东北师范大学

研究生硕士学位论文摘要

理科版

东北师大学位办公室

一九九〇年十月

目 录

四、地理学：

五、生物学：

G–盟的投射模范畴及 K、K_1 群

数学系基础数学专业

86级研究生　姚永伟

　　　　　　　张海权　教　授

指 导 教 师　高绪珏　教　授

　　　　　　　贺昌亭　副教授

刘绍学在〔1.2〕中介绍 G-盟及加法范畴上的模等概念。本文讨论了当G为某一集合X的正则部分半群 $X\times X$ 时G-盟的模范畴和有限生成投射模范畴，并研究了其 K_0、K_1 群，得到了和环上K理论相平行的某些结果。这类G-盟在〔1〕中被称为小加法范畴。

在引言和第一节里，我们回顾了 G-盟，G-盟上的模以及模同态等概念，在第二节，我们定义了模的量积，即给定 G-盟 C、右 C-模M和左 C-模 N，我们有 $M\otimes_c N$，且满足一定的泛性质；同时还讨论了某些特殊模的张量积，在第三节我们给出了自由模和投射模的概念，证明了一个 C-模是投射模当且仅当它是一自由 C-模的直和项，由此我们得到了判定 C-模是投射模的"对偶基引理"，同时，对任意有限基自由 C-模我们利用其自同态的矩阵表示，讨论了其自同构群。第四节我们定义了G—盟 C 的Ki群 $Ki(c)=Ki(p(c))$，$i=0$、1、其中 $P(c)$ 表示 C 上有限生成投射模范畴。并利用了〔3〕中判定函子导出的K群序列以及fvbre积导出的 Mayeil-Vietolis 序列为正合列的定理，得到下面两个结果：1）若 a 是 C 的理想，则有下面的正合列：$K_1(a)\to K_1(C)\to K_1(c/a)\to K_0(v)\to K_0(C)\to K_0(c/a)$．2）对 G—盟同态 F_i：$C^i\to C^+$，用某种方法，我们得到 G—盟 C，并且有下面的正合列：$K_1(c)\to K_1(C^1)\oplus K_1(C^2)\to K_1(C^*)\to K_0(C)\to K_.(C^1)\oplus K_.(C^2)\to K_1(C^2)$ 在本节的某些证明中，我们用到了〔4〕中的有关方法。第五节讨论了两种盟的 K^0K_1 群：设 C 是 G-盟，n 是正整数，我们有 G-盟 $M_n(C)$、且 $K_i(M_n(C))\simeq K_i(C)$ $i=0,1$；对有1结合环 R 及 X 到正整数集 N 的映射 f，我们有 G—盟 $M_f(R)$，且 $K_i(M_f(R))\simeq K_i(R)^{|x|}$ $i=0,1$。

在微机IBM PC上实现计算机代数系统

数学系基础数学专业

86级研究生　郝振玉

张海权　教　授

指导教师　高绪珏　教　授

贺昌亭　副教授

本文将介绍微机计算机代数系统 *CAPC* 的开发、设计、及其功能。该系统在较小的内存下，尽可能多地加强功能提高速度。其功能与 *SAC-I* 类似，但有的算法要较 *SAC-I*的先进。只要内存大于 256K 即可使用。该系统实现了任意精度整数、有理数、有理系数多项式、分式、任意有限个变元的有理函数的精确运算。具有良好的用户界面，用户可以非常自然的方式直接在屏幕上进行演算，输入、命名、删除、存储变量，命令十分简单。该系统由汇编和*C*编程具有推广应用价值。该系统还具有易于扩展的特性，估计还可以大幅度扩充，实现更多的代数运算。

满足链条件的弱左双环

数学系基础数学专业

86级研究生　盖德林

指导教师　张海权　教　授
　　　　　高绪珏　教　授
　　　　　贺昌亭　副教授

称环R为双环，如果环R的任意单边理想均为其理想。邱琦章在文献〔1〕中给出了满足极小条件双环的分解及其逆定理，即R为满足极小条件的双环充要条件内存在环K_i，$1\leqslant i\leqslant n$，N，使得$R=R_1\oplus R_2\oplus\cdots\oplus R_n\oplus N$，其中$R_i$为局部环，$N$为幂零环，且$R_i$，$N$满足极小条件的双环。

