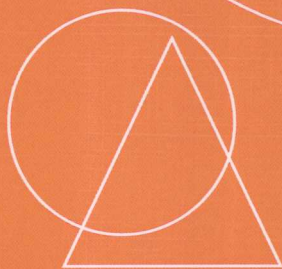


模式识别

数学问题解决中的

123



SHUXUE WENTI JIEJUEZHONG DE

MOSHI SHIBIE

于文华 周伟忠 | 著

4...



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

0235/29

2013

数学问题解决中的模式识别

于文华 周伟忠 著

RFID

北方工业大学图书馆



C00344789

本书得到作者主持的教育部人文社会科学研究青年基金项目“基于数学问题解决的模式识别的认知机理与实验研究”(10YJCXLX054)的资助。



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

内容提要

本书采用文献分析法、量化研究方法、质性研究方法、结构方程模型方法等多种方法相结合, 试图研究数学问题解决中模式识别的认知过程与影响因素, 并进行模式识别教学的探索。

责任编辑: 于晓菲 责任出版: 刘译文

图书在版编目(CIP)数据

数学问题解决中的模式识别 / 于文华, 周伟忠著. —北京: 知识产权出版社, 2013. 7

ISBN 978-7-5130-2151-7

I. ①数… II. ①于… ②周… III. ①模式识别—研究生—教材
IV. ①O235

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第166757号

数学问题解决中的模式识别

SHUXUE WENTI JIEJUEZHONG DE MOSHI SHIBIE

于文华 周伟忠 著

出版发行: 知识产权出版社

社 址: 北京市海淀区马甸南村1号

网 址: <http://www.ipph.cn>

发行电话: 010-82000893 转 8101

责编电话: 010-82000860 转 8363

印 刷: 知识产权出版社电子制印中心

开 本: 720mm×960mm 1/16

版 次: 2013年8月第1版

字 数: 212千字

ISBN 978-7-5130-2151-7

邮 编: 100088

邮 箱: rquxiaofei@163.com

传 真: 010-82005070/82000893

责编邮箱: yuxiaofei@cnipr.com

经 销: 新华书店及相关销售网点

印 张: 17.125

印 次: 2013年8月第1次印刷

定 价: 52.00元

出版权专有 侵权必究

如有印装质量问题, 本社负责调换。

序

查看国内文献，关于数学学习心理的研究有两个特点，其一，研究小学生数学学习心理问题的多而研究中学生数学学习心理问题的少；其二，思辨研究的多而实证研究的少。形成这种“两多”与“两少”局面的原因当然是多重的，但在我看来，其中的一个主要原因来自于“两种分离”：数学教育研究者与心理学研究者的分离，理论研究者与实践场境的分离。从事心理研究的群体有厚实的心理学理论基础，熟知心理研究方法，掌握了一套规范的心理研究流程，但是涉及具体学科例如中学阶段的数学学科则显示出知识的缺失。另一方面，数学教育研究群体则是数学知识扎实但心理学知识不足特别是对心理研究方法的生疏甚至排斥，受数学研究思维的约定使研究局限于演绎的范式，正是这两个群体在知识结构、认识信念、价值观念等方面错位，难以互补，难以形成合力，使得数学教育研究领域的“两多”与“两少”局面消解唯难。事实上，解决这个问题的任务更多地应当落到数学教育研究共同体同仁们的肩上。

近10多年来，随着数学教育博士的大量培养，一大批新生研究力量茁壮成长，极大地推动了数学教育研究水平的提升，数学学习心理研究逐步从心理理论加数学例子的思路转向突出数学知识特征和揭示数学思维个性的思路，更可贵的是，产生了一批对数学学习心理研究感兴趣而且做了富有成效研究工作的年轻学者。于文华当属这一批年轻学者中的一员。

