

现代物理基础丛书

61

# B介子物理学

肖振军 著



科学出版社

现代物理基础丛书 61

# B 介子物理学

肖振军 著

国家自然科学基金项目(11235005) 联合资助  
江苏省物理一级学科建设项目

科学出版社

## 内 容 简 介

本书首先对标准模型理论和 B 介子物理学的基本理论框架做了系统的介绍，特别着重于 B 介子衰变和混合机制，低能有效哈密顿量方法，强子矩阵元计算，pQCD 因子化方法的综述和介绍。全书共 8 章，还有 4 个附录。第 1、第 2 章系统介绍 B 介子物理学基本理论知识。第 3、第 4 和第 5 章在幺正规范下分别对  $b \rightarrow sg$ ,  $b \rightarrow s\gamma$  和  $b \rightarrow sZ$  衰变过程的单圈费曼图做了解析计算，给出了详细的解析计算结果。第 6 章对 B 介子的混合与衰变过程、实验测量等做了细致研究。第 7 章对 pQCD 因子化方法、强子波函数等做了细致的研究和分析。第 8 章以  $B^- \rightarrow K^-\eta$  衰变为例，给出了在领头阶的详细解析计算结果。四个附录给出了许多有用的基本定义、公式和关系式。

本书可作为理论物理和粒子物理专业研究生教材，亦可供理论物理工作者参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

B 介子物理学/肖振军著. —北京：科学出版社, 2013.11

(现代物理基础丛书；61)

ISBN 978-7-03-038916-9

I. ①B… II. ①肖… III. ①B 介子—物理学 IV. ①O572.33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 247548 号

责任编辑：于盼盼 黄 海 / 责任校对：郑金红

责任印制：肖 兴 / 封面设计：许 瑞

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2013 年 11 月第一 版 开本：B5(720 × 1000)

2013 年 11 月第一次印刷 印张：16 1/2

字数：330 000

定价：98.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 前　　言

1999~2011 年, 美国和日本的两个 B 介子工厂实验取得了巨大的成功。BaBar 和 Belle 两个实验组发现了 B 介子系统的 CP 破坏, 对几百个衰变道做了实验测量; 在标准模型精确检验、CKM 矩阵和幺正三角形相角实验测量等方面均取得了重要成果, 直接导致 Kobayashi 和 Maskawa 两位理论物理学家获得 2008 年诺贝尔物理学奖。目前, 高能物理实验和理论研究已经进入“LHC 时代”。LHCb 实验、北京的 BEPC-II 实验和未来的 Super-B 实验, 将为 B 介子物理和其他重味物理研究提供海量的实验数据, 推动重味物理研究进入新的黄金发展时期。本书紧密结合重味物理理论研究和实验分析, 为从事粒子物理理论和实验研究工作的研究生提供标准模型理论和 B 介子物理的系统知识, 帮助他们掌握 QCD 和电弱圈图解析计算的方法, 尽快进入工作前沿。本书同时也可以作为其他理论物理研究人员的参考书。

本书首先对标准模型理论和 B 介子物理的基本理论框架做了综述, 然后在幺正规范下计算  $b \rightarrow sV(V = g, \gamma, Z^*)$  圈图衰变过程, 给出详细的解析推导过程和解析计算结果。最后, 对 B 介子的混合与衰变过程和 pQCD 因子化方法做了细致的研究和分析, 给出了计算实例。