称环R为右（左）双环，如果R的所有右（左）理想均为R的理想。樊复生在〔2〕中给出了右双环的若干结果，结果其一为在 Noethtv 右双环中，任意理想均可分解为有限个不可缩短的左准质理想之交。

Xue Yao 在〔3〕中对弱右双环进行了研究，并得到了好的结果。环R称为弱右（左）双环，如果对任意元素$a\leqslant R$，存在自然数$n(a)$，使得$(a^{n(a)})r(a^{n(a)})i$为理想。这里$(a^{n(a)})e$，$(a^{n(a)})r$ 表为 $a^{n(a)}$在R中所生成的左理想和右理想。

本文给出了满足链条件的弱左双环的两个结果：

（一）R为有单位元的左 Noether 的弱左双环，则R的任意理想均能表为有限个弱左准质理想之交。

（二）R为非幂零的左 Artin的弱左双环当且仅当存在R的理想R_i，$1\leqslant i\leqslant n$，N为R的幂零左理想，满足（1）$R=R_1\oplus R_2\oplus\cdots\oplus R_n\oplus N$.，此和为左$R$-模直和，（2）$R_i$为局部弱左双环，$1\leqslant i\leqslant a$。（3）$R_i$，$N$为 Artin 左$R$-模。

这两个结果可视为〔1〕〔2〕的结果的推广。

由一个单环决定的环类及由这个环类所确定的上根

数学系基础数学专业

86级研究生　张宪君

指导教师　张海权　教　授

高绪珏　教　授

贺昌亭　副教授

Sza′sz，F.A.在〔1〕中介绍了Andrn nakicvich 关于反单根的工作，所谓反单根即是由一切具有幂等心的亚直不可约环组成的环类所确定的上根。本文对每个单环，定义了一个严格包含 Andru nakievich 反单根的根。

本文共分五节，第一节简要介绍了这篇文章的背景、一些基本概念和符号以及文章的概况。第二节，我们讨论了一个环类K_H，它是由一切这样的亚直不可约环所组织，它们的心都与某个给定的单环H同构。我们证明了K_H是一个环的特殊类。进一步我们研究了由K_H所确定的上根，称之为R_H—根，仍记为R_H。并指出这个根具有交性质：对任意环A，$R_H(A) = \bigcap\limits_{a} \{I_a \Delta A \mid A/I_a \in K_H\}$。且每个$R_H$—环都是$K_H$中环的亚直和。在第三节中，我们给出了一个环是$R_H$—环的几个等价条件，证明了下列条件等价：

1)A是R_H—环，

2)A的每个同态像是心不与H同构的亚直不可约环的亚直和，

3)对A的任意素理想P，A/p不包含与H同构的极小理想，

4)A的每个理想都不能同态满射到H上。作为以上结果的直接推论，易于证明对任意两个互不同构的单环H和$\bar{H}$，R_H与$R_{\bar{H}}$是两个互相不包含的根。第四节主要讨论环A的R_H—根与An阶全矩阵环A_n的R_{H_n}—根之间的关系，证明了，对任意环A，$R_{H_n}(A_n) = (R_H(A))n$。第五节我们给出了 Andruna Kievich 反单根与根簇$\{R_H \mid H$是任一单环$\}$之间的关系，证明了$S = \cap R_H$，其中W表示所有两面互不同构的单环的全体所组成的集合。

此外，在第五节我们还定义了两个根$R_{(n)}$和$R_{(v)}$，并讨论了$R_{(n)}$与反单根的关系以及$R_{(v)}$与$Brown—McCoy$ 根的关系。

本文中的所有环均指结合环，所提到的根都是在$Amitsvr—Kurosh$ 意义下的根。

关于较几乎幂零环类更广泛的环类

数学系基础数学专业

86级研究生　靳庭良

指导教师　$\boxed{\text{张海权}}$　教　授

高绪珏　教　授

贺昌亭　副教授

作者首先讨论了几乎幂零元环簇及其确定的上、下根的性质，主要的定义，定理如下

定义1.1 一环A称为几乎幂零元环，如果对$\forall a\in A$及$0\neq I\Delta A$，均有某$n=n(I,a)\subset N$ $3I\supseteq\langle a\rangle^n$，记该环为$N_3$-环，所有$N_3$-环组成的类为$N_3$类似于〔2〕中的$\alpha_2$、$\alpha_1$给出了$N_2$、$N_1$的意义。

