的关联关系的主观判断. 决策者提供的这些初步信息需要进一步整理、提炼、加工, 才能转化为非可加测度. 相比于基于训练集的确定方法, 基于多准则关联偏好信息的确定方法更适用于多准则决策分析. 但是, 从国内外的研究现状来看, 此类方法的研究成果相对较少, 尤其缺乏合理的、有效的、易用的代表方法.

鉴于决策环境的日益复杂性与不确定性, 决策过程中决策者时间与精力限制、数据缺乏等原因, 多准则决策分析中不可避免地涉及大量的、模糊的、不确定的信息. 而模糊集、直觉模糊集以及区间直觉模糊集是描述和处理这些信息的有效数学工具. 因此, 有必要将实值非可加测度与非线性积分理论进行拓展于模糊集、直觉模糊等领域, 并对它们的集成性质与特性进行研究和分析, 为不确定信息环境下的

多准则决策分析提供更多的理论与方法. 该方向的国内外研究成果较为广泛和深入, 已形成了较为完整成熟的理论体系.

1.1 国内外研究现状分析

1.1.1 非可加测度定义及其特殊类型

经典测度是线段长度、平面图形面积等概念的推广, 其典型特征是可加性. 例如, 两个不相交的平面区域之和的面积等于这两个区域的面积之和. 然而, 可加性在许多现实情况下无法满足, 如两个人合作的工作效率往往大于或小于两个人工作效率之和. 非可加测度, 或称模糊测度, 或称 Choquet 容度, 以关于集合包含关系的单调性这一较弱的约束条件取代了经典测度可加性的刚性约束. 从多准则决策角度来看, 非可加测度是定义于决策准则集上的正规单调函数, 且空集函数值为零. 决策准则集的每一子集的非可加测度值可以解释为该子集的权重或重要性, 而单调性意味着子集的权重不能因为新准则的加入而减少. 对决策准则集的每一子集赋予测度值, 虽能柔性的描述决策子集之间的各种交互作用, 但也面临着指数级的复杂性.

为解决这一指数级复杂性, 减少确定的参数数量, 众多学者提出各种特殊类型的非可加测度. Sugeno[1] 提出了满足 λ-可加性的 λ-测度. 确定 λ-测度只需 $n-1$ 个参数. 但 λ-测度在表示能力方面存在着一个重要缺陷[2]: 只能表示各准则间的一类交互作用, 即要么全部准则间存在正的交互作用, 要么全部为负的交互作用, 要么全部彼此完全独立. Zadeh[3] 提出了满足模糊可加性的可能性测度, 及其对偶测度, 必要性测度. 确定这组对偶测度也只需 $n-1$ 个参数. Weber[4] 拓展了以上两种特殊的非可加测度, 提出基于 t-余模算子的可分解测度. 事实上, λ-测度与可能性测度是可分解测度的特例, 分别是满足 λ-和、逻辑和的可分解测度. 确定可分解测度也只需 $n-1$ 个参数, 但存在着与 λ-测度类似的缺陷.

为了减少所需参数的同时, 能有效描述准则间的交互作用, Grabisch[5] 从集函数的默比乌斯表示形式[6] 出发, 提出了 k 序可加测度的定义. k 序可加测度是非可加测度的 k 阶线性近似表示. 随着 k 的增加, k 序可加测度的参数增多, 其表现能力会逐渐增加. 1 序可加测度就是经典的可加测度, n 序可加测度就是一般的非可加测度. 2 序可加测度在解决了算法的复杂性, 同时很好地保证了测度的精确性, 因此在实际中有广泛的应用. Miranda 等[7] 基于无差异子集的概念拓展了经典的对称测度, 提出了 p 对称非可加测度, 用于描述匿名决策等特殊的多准则决策类型. Marichal[8] 于 2007 年提出的 k 宽容与 k 不宽容非可加测度则分别描述只需要满足 k 个决策准则即可与不满足 k 个决策准则时即否决的决策环境. k 宽容与

k 不宽容非可加测度是一组对偶测度. 确定 k 序可加测度、p 对称非可加测度、k 宽容与 k 不宽容非可加测度这三类特殊测度时所需的参数数量与 k 或 p 的值有直接的关系. 通常, k 或 p 的值越小, 所需确定参数数量越少. 随着 k 或 p 值从 1 到 n 的变化, 这三类特殊测度均可以覆盖势为 n 的决策准则集上所有的非可加测度.