《数学问题解决中的模式识别》是于文华在她的博士论文基础上拓展修订而成。再一次阅读她的文稿，联想到她从论文选题到论文定稿的

整个过程，有几点颇深的感受。

奇异构思。在论文选题时，于文华提出了一个大胆想法，将4种著名的模式识别理论与数学问题的结构联系起来考察，认为模板说与良好结构问题对应、原型说与变式问题对应、特征分析说与中等结构问题对应、拓扑说与结构不良问题对应，每一种对应的理论都可以很好地解释其相应问题的解决过程。由此，知觉领域的模式识别的四种假说可以较好的说明各种不同水平的问题解决的机制。事实上，这确实是一种有创意的思想，理论家们提出的4种学说，都是企图用其中之一来解释所有的模式识别现象，但都不同程度地陷入“盲人摸象”的尴尬，盲人摸象有片面因素，但将其整合便有了大象的准确描述。当然这只是一个比喻，理论家们都是耳聪目明的人。我想说的是，于文华的思维是有创新的，虽然后来在做研究时遇到了一些困难，修正了先前的部分想法，但是这种理念始终贯穿于整个研究中，读者可以从书中体味。

设计缜密。第一步，用调查和访谈的质性研究方法，自下而上地归纳出影响模式识别的因素，排除了研究者的主观判断和臆造因素，奠定了客观的研究逻辑起点。第二步，利用结构方程模型，探讨个体模式识别能力、自我监控能力、思维品质、问题解决成绩之间的关系。在相关研究的基础上，建立假设模型，通过对被试在各变量的测查，验证模型。这一步是采用一种比较现代的工具，描述各个要素之间的内在联系，自我监控能力直接影响数学问题解决成绩，并通过模式识别、思维品质这两个中介变量作用于数学问题解决成绩。模式识别、思维品质直接影响数学问题解决成绩。这一结论的意义在于厘清了模式识别、思维品质是自我监控与数学问题解决成绩之间的中介变量，也在一定程度上验证了自我监控能力、模式识别、思维品质三者与数学问题解决成绩之间的因果关系。第三步，通过实验方法，研究了模式习得方式对个体不同类型问题的模式识别影响、自我解释水平对不同问题类型模式识别的影响、对不同特征间叉联性的意识及加工水平对叉联问题模式识别的影响，三

个研究是对第一步、第二步研究中提出的部分因素进行了验证，进一步说明其因果关系。三个研究步骤环环相扣、互为支撑，体现了典型的三角论证思想，从而保证了研究结果的信度，提升了研究结果的外部效度。

结果丰盈。从两项成果可以看出于文华研究的课题产生的成效，第一，“基于数学问题解决的模式识别的认知机理与实验研究”，获得教育部人文社会科学研究青年基金项目资助(课题号: 10YJCXLX054); 第二，论文《个体自我监控能力、思维品质与数学学业成绩的关系研究》发表在《心理科学》2011年第1期。除此之外，论文中的相关结果也会陆续发表。这是她数载寒窗，集智商和情商于一体，伴艰辛和幸福为一路获得的成果，是学术共同体认可的成果，是社会共同体接受的成果。

喻 平

2013年5月于南京师范大学

摘 要

解决数学问题可以分为四个过程：理解问题、选择算子、应用算子、结果评价。与此对应，其认知过程分别为：问题表征、模式识别、解题迁移、解题监控。这里的“模式”是指数学模式，即“形式化地采用数学语言，概括地或近似地表述某种事物系统的特征或数量关系的一种数学结构”。各种基本概念、理论体系、定理、法则、公式、算法、命题、方法都是数学模式；在问题解决中，具有共同结构或相同解法的一类问题也称为一种模式。所谓模式识别，是指当主体接触到数学问题之后，能将该问题归类，使之与自身认知结构中的某种数学模式相匹配的过程。在此系统中，模式识别作为问题解决过程中的第二环，以问题表征为基础，又是实现解题迁移的前提条件，可见模式识别在数学问题解决过程中的地位。在现实数学问题的解决中，学生对已经习得的模式是怎样的识别过程，其影响因素有哪些，在此基础上如何进行模式识别的教学的探索，是本书关心的主要问题。在这样的意义上，数学问题解决中模式识别研究成为现实的需要。