定理1.1　设R是任意素N_3-环

〈a〉如果R没有非零幂零元左理想，那么，$\forall 0\neq I\Delta R$也没有非零幂零元左理想

〈b〉如果某$O\neq I\Delta R$没有非零幂零元，那么R也没有非零幂零元

定理1.2　$LN_3=\{A|\forall 0\neq {}^A/_I$均有理想${}^B/_I\neq 0$且${}^B/_I\in N_3\}$是超幂零根，且$LN_3=UZ$. 其中$Z=\{A|A$没有非零$N_3$-理想$|\}$是弱特殊类

引理1.2　设$A\in N_2$，那么A或是单个元生成的除环，或对$\forall a\in A$，有$\bigcap\limits_1^\infty\langle a\rangle^n=0$

命题1.4　N_2是右遗传的

推论1.5　N_1就是幂零根。从而给出了幂零根的新刻划

定理1.7　下述条件等价

〈a〉　环$A\in\beta_{LN_3}$

〈b〉　$\forall 0\neq {}^A/_I$均是有N_3一心的亚直不可约环的亚直和

〈c〉　A不含素理想P使得${}^A/_P$有一根小理想是LN_3一半单的

〈d〉　A没有理想能同态地映射到属于N_3的幂等单环

当A满足极小条件时，$A\in LN_3$

作者接着给出了几乎局部幂零环环类及z类的概念，其定义类似于定义1.1，分别以r_3、r_2、r_1记之，得到了与前面平行的一些结论另外还有

定理1.7′　$Lr_3(A_n)=(Lr_3(A))_n$

定理1.11　$\beta_{Lr_3}(A_n)=(\beta_{Lr_3}(A))_n$　(x_n)表示n阶矩阵环，$\forall n\in N$，$\beta_{Lr_3}=U\varepsilon$　$\varepsilon=\{A|A$是有幂等心$H(A)$的亚直不可约环且$H(A)$是由有限个元素生成的环$\}$是特殊类

本文的§2中讨论了LN_3及z根与大小理想的关系，并给出$L\alpha_3$的一个新刻划

命题2.1　设A满足连续条件，则A无小理想$\Longleftrightarrow A$的每个理想均是其直和项$\Longleftrightarrow A$是单环直和

定理2.1　$UZ=U\alpha'=U\alpha''=U\mathrm{r}'=U\mathrm{r}''$ 其中$Z=$｛所有单0-环｝ $\alpha'=$｛满足连续条件的没有非0小理想的几乎幂0环｝；$\alpha''=$｛没有大理想的几乎幂零环｝ r'、r''是几乎局部幂零环的情形。

接着给出 *Koether* 问题的一个等价问题，即不存在幂零元的幂等单环$\Longleftrightarrow UQ=UZ$，$Q=$｛没有大理想的几乎幂零元环｝

命题2.2　$L\alpha_3=LS$　$S=\{A\mid 对\forall x\subset A及0\neq I\,\underline{\Delta}\,A,\ \exists n\in N_3 1\supseteq(x)^n\}$ 并且S恰由如下定义的乎强幂零元组成。

定义2.1　设A是环，$\forall\ 0\neq J\Delta A$，称A的序列a_i，$i=1,2,\cdots$为几乎m-列，如果a_i满足$a_i+J\in a_iAa_{i-1}+J$，$i=1,\cdots$

定义2.2　设$a\in A$，称a为几乎强幂零元，如果A的以a为首的任意几乎m-列在有限项后均属于任意给定的$0\neq J\,\underline{\Delta}\,A$，要求$(a)$非单幂等环

作者还讨论了LN_3与其z根及相关根之间的包含关系

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
\alpha_1 & \subset & \alpha_2 & \subset & \alpha_3 & \quad & \beta & \subset & L\alpha_2 & \subset & L\alpha_3 & \subset & \beta\Phi\ (\text{反单根}) \\
\cup & & \Cap & & \cap & & \cap & & \Cap & & \cap & & \cap \\
L & \subset & \mathrm{r}_2 & \subset & r_3 & & L & \subset & L\mathrm{r}_2 & \subset & Lr_3 & \subseteq & \beta_{L3} \\
\cap & & \Cap & & \cap & & \cap & & \Cap & & \cap & & \cap \\
\overline{N}_- & \subset & N_2 & \subset & N_3 & & N & \subset & LN_2 & \subset & LN_3 & \subseteq & \beta_{Lr_3}\subset BM
\end{array}$$