1.1.2　非可加测度的交互作用指标

非可加测度在多准则决策分析[9,10] 及合作博弈理论 (cooperative game theory)[11,12] 中起着十分重要的作用. 通常, 每一个子集的测度值体现了该子集的重要性, 单调性约束则使非可加测度能够更加柔性地描述诸元素之间的或互补、或冗余的交互现象. 非可加测度的各种交互作用指标 (interaction index) 则是诸元素间的交互现象的数值体现.

从理论角度来看, 交互作用指标是对合作博弈中的概念 "值"(value)[13] 的推广. 以多准则决策分析或合作博弈为背景, Murofushi 与 Soneda[14], Grabisch[9] 等拓展 Shapley 值[12] 提出 Shapley 交互作用指标; Grabisch 与 Roubens[15,16] 拓展 Banzhaf 值[17] 提出 Banzhaf 交互作用指标, 拓展概率型值[18], 提出概率型交互作用指标, 拓展了半值 (semivalues)[19], 提出了基于势的概率型交互作用指标; Marichal 与 Roubens[20] 则提出链交互作用系数; Kojadinovic[21] 提出了交互作用量指标.

Grabisch 与 Roubens[15] 对 Shapley 交互作用指标以及 Banzhaf 交互作用指标进行了公理化描述, 指出二者均满足线性、哑元性、对称性、递归性等公理. Fujimoto 等[22] 则对概率型交互作用指标与基于势的概率型交互作用指标进行了公理化刻画, 指出 Shapley 交互作用指标、Banzhaf 交互作用指标、链交互作用系数只是概率型及基于势的概率型交互作用指标的特例. Kojadinovic[21] 则指出交互作用量指标满足单元素集合无交互作用值、对称性、正值性、边际独立性、单调性等性质.

在多准则决策分析领域, 被普遍接受且广泛应用的是 Shapley 值及 Shapley 交互作用指标. 每一决策准则的 Shapley 值的数学表示为该准则对其不属于的所有准则子集的边际贡献量的算术平均值[15]. 在实际应用中该值通常作为相应准则的全局重要性的度量. 各准则的 Shapley 值构成了决策准则集上的一概率分布, 即经典的可加概率测度. 两个准则的 Shapley 交互作用指标值则是两准则在不包含它们的子集上体现的边际交互作用量的算术平均值[15,21,22], 其值域为 $[-1,1]$. 一般来讲, 负的交互作用指标值则表示两准则是相互冗余的; 正的交互作用指标值则表示两准则是协同互补的; 交互作用指标值为零则可理解为两个准则是彼此独立的.

1.1.3 非可加测度确定方法

为了克服基于非可加测度与非线性积分的多准则决策方法在确定非可加测度时所面临的指数级复杂性, 许多学者提出了多种基于决策方案训练集确定非可加测度的方法, 并开发出相应的实用性软件. 这类方法通常基于决策方案训练集构造优化模型求得最优或满意的非可加测度. 训练集是由一些典型的候选方案或构造的特殊候选方案, 以及这些方案的预期评价值或偏好关系构成的集合. 优化模型的约束条件通常包括边际条件、单调性、交互作用指标等约束. 按优化模型目标函数的不同, 可将基于训练集的非可加测度确定方法大致划分成以下几类.

(1) 最小二乘法. 目标函数为使得训练集中各候选方案的非线性积分评价值 (如 Choquet 积分值) 与决策者给出的预期评价值之间误差的平方和最小. 基于遗传算法, Wang 等[23] 提出了确定广义非可加测度的方法; Chen 与 Wang[24] 提出了确定 λ-测度的算法; Grabisch[25] 给出了确定 k 序可加测度的算法; Combarroa 和 Miranda[26] 则提出确定任意凸类型的非可加测度 (如 k 序可加测度, p 对称非可加测度等) 的算法. 最小二乘法的目标函数是二次的, 其最优解可能不唯一[27,28]. 为减少求解算法复杂性, Ishii 与 Sugeno[29], Grabisch[30] 等学者提出了 HLMS(heuristic least mean squares) 求解方法. 该方法以 Choquet 积分或 Sugeno 积分作为集成函数, 利用梯度下降的原理进行求解非可加测度, 具有计算量较小、所需样本集小的特点, 但较适于一般非可加测度, 不适于求解几类特殊的非可加测度.

