

制度文化
教化与礼仪
学术

第5典

第6典

中华文化
通志

第7典

【科学技术】

艺文

宗教与民俗

中外
文化交流

历代
沿革

地域文化

民族文化

第8典

第9典

第10典

第1典

第2典

第3典

算学志

◎ 中华文化通志编委会编
◎ 上海人民出版社



王渝生 撰

中华文化
通志

第

7 典

【科学技术】

◎ 中华文化通志编委会编
◎ 上海人民出版社

算学志

《中华文化通志》编委会

编委会主任 萧 克

编	委	李学勤	宁 可	王 尧	刘泽华
		孙长江	庞 朴	陈美东	刘梦溪
		汤一介	姜义华	陈 昕	朱金元
		张国琦			

办公室主任 张国琦

办公室副主任 王科元

策 划 姜义华 张国琦

算 学 志

作者简介

王渝生,1943年生。1966年毕业于四川师范大学数学系。1981年毕业于中国科学院研究生院。中国科学院理学博士、自然科学史研究所研究员、博士生导师、副所长,国际科学理事会中国委员会委员,中国科学技术协会全国委员会委员,中国科学技术史学会常务理事兼秘书长,中国数学会理事暨数学史学会常务理事兼秘书长。著有《自然科学史导论》、《郭守敬》;主编有《数学大师》、《天文泰斗》、《影响中国历史进程的人物·数学卷》、《中国科学家群体的崛起》;主译《跨越大洋两岸的科学文化交流》。发表论文百余篇。

总 序

中华文化绵延了五千年的历史，起伏跌宕；哺育着差不多五分之一人类的身心，灿烂辉煌。它坦诚似天，虚怀若谷，在漫长的岁月里，广袤的土地上，有过无私奉献四面传播的光荣，也有过诚心求教八方接纳的盛事。它和以直，健以稳，文而质，博而精，大而弥德，久而弥新，昂然挺立于世界各民族文化之林。

任何一个民族的文化，勿论东西，不分大小，都有它自己的土壤和空气，都有它自己的载体和灵性，当然也就都有它自己的长处和短处，稚气和老练。准乎此，任何一个民族的文化，都有它存在和发展的天赋权利，以及尊重异质文化同等权利的人间义务。每一民族都需要学习其他文化的各种优点，来推动自身发展；都应该发扬自身文化的一切优点，来保证自己的存在，缔造人类的文明乐园。

现在，当二十世纪的帷幕徐徐降落之际，为迎接新世纪的到来，中华民族正在重新检视自己，以便在新的世界历史发展中，准确地找到自己的地位。呈现在读者面前的这部百

卷本《中华文化通志》，便是我们为此而向新世纪的中国和世界做出的奉献。

《中华文化通志》全书共十典百志。

唐人杜佑著《通典》，罗列古今经邦致用的学问，分为八大门类，“每事以类相从，举其始终”，务求做到“语备而理尽，例明而事中，举而措之，如指诸掌”。《通典》的这一编纂方法，为我们所借用。《中华文化通志》分为十典：历代文化沿革典、地域文化典、民族文化典、制度文化典、教化与礼仪典、学术典、科学技术典、艺文典、宗教与民俗典、中外文化交流典。每“典”十“志”。历代文化沿革典十志，按时序排列。地域文化典十志，主要叙述汉民族聚居区域的地域文化，按黄河流域、长江流域、珠江流域排列。民族文化典十志，基本上按语系分类排列。中外文化交流典十志，按中国与周边及世界各大区域交往分区排列。其余各典所属各志，俱按内容排列。

宋人郑樵《通志·总序》有曰：“古者记事之史，谓之志。”“志者，宪章之所系。”指的是，史书的编纂关系到发掘历史鉴戒之所在，所以，编纂者不能徒以词采为文、考据为学，而应在驰骋于遗文故册时，“运以别识心裁”，求其“义意所归”，承通史家风，而“自为经纬，成一家言”。（章学诚《文史通义·申郑》）

本书以典、志命名，正是承续这样的体例和精神。唯本书为文化通志，所述自然是文化方面诸事，其编撰特色，可以概括为“类”与“通”二字。

“类”者立类。全书十典，各为中华文化一大门类；每典十志，各为大门类下的一个方面；每志中的“编”“章”“节”“目”，亦或各成其类。如此依事立类，层层分疏，既以求其纲目分明，论述精细，也便于得门而入，由道以行，俾著者、读者都能于浩瀚的中华文化海洋里，探骊得珠，自在悠游。