其次讨论相对于根性质R的几乎幂零环簇一环A称为相对于根性质R的几乎幂零环，如果对$\forall\ 0\neq I\,\underline{\Delta}\,A$，$\exists\ n\in N_3 I\supset R(A)^n$，记该环为$\alpha_{R_3}$环，对环类$\alpha_{R_3}$，类似于〔1〕〔2〕〔3〕中对$\alpha_3$的论述，得到了一些更一般的结果，并讨论了它的分层问题。

文中环均指结合环，所用术语引自〔4〕〔5〕。

微分流形上 r 阶联络到其丛空间的水平提升及相应的曲率与挠率张量

数学系基础数学专业

86级研究生　梁希泉

指导教师　郭卫中　教　授

要对向量丛的截面进行微分运算，必须在向量丛上引进称为“联络”的结构，仿射联络就是加在微分流形上，使我们能对张量场进行微分运算的结构。即使任一个向量丛上联络结构总是存在的，但是联络结构的确定对于给定的微分流形来说具有很大的任意性。因此，赋予微分流形上一个既计算简便又能揭示流形自身几何性质的联络结构是极为重要的。

J. Gancarzewicz 研究了微分流形上的r阶联络见[1]。

K. Yano and S. Ishihara 讨论了微分流形上张量场与联络对切丛的水平提升。在这两篇文章的基础上，本文讨论了微分流形上 r 阶联络到其丛空间的水平提升，并给出了相应的曲率与挠率张量的计算公式。

主要结果：

（定理 2.1）　设（$E.M.\pi.R^N$）是r阶实向量丛，Γ是M上的 r 阶联络。则从空间E上存在唯一的线性联络$\widetilde{\nabla}$，满足条件：

$$\widetilde{\nabla}_{X^D} Y^D = (\nabla_X Y)^D, \qquad \widetilde{\nabla}_{X^D} S^V = (D_X S)^V$$

$$\widetilde{\nabla}_{S^V} X^D = 0 \qquad \widetilde{\nabla}_{S^V} S'^V = 0$$

在命题（3.1）和命题（3.3）中分别给出了联络$\widetilde{\nabla}$的挠率与曲率公式。

微分流形上r阶联络到其丛空间的水平提升及相应的曲率与挠率张量.

人口大系统的稳定性

数学系基础数学专业

86级研究生　高　夯

指导教师　陈任昭　教　授

本文讨论由积分偏微分方程组所描述的人口大系统的数学连续模型：

$$(1)\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{p}}{\partial r}+\dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}+\widetilde{M}(r,t)\vec{p}=\widetilde{A}(r,t)\vec{p}, \\ \vec{p}(r,o)=\vec{p}_{\circ}(r), \\ \vec{p}(o,t)=\left(\beta_i(t)\int_{r_{i1}}^{r_{i2}}k_i(r,t)h_i(r,t)p_i(r,t)dr\right)_{i=1}^{n}, \end{cases}$$

其中$\vec{p}=(p_i(r,t))_{i=1}^{n}$是一$n$维向量函数，$\widetilde{M}\ r,t=diag(\mu_1(r,t),\cdots,\mu_n(r,t))$，$\widetilde{A}(r,t)=(\tilde{a}_{ij}(r,t))_{i,j=1}^{n}$是$n$行$n$列的矩阵。方程组（$I$）描述了具有$n$个人口子系统且各人口子系统之间存在人口相互迁移的人口大系统。按照现代控制论的观点，方程组（I）所支配的大系统是具有正反馈的闭环控制系统。从数学角度看，方程组（I）是由变系数一阶双曲偏微分方程组的边值函数与含有变参数的 Frebholm 第一型积分方程的自由项相互耦合而成的积分偏微分方程组。

本文得到了如下的主要结果：

定理 3.1.　设$\tilde{u}_i-\tilde{a}_{ii}\equiv\mu_i\in H^{2,2}(Q_T)$，$\operatorname{Vraimax}\limits_{QT}|\mu_i,\mu_{ir}|\leqslant M$，$\tilde{a}_{ij}(r,t)\in H^{1,1}(Q_T)$ $\tilde{a}_{ij}(o,t)=0$，$0\leqslant\tilde{a}_{ij}(r,t)\leqslant\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{2}}$，$p_{\circ i}(r)\ni H^{\frac{3}{2}}(\Omega)$，$(o,t)\in H^1(o,T)$，$k_i(r,t)\in H^{2,2}(Q_T)$，$h_i(r,t)\in H^{2,2}(Q_T)$，则存在唯一的向量函数$\vec{P}(r,t)\in\prod_{1}^{n}H^{1,1}(Q_T)$满足方程组（I）。