(2) 最大分割法. Marichal 和 Roubens[31] 提出一种确定非可加测度的线性规划模型, 其目标函数为使得训练集中各候选方案相应的非线性积分值之间的差别最大化. 该方法不需提前给定训练集中各候选方案的预期评价值, 只需提供训练集中所有方案一个不完全弱序关系. 该方法计算量较少, 但所求结果也存在不唯一的现象, 且容易求得极端值.

(3) 最大熵方法. Marichal[32,33] 拓展了经典测度的申农熵[34] 的概念, 提出了非可加测度熵的概念, 并用它来度量非可加测度所包含的不确定性或信息量的大小. 最大熵方法的目标函数即最大化所求非可加测度的熵值. Kojadinovic[35] 提出的最小变差方法实质上是最大化二阶 Havrda-Charvat 熵[36]. 通常, 最大熵方法的目标函数为一严格凹函数, 其最优解是唯一的.

(4) TOMASO 方法. Roubens[37] 提出的 TOMASO 方法的基本原理是利用 “静值” 的概念描述各决策方案在各决策准则上的优劣, 进而利用 Choquet 积分来集成相应静值, 构建优化模型求得最优非可加测度. Roubens[37] 提出了类似于最大分割法的线性目标函数, 但易导致所求最优解为极端值或无解的情形. Meyer 与

Roubens[38] 进而提出改进的二次规划模型. Marichal 等则开发出了实现以上两种算法的同名软件 TOMASO[38,39].

此外, 学者还提出一些确定非可加测度的其他方法. 例如, Labreuche 与 Grabisch[40] 拓展传统的 MACBETH 方法[41] 提出基于 Choquet 积分的 MACBETH 方法; Yue 等[42] 提出基于 Takagi-Sugeno 模糊模型[43] 的确定方法; Angilella 等[44] 拓展可加的稳健序性回归 (robust ordinal regression)[45] 提出了基于 Choquet 积分的非可加的稳健序性回归来确定 2 序可加测度.

在应用软件方面, Grabisch, Kojadinovic 和 Meyer 共同开发了 Kappalab 软件包. Kappalab[46,47] 是 "laboratory for capacities" 的缩写, 称为非可加测度实验室. Kappalab 软件包是在 GNUR[48] 统计软件下开发的, 主要处理非空有限集上的非可加测度和有关非线性积分的有关运算, 如非可加测度、默比乌斯表示, Shapley 重要性和交互作用系数三者之间的转换; 计算 Choquet 与 Sugeno 积分值; 构建和表述决策方案训练集, 调用和执行非可加测度确定方法. Kappalab 提供了一个类似于 MATLAB 的操作环境, 功能强大, 能实现上面所述的基于训练集的非可加测度确定方法, 并能对所得结果进行较为细致的分析.

基于训练集的非可加测度确定方法核心环节之一就构建合适的、符合决策者偏好的训练集. 训练集中的各候选方案之间序关系应满足一定的条件, 比如 $\forall x, y, z \in X$, 应有 $x \succ y, y \succ z \Rightarrow x \succ z$. 不满足这类条件经常会导致优化模型无可行解的情况. 虽然, 基于训练集的确定方法在实际应用十分广泛, 但严格来说, 这种方法是 "有导师的学习方法", 并不符合多准则决策的常理[47]. 比如, 通常候选方案的期望全局值是很难确定的. 另外, 如果训练集中候选方案过少, 则无法较准确地描述决策的偏好, 候选方案过多, 无疑会极大地增加决策者的工作量.

因此, 有必要从另一角度, 即依据决策者对各准则重要性及其间交互作用的主观判断, 来探索非可加测度的确定方法. 我们将此类方法称为基于多准则关联偏好信息的非可加测度确定方法. 国内外学者对此方向进行了积极的探索.

Takahagi[49] 于 2008 年提出了基于菱形成对比较方法 (diamond pairwise comparisons, DPC) 与 phi(s) 转换的非可加测度确定方法. 该方法借助一个菱形来直观表示两两决策准则的相对重要性及其间的交互作用程度, 然后利用层次分析法的最大特征向量法求出各准则的全局重要性, 最后通过 phi(s) 转换与基于交互作用程度的聚类分析方法求得非可加测度. 该方法的运算过程较为复杂繁琐, 且转换原理的合理性还有待进一步论证. 章玲、周德群[50] 于 2008 年利用准则间的直接关联矩阵和最大熵原则给出了一种基于决策者主观判断确定 k 序可加测度的方法. 作者[159] 于 2010 年将基于 DPC 与 phi(s) 转换的非可加测度确定方法应用于供应商评价与选择领域, 实证了该方法的有效性. 作者于 2010 年提出了基于 DPC 的 2 序可加测度确定方法[160] 和基于 DPC 与最大熵原则的非可加测度确定方法[78]. 与