“通”者贯通。书中所述文化各端，于以类相从时，复举其始终，察其源流，明其因革，论其古今。盖一事之立，无不由几及显，自微至著，就是说，有它发生和发展的历史。弄清楚了一事物一制度一观念的演变轨迹，也就多少掌握到了它内在本质，摸索到了它的未来趋势。

“通”者汇通。文化诸事，无论其为物质形态的，制度形态的，还是观念形态的，都非孤立存在。物质的往往决定观念的，观念的又常左右物质的；而介乎二者之间的制度，固受制于物质与观念，却又不时反戈一击，君临天下，使制之者大受其制。其内部的诸次形态之间，也互相渗透，左右连手，使整个文化呈现出一派斑斓缤纷的色彩。中华文化是境内古今各民族文化交融激荡的硕果；境外许多不同种的文化，也在其中精芜杂存，若现若隐。因此，描绘中华文化，于贯通的同时，还得顾及如此种种交汇的事实，爬梳剔理，还它一个庐山真面目。此之谓“汇通”。

“通”者会通。“会”字，原义为器皿的盖子，引申为密合；现在所说的“体会”、“领会”、“会心”、“心领神会”等，皆由此得义。《中华文化通志》所求之通，通过作者对中华文化的领悟，与中华民族心灵相体认，与中华文化精神相契合。

这就是《中华文化通志》依以架构旨趣之所在。是耶非耶,知我罪我,恭候于海内外大方之家。

《中华文化通志》由萧克将军创意于1990年。1991年先后两次在广泛范围内进行了论证。1992年组成编纂委员会。十典主编一致请求萧克将军担任编委会主任委员,主持这一宏大的文化工程。1993年1月和1994年2月,全体作者先后齐集北京、广东花都市,研究全书宗旨,商定典志体例,切磋学术心得,讨论写作提纲。事前事后,编委会更多次就全书的内容与形式、质量与速度、整体与部分、分工与协作等问题,进行研究讨论。近二百位作者进行了创造性构思和奋斗式劳作。这项有意义的工作得到了中央领导同志以及各界人士的热情支持。编委会办公室承担了大量的日常工作。上海人民出版社承担了本书出版任务,并组织了高水准高效率的编辑、审读、校对队伍,使百卷本《中华文化通志》得以现今面貌奉献于世人面前。我们参与这一工作的全体成员带着兴奋而又惶恐的心情,希望它能给祖国精神文明建设大业增添些光彩,更期待着读者对它的不当和不足之处给予指正。

《中华文化通志》编委会

内容提要

中国传统数学有着两千多年的悠久历史,是中国传统科学文化百花园中的一朵奇葩,也是世界文化宝库中一颗璀璨的明珠。

本志分先秦至汉唐、宋辽金元、明至清初、清中叶和清末等历史时期,分述自商高以迄夏鸾翔等著名算学家生平和自《九章算术》以迄《致曲术》等主要算学著作的内容,然后分数字与记数法、算具与算术、数的概念的扩展、几何问题与勾股测量、高次方程数值解法、天元术和四元术、高阶等差数列、同余式理论、八卦与幻方等方面叙述中国传统算学理论和计算方法。由于中国古算与天文联系紧密,故对中国天文历法计算中的数学方法,如“上元积年”算法和一次同余式组解法、“调日法”和分数近似算法、内插法和“垛积招差术”等进行了叙述。同时,也叙及中国古代的算学教育和中外数学交流以及中国现代数学研究的发端。最后,对中国传统数学的基本特征作了概括性的探讨。

目 录

导言 中国算学发展史略	1
第一章 算学家和算学著作	13
第一节 先秦至汉唐算学名家名著	13
一、商高与勾股定理和测量术	13
二、《墨经》中的数学概念	15
三、《九章算术》的内容和成就	17
四、刘徽的《九章算术注》和《海岛算经》	40
五、赵爽与勾股圆方图说和出入相补原理	53
六、《孙子算经》和《张丘建算经》	57
七、祖冲之及圆周率计算	61
八、祖暅及“祖暅原理”	66
九、王孝通与《缉古算经》	68
第二节 宋元算学名家名著	70
一、贾宪与《黄帝九章算经细草》	70
二、李冶与《测圆海镜》、《益古演段》	71
三、秦九韶与《数书九章》	76
四、杨辉与通俗实用算术	82