本文找到了时变临界生育率$\beta_{ic}(t)$並证明了

定理 4.1　与定理 4.2：设定理 3.1 的条件被满足，当$\tilde{a}_{ij}$满足$\int_{r_1}^{r_2}k_i(r,t)\ h_i(r,t)\int_{\circ}^{r}[\max\limits_{j}\bar{a}_{ij}(s,s+t-r)]e^{-\int_{\circ}^{r}\mu_i(p,p+t-r)dp}dsdr\leqslant\frac{1}{n}\beta_{ic}(t)$且$\beta_i(t)\leqslant\alpha\beta_{ic}(t)$时，$0<\alpha<1$，系统（I）在李雅普诺夫意义下是稳定的，当$\beta_i(t)\geqslant\bar{\alpha}\beta_{ic}(t)$时，$\bar{\alpha}>1$，系统（1）是不稳定的。

本文不仅将由常微分方程所支配的大系统的稳定性的结果〔14〕推广到积分偏微分方程组所支配的大系统中，而且也为人口大系统的控到提供了严格的理论数据。

具无穷时滞中立型泛函微分方程的解的有界性及周期性

数学系基础数学专业

86级研究生　石　磊

指导教师　黄启昌　教　授

史希福　副教授

众所周知，泛函微分方程的周期解存在性具有重要的理论与实际意义，许多学者对有限时滞及无穷时滞泛函微分方程得到了许多好的结果。但是，对于无穷时滞 NFDE 至今还没这方面的结果，本文给出稳定的D算子概念，把黄启昌，王克、 Yoshizawa 的有界性及周期性结果推广到无穷时滞 NFDE 上来，对无穷时滞中立型的 Voltezza 积分微分方程，成功地构造了泛函，$V(t,\phi)$ 并加上具体条件，得到了保证解一致有界，一致最终有界及周期解存在性，系统地建立了具无穷时滞 NFDE 的有性界及周期性理论。

下面是主要结果，考虑：

$$\frac{d}{dt} Dxt = f(t,xt) \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}(x(t) - \int_{\infty}^{t} C(t-s)x(s)ds) = A(t)x(t) + \int_{-\infty}^{t} E(t,s)x(s)ds + e(t) \tag{2}$$

定理 3.1 及 3.2，假设存在$V(t.\varphi)$。$W_i(r)(i=1.2.3.4)$。$W(r)$ 及常数$u>0$，使得对(1)的解$x(t)=x(t.t.\varphi)$有：

（Ⅰ）．$W_1(|Dx_t|)\leqslant V(t.x_t)\leqslant W_2(|Dx_t|)+W_3(|x_t|_B)$。

（Ⅱ）．$V'_{(1)}(t,x_t)\leqslant -W_4(|Dx_t|)-|W'_{(1)}(|Dx_t|)|$，当$|Dx_t|\geqslant u$.

（Ⅲ）．D为B一致稳定的，

（Ⅳ）．$\lim\limits_{r\to}[2w(r)-w_3(k_2(H)+k_1k_2H+k_1k_3r)]=+\infty$，对任意$H>0$．

（Ⅴ）．D为B一致渐近稳定的，$V(x.\varphi)$为一致健忘的．

则（1）的解B一致有界及B一致最终有界．

定理 4.1　假设：

（Ⅰ）．$f(t+T.\varphi)=f(t.\varphi).t\geqslant t_0,\varphi\in B$

（Ⅱ）　$(B.|\cdot|_B)$ 具强衰减记忆．

（Ⅲ）．对$\forall\alpha>0$，存在关于 t 连续函数$L(t.\alpha)$.当$t\geqslant t$。$\varphi\in B.|\phi|_B\leqslant\alpha$时：有

$$|f(t,\varphi)| \leqslant L(t,\alpha)$$

(Ⅳ). D为B一致稳定的

(Ⅴ). (1)的解是B一致有界的及B一致最终有界的。

则(1)存在以T为周期的周期解。

定理4.2 假没:

1) $|C(-s)| \leqslant h(s)$. $S \in R$. 且$\int_{-\infty}^{0}|c(-s)|d_s = m < 1$

2) $|C(t-s)| \leqslant |C(t)|h(s)$. $S \in R^-$

3) $C(t) \in L'(R^+)$, $det(1-\int_0^\infty e^{-st}((t)d_t) \neq 0$. $S=0$.