文献 [49] 的方法相比, 文献 [161] 提出的方法在保证计算结果正确性的前提下, 还具有原理清晰、操作简便等特点. 文献 [160] 和 [161] 还提出了基于 Choquet 积分的等价值方案曲线的概念, 初步研究了等价值方案曲线的一些性质, 可以有效地帮助决策者在菱形成对比较法中估计两个准则间的交互作用程度. 此外, 作者[162] 于 2010 年提出了基于 AHP 与最大熵原则的 2 序可加测度确定方法, 并以企业资源计划软件选型的实际决策问题验证了方法的可行性与有效性. 相比基于 DPC 的非可加测度确定方法, 该方法更易理解与操作.

1.1.4 非线性积分的类型及其理论拓展

非可加测度柔性的描述了关联决策准则的重要性及准则间的交互作用, 而基于非可加测度的非线性积分则可以作为集成函数来融合各决策准则上评价值, 得到决策方案的全局评价值, 进而体现决策者对各候选方案的偏好.

非线性积分是基于非可加测度的各种积分形式的统称. 主要包括 Sugeno 积分[1]、对称 Sugeno 积分[51]、(N) 模糊积分[52]、Choquet 积分[53]、类 Choquet 积分 (Choquet-like integral)[54]、泛积分 (Pan-integral)[55−57]、Upper 积分[58,59]、Lower 积分[59,60]、可能性积分[2,61]、基于集合划分的非线性积分[2]、广义勒贝格积分[62] 等.

从结构形式上来看, 各种非线性积分的主要区别体现在其涉及的数学运算上. 例如, 在离散情况下, Sugeno 积分涉及 "取大" 与 "取小" 两种运算; Choquet 积分涉及 "加" 和 "乘" 运算; 泛积分涉及 "泛加" 与 "泛乘" 运算; 广义勒贝格积分则涉及 "伪加" 与 "伪乘" 运算.

在诸多非线性积分形式中, Choquet 积分和 Sugeno 积分在准则决策分析中有较为广泛的应用[9,47,63]. Choquet 积分是于 1953 年由学者 Choquet 提出[53]. Schmeidler[64,65] 于 1986 年将其进行研究并应用于不确定性决策, 于 1989 年对其特征进行公理化描述, 为后续研究提供了较好的理论基础[47]. Murofushi 与 Sugeno[66] 对 Choquet 积分可以作为一种基于非可加测度的非线性积分形式进行了解释. Sugeno 积分于 1974 年由日本学者 Sugeno[1] 提出. 自 1985 年以来, 该积分被日本学者推广应用于木材质量评估[29]、工业产品设计评价[67]、核能源应用的公众态度评估 [68]、彩色图像的主观评估[69] 等多准则决策分析领域[63]. Grabisch[9,63] 在 1995 和 1996 年对这两种积分与传统的集成函数之间的关系进行分析, 并对它们在多准则决策中应用进行回顾与总结. 自此以后, 这两种积分在多准则分析领域, 尤其是多准则决策中的应用更加广泛[47,70]. Marichal[71−74] 对 Choquet 积分和 Sugeno 积分作为多准则决策分析中集成函数的集成性质进行了公理化描述.

对 Sugeno 积分的理论拓展主要有两类方式: 一是对 "取大" 和 "取小" 两种算子进行拓展, 如替换为 t-余模或 t-模[75], 得到泛积分[55−57]; 二是对非可加测度和被

积分函数的值域进行拓展. Zhang 和 Meng[76] 提出格值函数关于格值非可加测度的格值 Sugeno 积分. Zhang 与 Guo[77,78], Cho 等[79] 研究了集值函数的 Sugeno 积分. Zhang 和 Wang[80], Zhang 与 Guo[77] 提出了模糊集值映射与模糊值映射的 Sugeno 积分. Guo 等[81] 和 Wu 等[82] 研究了关于区间值和模糊值非可加测度的 Sugeno 积分. Ban 和 Fechete[83] 提出了直觉模糊值被积函数关于直觉模糊值[84,85] 非可加测度的直觉模糊值 Sugeno 积分. 需要指出的是, 区间值模糊集与直觉模糊集在决策意义上有不同的含义, 但其数学表达却是同构的[86−88]. 进而, 直觉模糊值 Sugeno 积分与区间值 Sugeno 积分在数学表述上也是同构的.