五、朱世杰与《算学启蒙》、《四元玉鉴》·····	85
第三节 明末清初算学名家名著 ·····	89
一、程大位与《算法统宗》·····	89
二、梅文鼎与清初历算 ·····	93
三、梅穀成与《数理精蕴》·····	98
四、明安图与《割圆密率捷法》·····	102
第四节 清中叶算学名家名著·····	106
一、汪莱与《衡斋算学》·····	106
二、焦循与代数运算律·····	110
三、李锐与传统方程论·····	116
第五节 清末算学名家名著·····	123
一、项名达与《象数一原》·····	123
二、戴煦与《求表捷术》·····	129
三、李善兰与《则古昔斋算学》·····	137
四、华蘅芳与《行素轩算稿》·····	150
五、夏鸾翔与《致曲术》·····	157
 第二章 传统算学理论和计算方法·····	 161
第一节 数字与记数法·····	161
第二节 算具与算术·····	163
一、算筹与筹算·····	163
二、整数四则运算·····	164
三、算码·····	166
四、珠算盘与珠算术·····	167
第三节 数的概念的扩展·····	168
一、分数·····	168
二、小数·····	170

三、负数	171
第四节 几何问题与勾股测量	171
一、几何图形观念的形成	171
二、规矩等工具的发明和使用	173
三、测量	174
四、对角的认识和应用	175
五、有关圆和球的计算	176
第五节 高次方程数值解法	181
一、贾宪三角	182
二、增乘开方术	184
三、正负开方术	186
第六节 天元术和四元术	189
一、天元术	189
二、四元术	193
第七节 高阶等差数列	195
一、隙积术与垛积术	195
二、招差术	201
第八节 同余式理论	203
一、大衍求一术	203
二、不定分析	205
第九节 八卦与幻方	206
一、八卦	206
二、幻方	208
 第三章 中国古代历法计算中的数学方法	 211
第一节 上元积年的计算和一次同余式组解法	211
一、汉历上元积年的计算	213

二、魏晋南北朝时期的上元积年的计算及唐宋历家 设废上元之争·····	221
三、南宋秦九韶的“治历演纪”术和“大衍总数术”、 “大衍求一术”·····	227
四、元授时历废积年之法和清代学者对上元演纪术 与大衍术的深入研究·····	245
第二节 “调日法”和分数近似算法·····	254
一、何承天以前各家历法的“日法”数据·····	256
二、何承天的“气朔母法”·····	264
三、元始历和何承天以后破章法各历的日法数据·····	266
四、麟德历为总法以后各历法的日法数据和周琮的 “调日法”·····	270
五、秦九韶所谓“调日法如何承天术”·····	273
六、清代算家对调日法的探究·····	277
第三节 内插法和“垛积招差术”·····	290
一、刘焯的定朔算法与二次内插公式·····	292
二、唐一行大衍历中的不等间距二次差内插法和三次 差内插近似公式·····	297
三、唐宋历算家对二次内插公式的改进和对三次内插 公式的探求·····	301
四、元授时历“平立定三差法”和朱世杰“垛积 招差术”·····	306
第四章 算学教育与中外交流·····	315
第一节 算学教育及对朝鲜、日本的影响·····	315
一、早期的算学教育·····	315
二、唐宋算学教育及对朝鲜、日本的影响·····	316

第二节 中印算学间的影响.....	318
一、中印算学中的相似点.....	319
二、从印度传入中国的算学.....	320
第三节 西方数学的传入.....	321
一、早期译著与研究.....	321
二、西方数学著作的再翻译.....	326
第四节 近代数学教育.....	333
一、学校的兴办与数学教育.....	333
二、中国早期的数学留学生.....	336
三、中国现代数学研究的发端.....	338
 结语 中国传统数学的特色.....	 341
 参考文献.....	 348

导言 中国算学发展史略

算学,即数学。“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料。”^① 世界数学的发展,在西方,以古希腊数学为代表,偏重逻辑演绎,形成公理化的特色;在东方,则以中国传统数学为代表,以计算见长,形成算法化的特色。所以中国古代数学,核心是算数;算数之术,即是算术;算术之学,即是算学。中国最早的数学著作,有《许商算术》、《杜忠算术》、《九章算术》等。隋唐国子监设算学馆,有算学博士、助教,宋立算学祀典,元朱世杰著有《算学启蒙》。宋元象数学得到发展,遂有数学之名,朱世杰在当时亦被誉称为“数学名家”。此后,算学、数学一直并用。明确废止“算学”,而用“数学”一词,则是二十世纪三十年代以后的事。故本书中提到的中国数学,即指算学而言。