本研究采用文献分析法、量化研究法、质性研究法、结构方程模型法等多种方法相结合，着眼于研究模式识别的影响因素，来试图分析以上问题。

首先，在综述国内外关于模式识别在知觉领域和数学问题解决领域相关研究的基础上，界定了“数学问题解决中的模式识别”的概念，即：当主体接触到数学问题后，与自身认知结构中的某问题图式最佳匹配的思维与认知过程。

其次,第三、四、六章分别通过质性分析(问卷调查、访谈)、结构方程模型、实验研究三种方法探寻了数学问题解决中模式识别的影响因素,为取得较好的理论说服力,研究基于不同的角度采用了不同的方法,以达到较为稳固的三角互证。第三章第一节中的研究一通过问卷调查的研究方法,分析解题者模式识别的策略,质性寻求模式识别的某些影响因素。第三章第二节中的研究二、研究三、研究四通过三则访谈,分别考察个体在数学问题解决中模式识别的具体认知过程,分别用不同的模型来解释。第四章中的研究五,通过结构方程模型探讨个体模式识别能力、自我监控能力、思维品质、问题解决成绩之间的关系。第五章在相关研究的基础上,建立假设模型,通过对被测者各变量的测量,验证模型。第六章研究六、研究七、研究八,通过实验的方法,探索了模式识别的影响因素。研究六研究模式习得方式(结构学习方式、一般学习方式)对个体不同类型问题(同型问题、变式问题、叉联问题)解决中模式识别的影响。研究七研究不同自我解释水平(自发自我解释、诱发回忆自我解释、诱发概念映射自我解释、诱发数字映射自我解释)对不同类型问题(同型问题、变式问题、叉联问题)解决中模式识别的影响。研究八在研究七的基础上,研究不同特征间叉联性的意识及加工水平(高、中、低)对叉联问题模式识别的影响。

再次,第七章通过考察与分析一节优秀数学课堂实例,提出反思性实践是数学问题解决中的模式识别的教学实践路径。

最后,第八章总结了研究的主要结论:①模式质量是模式识别的基础与先决因素,自我监控能力和数学思维品质是模式识别的条件因素。②不同类型问题模式识别的具体认知过程可以用不同的模型来解释;数学问题解决中模式识别过程具有自下而上与自上而下的双向加工特点。③数学思维品质、自我监控对模式识别产生直接影响;自我监控能力对个体数学问题解决成绩的影响部分是直接效应,部分通过模式识别间接影响;数学思维品质对个体数学问题解决成绩的影响部分是直接效应,

部分通过模式识别间接影响。④习得方式显著影响模式质量,结构学习条件下的模式质量显著高于一般学习条件下的模式质量。习得方式显著影响学生数学问题解决中的模式识别,结构学习条件下的模式识别显著优于一般学习条件下的模式识别。问题类型显著影响学生数学问题解决中的模式识别。习得方式与问题类型的交互作用对模式识别影响显著。模式质量对模式识别影响显著。⑤自我解释水平显著影响学生数学问题解决中的模式识别,诱发概念映射自我解释和诱发数字映射自我解释条件下模式识别平均成绩明显高于自发自我解释与诱发回忆自我解释两种条件下的模式识别成绩。自我解释水平与问题类型的交互作用对模式识别影响显著。对于同型问题和变式问题,模式识别的成绩依自发自我解释、诱发回忆自我解释、诱发概念映射自我解释、诱发数字映射自我解释的顺序逐渐提高;而对于叉联问题没有这种趋势。⑥对于叉联问题的模式识别,高叉联性意识及加工水平组与中叉联性意识及加工水平组之间不存在显著差异,高叉联性意识及加工水平组与低叉联性意识及加工水平组之间存在显著差异,中叉联性意识及加工水平组与低叉联性意识及加工水平组之间存在显著差异。