Choquet 积分的拓展情况类似于 Sugeno 积分的拓展, 也可以归结为两类: 一是将传统的加、减运算进行拓展, 如替换为 t-余模或 t-模, 得到类 Choquet 积分; 二是将其值域进行拓展, 进而得到集值 Choquet 积分[89,90]、区间值 Choquet 积分[91,92]、模糊值 Choquet 积分[93−96]. 由于直觉模糊集上的各种运算有其特殊性[84,85], 尤其是其减法运算的确定比较困难, Choquet 积分[97,98] 在直觉模糊集领域的拓展有一定的特殊性和局限性.

对 Choquet 积分的拓展还有一特殊的方向, 即基于非单调非可加测度 Choquet 积分的拓展. 非单调非可加测度[96] 是指非空有限集上空集的函数值为零的集函数, 不再强调其必须满足规范性和单调性. 基于非单调非可加测度的 Choquet 积分不再满足递增性, 简称为非单调 Choquet 积分[99]. Yang 等[95] 提出了利用线性规划和遗传算法来求解区间值和模糊值非单调 Choquet 积分值. Meyer 和 Roubens[100] 利用扩张原理和 Choquet 积分的默比乌斯表示形式给出了模糊值非单调 Choquet 积分值的简便计算方法, 并对其在模糊多准则决策中的应用给予了详细的介绍.

1.2　本书内容与体系

基于非可加测度的多准则决策分析可以有效地描述和处理复杂环境下的充满关联性、模糊性以及不确定性的决策信息, 是一个新兴且发展迅速的研究领域. 本书对相关研究成果进行仔细梳理和系统归纳, 力图能呈现该领域的研究现状和发展趋势. 在第 1 章绪论之后, 将以基础理论、非可加测度确定方法、Sugeno 与 Choquet 积分理论拓展与决策应用等 4 个部分来展开论述, 各部分的内容体系如图 1.1 所示.

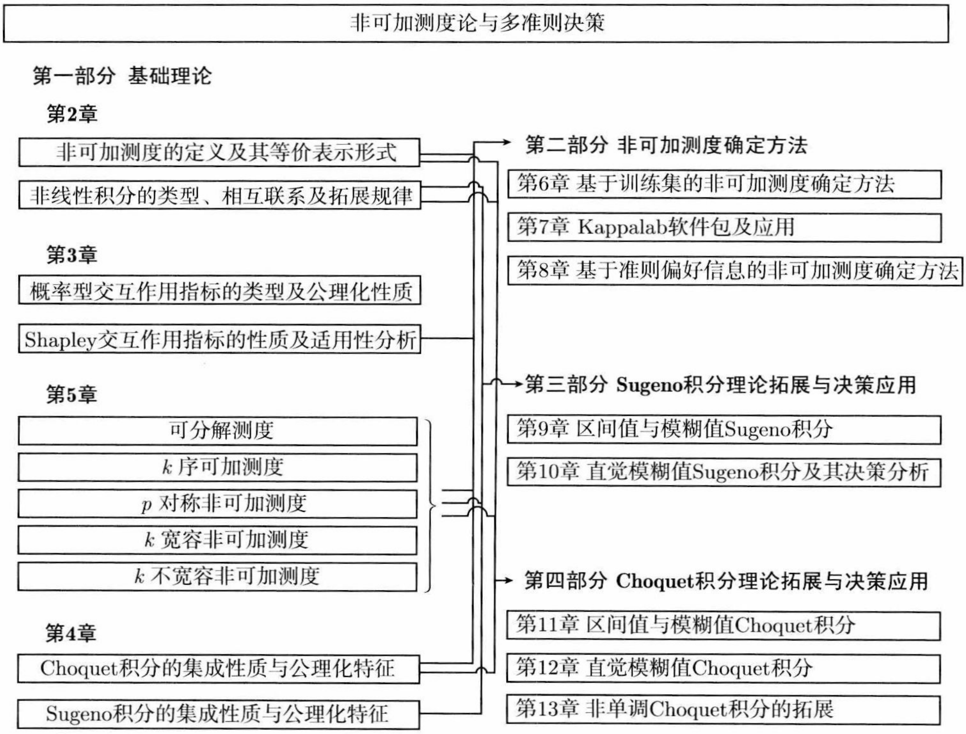

图 1.1　本书内容体系结构