在第 1 章, 作者对 B 介子物理的理论研究和实验测量的历史发展和最新进展做了评述。在第 2 章, 对标准模型的规范群、粒子谱和拉氏量, 有效哈密顿量、Wilson 系数、因子化方法, B 介子的混合与衰变过程、CKM 混合矩阵、CP 破坏和幺正三角形相角的定义和抽取等重要内容做了全面的介绍。在第 3、第 4 和第 5 章, 作者在幺正规范下分别对  $b \rightarrow sg$ ,  $b \rightarrow s\gamma$  和  $b \rightarrow sZ^* \rightarrow sl^+l^-$  衰变过程的单圈自能图和企鹅图做了解析计算, 给出了详细的解析推导和解析结果, 进而通过“匹配”抽取了 Wilson 系数  $C_{7\gamma}$  和  $C_{8g}$ 。作者发现并修正了已有文献中的错误, 给出了正确的解析结果。在第 6 章, 作者对 B 介子的混合与衰变过程做了全面、深入的分析, 讨论了 B 介子工厂实验中对时间相关的 CP 破坏的实验测量方法。在第 7 章, 作者对 pQCD 因子化方法做了系统的介绍和分析, 对各类重、轻介子波函数做了分类和整理。在第 8 章, 作者以  $B^- \rightarrow K^-\eta$  衰变为例, 给出了在领头阶的 pQCD 完整解析计算。书后四个附录中收集了许多有用的基本定义、公式和关系式。主要参考书和参考文献见引文目录。

作者曾以本书的初稿为教材, 于 2005~2012 年在南京师范大学物理科学与技术学院为理论物理和粒子物理专业的博士和硕士研究生讲授“B 介子物理学”课

程。在授课、讨论以及课题研究过程中，邹文娟、吕林霞、李营、刘新、王文飞、樊莹莹、程山、王辉生、武鲁森、邹芝田、周锐、刘静、翟燕、冯青、王坤、徐书生、刘敏和白玮等研究生对本书所涉及的部分解析计算的推导和检验作出了贡献。

作者感谢赵光达教授、戴元本研究员、邝宇平教授、杜东升研究员、黄涛研究员、张肇西研究员、李重生教授、薛晓舟教授、鲁公儒教授、丁一兵教授、李学潜教授等多年来的指导和帮助。在  $B$  介子物理研究中，作者和中国科学院高能物理研究所吕才典研究员已合作近 20 年，受益匪浅。中国台湾“中央研究院”物理所李湘楠教授多次应邀来南京师范大学系统讲授 pQCD 因子化方案，对我们研究团队的研究工作给予了热心的指导和帮助。作者就  $B$  介子物理的许多问题，和杨金民研究员、高原宁教授、乔从丰教授、罗民兴教授、赵强研究员、郭立波教授、平加伦教授、杨亚东教授、杨茂志教授、杨德山副教授、沈月龙副教授、王琦副教授等许多朋友和同事做过多次有益的讨论，在此一并表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中的解析推导、讨论和分析难免有错误和不妥之处，请读者随时来信指正 (E-mail: xiaozhenjun@njnu.edu.cn)，以便改正。

肖振军

2013 年 2 月

于南京师范大学仙林行健楼

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 绪论</b>	1
思考题	5
<b>第 2 章 标准模型理论与 B 介子衰变</b>	6
§2.1 标准模型简介	6
§2.2 低能有效哈密顿量与 Wilson 系数	13
§2.2.1 算符乘积展开: 基本思想	14
§2.2.2 由完整理论到有效理论的匹配: Wilson 系数	16
§2.2.3 算符乘积展开: 有效哈密顿量	19
§2.3 强子矩阵元计算, 因子化方法	23
§2.3.1 简单因子化方案、推广的因子化方案	23
§2.3.2 Color-Transparency: 色透明机制	25
§2.3.3 BBNS QCD 因子化方案	27
§2.3.4 pQCD 因子化方法	28
§2.3.5 SCET: 软-共线有效理论	30
§2.4 B 介子的衰变与混合	31
§2.4.1 衰变分支比	32
§2.4.2 $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ 混合	32
§2.5 B 介子系统 CP 破坏	36
§2.5.1 三种类型的 CP 破坏	36
§2.5.2 $\mathcal{A}_{CP}$ : 荷电 $B_u^\pm$ 介子非粲衰变	40
§2.5.3 $\mathcal{A}_{CP}$ : 中性 B 介子非粲衰变	42
§2.6 CKM 相角 $\alpha, \beta, \gamma$ 的抽取	43
§2.7 整体拟合	48
思考题	50
<b>第 3 章 幺正规范下 <math>b \rightarrow sg</math> 衰变过程的解析计算</b>	51
§3.1 自能图的解析计算	51
§3.2 标准模型下 $b \rightarrow sg$ 企鹅图的解析计算	57
§3.3 Wilson 系数 $C_{8g}$ 的抽取	75
§3.3.1 有效企鹅图顶点	75