4) $C(t) \to 0$ 当$t \to +\infty$,

5) 存在$R \times R \to R^+$上的连续有界函数$F.Q$及$M > 0$, 使得:

$|E(u,v+r)| \leqslant F(u,v)\ h(r)$, $r \in R^-$, $u,v \in R$,

$\int_t^\infty F(u.t)du \leqslant a < +\infty$, $\int_{t_0}^\infty F(u.t.)du \to 0$, 当$(t-t,) \to \infty$。

$|C(u-(v+r))| \leqslant Q(u.v)h(r)$ $r \in R^-$ $u.v \in R$

$\int_t^\infty Q(u.t)d_u \leqslant b < +\infty$, $\int_{t_0}^\infty Q(u.t.)du \to 0$, 当$(t-t.) \to \infty$。

$|A(t)| \leqslant M$ $t \in R$

其中h为单调增加正的连续函数。

6). 存在$\overline{\mathscr{K}}$使得$\overline{\mathscr{K}} \triangleq \mathscr{K}\int_t^\infty |G(u,t)|d_u + \overline{\mathscr{K}}\int_t^\infty |(Gu-t)|d_u \leqslant \overline{\mathscr{K}}$。

其中 $G(u.t) = E(u.t) + A(u)C(u-t)$。

7) 存在k, $1<k<2$及$\delta>0$, 使得:

$(2-k) > (ka + kMb + kb)$,

8) $A(t+T) = A(t)$, $e(t+T) = e(t)$, $E(t+T, S+T) = E(t.s)$, $t \geqslant t$。

则(2)存在以T为周期的周期解。

非卷积线性中立型Volterra微分积分方程解的结构，变易公式及其应用

数学系基础数学专业

86级研究生　钱龙军

指导教师　黄启昌　教　授

史希福　副教授

解的结构在微分方程的研究中有重要的应用。BUrton 首先论证了线性 Volterra 微分积分方程，$x(t)=A(t)x(t)+\int_0^t B(t,s)xs)ds+f(t).x(o)=Xo\in R^n,\quad t\geqslant 0$　（1）

的解空间的结构，连同解的变更公式和线性常微分方程的相应理论具有极为相似的简单性。

在这以前 Grosslnan 和 Millen 就已经给出了方程(1)解的变易公式，最近，王志成和吴建宏获得了形如

$$\frac{d}{dt}(x(t)-\int_0^t C(t,s)x(s)ds-g(t))=A(t)x(t)+\int_0^t B(t,s)\dot{x}(s)ds+f(t),t\geqslant 0 \quad (2)$$

算子型中立型方程的解的变易公式。他们的目的是研究相应的扰动系统和相应的具无限时滞方程的周期解。

本文研究更为广泛的线性中立型 Vol+erra 方程

$$X(t)=A(t)x(t)+\int_{t_0}^t B(t,s)x(s)ds+\int_{t_0}^t C(t,s)\dot{x}(s)ds+f(t),x(t_o)=x_{t_0}\in R^n,$$
$$t\geqslant t_0 \quad (3)$$

其中，$A(t)\in C|R^1\to R^{n\times n})$，$f(t)\in C(R'\to R^n)$。

$B(t,s),C(t,s)\quad t\geqslant s\quad \in C(R'\times R'\to R^{n\times n})$.

的解的结构，解的变易公式并且利用变易公式

$$\frac{\partial}{\partial t}R(t,s)=A(t)R(t,s)+\int_s^t B(t,u)R(u,s)du+\int_s^t C(t,u)\frac{\partial}{\partial u}R(u,s)du,\ R(t,t)=$$

$I^{n\times n}t\geqslant s$ 的唯一的关于(t,s)连续的形式解。

在第三节，利用变易公式由“平移法”根据方程〈3〉的有界解的存在性，讨论方程〈4〉周期解的存在性，形式及其和其他解的渐近关系。

以下我们总假设．对某一$T>0$

$A(t+T)=A(t)$，$f(t+T)=f(t)$，$B(t+T,S+T)=B(t,s)$

$C(t+T,S+T)=C(t,s)\ t\geqslant s$，$B(t,s)$，$C(t,s)\quad t\geqslant s$满足假设，

假设， $\exists M\geqslant 0 \quad \ni . \int_{-\infty}^{t}|C(t,s)|ds\leqslant M \quad t\in R^1$，