关键词: 模式, 模式识别, 数学问题解决, 认知, 教学

目录
Contents

第一章 问题的缘起与概念的界定

001

1.1 研究缘起 / 3

1.1.1 实践层面 / 3

1.1.2 理论层面 / 6

1.2 模式识别概念的研究视角 / 8

1.2.1 知觉领域 / 8

1.2.2 数学问题解决领域 / 9

1.3 模式的概念 / 13

1.3.1 作为知识的数学模式：“数学模式”中的“模式” / 13

1.3.2 存于记忆的模式：知觉领域“模式识别”中的“模式” / 14

1.3.3 存于记忆的数学模式：本书中“模式识别”中的“模式” / 14

1.3.4 本书中“数学问题解决中的模式识别”中“模式”与“图式”的关系 / 15

1.4 “数学问题解决中的模式识别”与相关概念的比较和界定 / 16

1.4.1 “数学问题解决中的模式识别”与“归类”的区别与联系 / 16

1.4.2 “数学问题解决中的模式识别”与“化归”的区别与联系 / 17

1.4.3 “数学问题解决中的模式识别”概念的范围 / 18

1.4.4 “数学问题解决中的模式识别”概念的界定 / 19

1.5 本章小结 / 19

第二章

021

研究综述与问题提出

2.1 模式识别的匹配过程模型 / 23

2.1.1 知觉领域 / 23

2.1.2 问题解决领域 / 24

2.2 数学问题解决中模式识别与其他因素的关系研究 / 30

2.3 特定数学领域中问题解决的模式识别过程研究 / 31

2.3.1 几何问题解决中的模式识别 / 31

2.3.2 代数应用题解题的模式识别 / 31

2.3.3 文字应用题求解中的模式识别 / 32

2.3.4 几何解题中的视觉模式识别 / 33

2.3.5 数学建模中的模式识别 / 34

2.4 数学问题解决中模式识别的教学研究 / 35

2.5 研究假设、目的、方法及研究路线 / 42

2.5.1 研究假设 / 42

2.5.2 研究目的 / 44

2.5.3 研究方法 / 44

2.5.4 研究路线 / 44

2.6 本章小结 / 45

第三章

047

数学问题解决中模式识别的影响因素探寻

(之一): 质性分析

3.1 研究一 问卷调查探寻模式识别的影响因素 / 49

- 3.1.1 问题提出 / 49
- 3.1.2 研究设计 / 49
- 3.1.3 质性研究结果与分析 / 50
- 3.1.4 对题 6 的进一步统计与分析 / 56
- 3.1.5 讨论 / 61
- 3.1.6 结论 / 64
- 3.2 访谈考察个体在数学问题解决中模式识别的认知过程 / 65
 - 3.2.1 研究二 同型问题解决中模式识别的认知过程分析与模型的建立 / 65
 - 3.2.2 研究三 变式问题模式识别的认知过程分析 / 71
 - 3.2.3 研究四 叉联问题模式识别的认知过程分析 / 76
- 3.3 本章小结 / 80

第四章 数学问题解决中模式识别的影响因素探寻

081

(之二): 结构方程模型

- 4.1 研究五 个体模式识别能力、自我监控能力、思维品质、问题解决成绩关系的问题的提出 / 83
- 4.2 利用结构方程模型方法的适切性 / 86
- 4.3 研究假设与假设关系模型 / 89
- 4.4 各因素的测查 / 92
 - 4.4.1 自我监控能力的测量 / 92
 - 4.4.2 思维品质的评定 / 93
 - 4.4.3 数学问题解决成绩的评定 / 96
 - 4.4.4 数据分析与处理 / 97
- 4.5 结果分析与模型检验 / 98
 - 4.5.1 模式识别、自我监控能力、思维品质与数学问