---

§3.3.2 Wilson 系数 $C_{8g}(M_W)$ 的抽取	77
<b>第 4 章 幺正规范下 <math>b \rightarrow s\gamma</math> 衰变过程的解析计算</b>	79
§4.1 解析计算	79
§4.2 顶角函数 $V_\mu(p, k)$ 的重正化	93
§4.3 关于 S. P. Chia 论文结果的讨论	98
<b>第 5 章 幺正规范下 <math>\bar{s}Zb</math> 顶角的解析计算</b>	101
§5.1 $\bar{s}\gamma b$ 有效耦合	101
§5.2 $\bar{s}Zb$ 有效耦合	108
<b>第 6 章 B 介子混合与衰变过程分析</b>	112
§6.1 中性 B 介子的混合	112
§6.1.1 味本征态, 质量本征态和 CP 本征态	112
§6.1.2 $\Delta M$ 和 $\Delta\Gamma$	115
§6.1.3 时间演化	115
§6.1.4 中性 B 介子混合	119
§6.1.5 B 介子混合的大小和概率	121
§6.1.6 对 $(P^0, \bar{P}^0) \rightarrow f$ 类衰变的讨论	122
§6.2 含时 CP 破坏的实验测量	123
§6.3 黄金衰变道: $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$	129
<b>第 7 章 pQCD 因子化方法</b>	130
§7.1 基本理论框架	130
§7.1.1 因子化定理	132
§7.1.2 横动量 $k_T$ 与 $k_T$ 因子化	133
§7.1.3 $k_T$ 重求和: Sudakov factor	134
§7.1.4 阈值重求和	136
§7.2 强子波函数	137
§7.2.1 重赝标介子与矢量介子波函数	137
§7.2.2 轻赝标介子波函数: $\pi$ 和 $K$ 介子	140
§7.2.3 轻赝标介子波函数: $\eta$ 和 $\eta'$ 介子	142
§7.2.4 可能的 $\eta\text{-}\eta'\text{-}G$ 混合的影响	144
§7.2.5 矢量介子波函数	147
§7.3 $B \rightarrow M_2 M_3$ 衰变的因子化公式	148
§7.4 $B_d^0 \rightarrow J/\psi \eta$ 衰变过程的计算	151
§7.4.1 基本理论框架	152
§7.4.2 费恩曼图的解析计算	153

---

<b>第 8 章 <math>B^- \rightarrow K^-\eta</math> 衰变的 pQCD 领头阶解析计算</b>	165
§8.1 一般情况: $B(\bar{q}b) \rightarrow M_2 M_3$ 衰变	165
§8.2 $B^- \rightarrow K^-\eta$ 衰变过程的 pQCD 解析计算	179
§8.3 关于 pQCD 次领头阶修正的讨论	197
<b>附录 A <math>S</math> 矩阵, 度规与 Dirac 矩阵</b>	200
§A.1 衰变过程与微分截面	200
§A.2 度规, Dirac 代数与矩阵	201
§A.3 Fiertz 重排	206
§A.4 Dirac 方程与旋量波函数	207
§A.5 费恩曼参数化与圈图动量积分公式	209
<b>附录 B 费恩曼规则与特殊函数</b>	211
§B.1 标准模型理论的费恩曼规则	211
§B.2 $SU(3)_c$ 色规范群	215
§B.3 $\Gamma$ 函数, 无穷级数, 双对数函数, Bessel 函数	218
§B.4 光锥坐标系, 主值定理	226
§B.5 $1 \rightarrow n$ 衰变的相空间因子	227
<b>附录 C 流矩阵元的计算</b>	228
<b>附录 D 费恩曼积分公式</b>	231
§D.1 维数正规化积分公式	231
§D.2 标准函数: $A, B, C, D$	237
§D.2.1 费恩曼积分函数: $A_0(m)$ 函数	238
§D.2.2 费恩曼积分函数: $B_0, B_\mu$ 和 $B_{\mu\nu}$	238
§D.2.3 三点费恩曼积分函数: $C_0, \tilde{C}_0, C_\mu, C_{\mu\nu}$ 和 $C_{\mu\nu\sigma}$	239
§D.2.4 内线重质量极限	243
§D.2.5 四点费恩曼积分函数: $D_0, D_\mu$ 和 $D_{\mu\nu}$	245
<b>参考文献</b>	247
<b>《现代物理基础丛书》已出版书目</b>	252