$\forall \varepsilon>0 \quad \exists\sigma(\varepsilon)>0 \quad t-t_1\geqslant\sigma(\varepsilon)\ni\int_{-\infty}^{t_1}|c(t,s)|ds<\varepsilon\bar{R}(t,s) \quad t\geqslant s$ 是下面预解方程关于 (t,s) 连续的形式解。

$$\bar{R}(t,s)=-C(t,s)+\int_{s}^{t}C(t,u)\bar{R}(u,s)du. \quad t\geqslant s$$

定理 3.1 — 3.2 — 3.3.

当 $t_0=0$.若$R(t,s)$，$\bar{R}(t,s)t\geqslant s$满足假设1，则方程〈3〉具有有界解$x(t)=x(t,0,0)$ $t\geqslant 0$，并存在一自然数子列$\{ni\}$，使得$\{x|t+n|T)\}$ 在R' 的任一的紧致集上一致收发于方程〈4〉的一个T—周期解 $x(t)$，而且 $x^*(t)$是全局一致渐近稳定的，其中$x^*(t)=\int_{-\infty}^{t}R(t,s)g^*(s)ds \quad t\in R' \quad g^*(t)=f(t)-\int_{-\infty}^{t}R(t,s)f(s)ds \quad t\in R'$

在第四节中，为简洁起见，我们讨论纯量方程，给出保证第三节定理成立的充分条件由“平移法”讨论相应的具无限时滞方程。

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+\int_{-\infty}^{t}B(t,s)x(s)ds+\int_{-\infty}^{t}C(t,s)\dot{x}(s)ds+f(t)+eR' \quad (4)$$

的周期性。这样就使对线性中立型 Volterra 方程解的变易公式及利用其对具无限时滞系统的周期性的研究系统化。

在第一、二节证明了方程〈3〉解空间的结构定理，给出了解的变易公式

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}B(t,s)x(s)\,ds+\int_{t_0}^{t}C(t,s)x(s)\,ds,\ x(t_0)=x_{t_0}\in R^n\geqslant t_0 \quad (5)$$

定理 1.1 — 1.2

方程〈3〉在 $t\in[t_0,\infty]$ 上的连续可微解存在唯一

方程〈5〉在 $t\in[t_0,\infty]$ 上有几个线性无关的解，若$X(t)$是这几个解构成的函数方阵，则$X(t_0)=L_{n\times n}$

ii， 方程〈5〉的任意解可由这几个解线性表出。

iii， 方程〈3〉任意两解之差是方程〈5〉的解。

iV， 若$xp(t),t\in[t_0,\infty]$是方程〈3〉的一特解，则方程〈3〉的任意能表成，$x(t)=X(t)(x(t_0)-xp(t_0))+xp(t) \quad t\in[t_0,\infty)$

定理 2.1 — 2.2

若 $x(t)=x(t,t_0,x(t_0))$ $t\in[t_0,\infty)$是初值问题〈3〉的解。

则， $$x(t)=R(t,t_0)x(t_0)+\int_{t_0}^{t}R(t,s)g(s)ds \quad t\geqslant t_0$$

$$g(t)=f(t)+\int_{t_0}^{t}C(t,s)g(s)ds. \quad t\geqslant t_0$$

其中 $R(t,s)$ $t\geqslant s$ 是伴随方程

定理 4.1

若$|C(t,s)|\leqslant\bar{C}(t-s)t\geqslant s)$.$\bar{C}$是$+\in[0.\infty)$上非负连续函数.$\int_{0}^{+\infty}\bar{C}(t)dt<1$，若对某 $-\delta>0$ $t\in R'$

$$A(t)+\int_{-\infty}^{t}|E(t,s)|ds+\max_{t}\int_{-\infty}^{t}|E(t,s)|ds\int_{-\infty}^{t}|c(t,s)|ds/(1-\max_{t}\int_{-\infty}^{t}|c(t,s)|ds)\leqslant-\nu$$

其中，$E(t,s)=B(t,s)+C(t,s)A(s) \quad t\geqslant s.$

则定理 3.1 — 3.2 — 3.3 条件满足。