一、算学的萌芽

算学在中国的起源,可追溯到遥远的上古时代。中国算学是与中国原始社会的形成与发展同步的。

^① 恩格斯:《反杜林论》,人民出版社1970年版,第35页。

早在旧石器时期,古人已能打制一些具有一定几何形状的石球、刮削器和尖状器,几何观念逐渐形成。

到了新石器时期,磨制石器中几何形状的种类有所增加,同时也更加规则。例如1974年在云南出土的距今六千年前的忙怀石钻略呈饼状,中间厚,四周薄,但是很圆。而在山东和江苏出土的距今四五千年前的大汶口型陶器上,则有呈圆形、菱形和三角形等的镂孔;四川大溪出土的空心陶球,则有六个镂孔,差不多正好位于三条直径的端点上。

除陶器本身就是几何形体或反映着某些几何知识之外,陶器上的花纹同样值得注意。距今六千年前西安半坡出土的彩陶上的几何花纹还提供了—一个由物体形象到抽象的几何图案的演变过程的线索,如由鱼形变成梭形、菱形、三角形、长方形等几何图形。

半坡人还有了数目的观念。例如在一个彩陶钵上斜画着一组组的直线,每一组都是七条,还有一些陶器上点有坑点,排成整齐的三角垛形,从上至下,一、二、三、……直至七,有的到八。

半坡陶片上还出现了刻划符号,其中也包括数字符号。可以初步辨别的数字符号有一、二、五、六、七、八,等等。

在上海马桥和山东城子崖发掘出土的新石器时代晚期遗址的陶片上也有数字符号。特别是后者与甲骨文早期接近,和殷文化是一个系统,但比甲骨文早了两千多年。

以上是文物资料。而据典籍记载则有“黔如为虑首,史言作算之始也”(《吕氏春秋·勿射》),又有“黄帝使隶首作算数”(《世本》)。虑首、隶首和黄帝都是传说中的人物。黄帝和炎帝是中华民族的始祖,大约距今四千多年前,相当于新石器时代晚期。

有了数目观念和数字符号之后,便产生了原始的记数方法:“上古结绳而治,后世圣人易之以书契”(《易经·系辞传》)。“事大,大结其绳;事小,小结其绳;结之多少,随物众寡。”(《易九家义》)“契,刻

也,刻识其数也。”(《释名·释书契第十九》)可见结绳和书契是古代非文字记载的记数方法。1975年青海乐都县柳湾发掘的原始社会末期墓葬中出土的骨片带有规则的楔形刻口,是流传至今最早的书契记数实物。至今我国少数民族地区还有用这种记数方法的,如现藏于云南省博物馆的佤族书契木片。

中国进入奴隶制社会以后,到了殷商时期已形成了刻在龟甲和兽骨上的甲骨文汉字系统。商以后到周代,甲骨文逐渐被金文(又称“钟鼎文”)所替代。在甲骨文和金文中都有数学方面的资料。

在一块甲骨上有由一到十的自然数,说明商代已形成了抽象的数的概念。干支纪年或纪日的方法,在甲骨文中也有完整的记录,而且在一块甲骨上有一个循环。

甲骨文记数已经发展成为完整的十进制系统,并有了固定的大数名称“十”、“百”、“千”、“万”,最大数目到三万。

在金文中已有简单的数字计算问题。如周“召鼎”称:“东宫迺曰:偿召禾十秭,遗十秭为廿秭。来岁弗偿,则付卅秭。”这是说偿还庄稼(禾)给召(人名)的问题:按时偿还就是十秭,忘了时间迟交,十秭就按二十秭偿还,如果来年还不交就加倍偿还四十秭。

二、筹算体系的建立

春秋战国时期,中国完成了由奴隶制向封建制的过渡。生产力的发展,生产关系的变革,以及思想界、学术界诸子林立、百家争鸣的局面,创造了算学发展的良好条件。至迟在春秋末年,人们已掌握了完备的十进位和位置制的记数法,普遍使用了算筹这种中国独有的先进计算工具和筹算这种利用算筹进行计算的简便方法。

由于手工业、建筑业、水利工程和商业交换的发展,以及制定历法的需要,人们的筹算技能大大提高。《韩诗外传》载有“齐桓公设庭