题解决成绩的描述性与相关分析 / 98

4.5.2 模式识别、自我监控能力、思维品质与数学问题解决成绩的关系模型与检验 / 99

4.5.3 分组讨论自我监控能力、思维品质与数学问题解决成绩的关系模型 / 102

4.6 讨论 / 103

4.6.1 数学思维品质对模式识别的直接影响 / 103

4.6.2 自我监控对模式识别的影响 / 103

4.6.3 自我监控、思维品质、模式识别对问题解决的影响作用 / 104

4.7 本章小结 / 105

第五章 107

研究结论的综合分析与进一步的理论假设

5.1 前文研究结果的综合分析 / 109

5.1.1 关于模式 / 109

5.1.2 模式识别与各因素间的关系 / 114

5.1.3 模式识别与问题解决 / 115

5.1.4 不同类型问题解决中模式识别过程与模型 / 117

5.2 进一步的理论假设 / 124

5.2.1 模式习得方式对个体不同类型问题的模式识别的可能影响 / 124

5.2.2 自我解释学习对模式识别的可能影响 / 125

第六章 129

数学问题解决中模式识别的影响因素探寻

(之三): 实验研究

6.1 研究六 模式习得方式对个体不同类型问题的模式识别

影响的实验研究 /	131
6.1.1 研究目的 /	131
6.1.2 研究方法 /	131
6.1.3 研究结果 /	139
6.1.4 分析与讨论 /	144
6.1.5 结论 /	145
6.2 研究七 自我解释水平对不同问题类型模式识别的 影响 /	146
6.2.1 研究目的 /	146
6.2.2 研究方法 /	146
6.2.3 研究结果 /	152
6.2.4 分析与讨论 /	155
6.2.5 结论 /	156
6.3 研究八 不同特征间叉联性的意识及加工水平对叉 联问题模式识别的影响实验 /	158
6.3.1 研究目的 /	158
6.3.2 研究方法 /	158
6.3.3 结果与分析 /	160
6.3.4 讨论与结论 /	161
6.4 本章小结 /	163

第七章
165

“数学问题解决中的模式识别” 教学的考察、
设计与思考

7.1 梳理：前文中研究得到的模式识别影响因素 /	167
7.2 考察：前文研究得到的模式识别影响因素在具体优 秀课例中的体现 /	169

- 7.2.1 课例基本情况 / 169
- 7.2.2 教学设计 / 169
- 7.2.3 课堂活动实录 / 171
- 7.2.4 分析与讨论 / 176
- 7.3 设计：模式识别教学实例设计——抽屉原理教学设计研究 / 178
 - 7.3.1 模式的给出 / 178
 - 7.3.2 对模式条件与结论关系的探讨：诱发自我解释学习 / 180
 - 7.3.3 促进学生对模式条件与结论关系的升华：命题应用 / 185
 - 7.3.4 抽屉原理的其他形式 / 186
 - 7.3.5 通过原理的教学培养学生的辩证唯物主义世界观 / 186
- 7.4 思考：反思性实践——“数学问题解决中的模式识别”教学实践路径 / 187
 - 7.4.1 “数学问题解决中的模式识别”教学实践中的缄默性表现——基于教师缄默知识的视角 / 187
 - 7.4.2 反思性实践——“数学问题解决中的模式识别”教学实践的应然选择 / 190
- 7.5 本章小结 / 194

第八章 研究结论

195

- 8.1 研究结论 / 197
- 8.2 研究的局限性 / 200
- 8.3 进一步的研究方向 / 201

●--- 附录 A 数学问题解决中的模式识别问卷 (研究一、五) / 203
●--- 附录 B 访谈材料 (研究二、三、四) / 204
●--- 附录 C 自我监控能力问卷 (研究五) / 205
●--- 附录 D 思维品质问卷 (研究五) / 212
●--- 附录 E 研究六所用问卷 / 215
E.1 源题学习单 (给老师用) / 215
E.1.1 结构学习组源题学习单 / 215
E.1.2 一般学习组源题学习单 / 215
E.2 回忆源题与编拟题目问卷 / 217
E.3 靶题问卷 / 218
●--- 附录 F 研究七所用问卷 / 219
F.1 自发自我解释组靶题问卷 / 219
F.2 诱发回忆自我解释组靶题问卷 / 220
F.3 诱发概念映射自我解释组靶题问卷 / 222
F.4 诱发数字映射自我解释组靶题问卷 / 224
●--- 附录 G 研究八所用问卷 / 226
G.1 高叉联性意识及加工水平组被试的测试卷 / 226
G.2 中叉联性意识及加工水平组被试的测试卷 / 227
G.3 低叉联性意识及加工水平组被试的测试卷 / 228
●--- 参考文献 / 229
●--- 后 记 / 251

第一章

问题的缘起与概念的界定