# 第1章 絮 论

在过去的 40 年中，描述强、弱和电磁相互作用的标准模型理论<sup>[1, 2]</sup> 取得了巨大的成功<sup>[3, 4]</sup>。1979 年发现了标准模型所预言的中性流过程。1983 年在欧洲核子研究中心 (CERN)，从事质子-反质子对撞实验的 UA1 和 UA2 两个实验组发现了  $W^\pm$  和  $Z^0$  规范矢量玻色子。1989~2000 年，在 LEP 正负电子对撞机上工作的 4 个实验组 (ALEPH, DELPHI, L3, OPAL) 观察到了约  $10^7$  个  $Z^0$  衰变事例，在  $10^{-3}$  水平上对标准模型理论进行了精确检验。1995 年美国费米实验室发现了标准模型所预言的很重的 top 夸克。

2008 年 9 月，欧洲核子研究中心的 LHC 超高能强子对撞机开始第一轮质子循环时，两块超导磁铁的连接处发生毁灭性的故障。接下来，物理学家们花了 14 个月的时间处理事故，并在 2009 年 11 月重新投入运行<sup>[5]</sup>。开始对撞时，质子束的能量为  $3.5\text{TeV}+3.5\text{TeV}$ 。2012 年 4 月，每个质子束的能量已经升到  $4\text{TeV}$ ，亮度也有大提升。

LHC 实验的主要物理目标有三个：① 寻找标准模型中非常重要的 Higgs 粒子；② 寻找超对称理论或者其他超出标准模型的新物理理论预言的新粒子；③ 标准模型精确检验与重味物理（主要包含“b 物理”和粲物理）研究。2012 年 7 月，在 LHC 上工作的 ATLAS 和 CMS 国际合作组宣布：他们发现了一个质量约为  $126\text{GeV}$  的“Higgs-like”粒子<sup>[6, 7]</sup>。尽管还需要更大的数据量才能通过分波分析来确认该“共振态”粒子的自旋，以最后确认其“身份”，但多数物理学家已经乐观地认为：人类已经发现了标准模型理论所预言的“上帝粒子”——Higgs 玻色子。

尽管标准模型的最后一个“粒子”被“发现了”，但是标准模型理论仍然有 19 个自由参数，无法解释代结构和费米子质量来源，无法解释 3 代夸克质量的巨大差别，无法解决精细调节等许多问题。因此，人们普遍相信，标准模型是在费米能标 ( $v \approx 246\text{ GeV}$ ) 附近的有效理论，在更高的能标应当存在更基本的新物理理论，例如超对称模型，超维模型等。

众所周知，发现  $B$  介子系统的 CP 破坏、验证标准模型理论并测量其参数、发现新物理存在的迹象或证据是  $B$  介子物理实验探测和理论研究的三个主要目标<sup>[8]</sup>。近年来，在  $K$  介子、 $D$  介子、 $J/\psi$  和  $B$  介子系统的实验探测和理论研究工作取得了一系列重要成果<sup>[3, 4]</sup>：

- (1) 1964 年， $K$  介子系统的间接 CP 破坏被发现。1999 年，E731 和 NA48 实

验组发现了 K 介子系统的直接 CP 破坏,  $\epsilon'/\epsilon$  的实验测量值与标准模型理论预言值基本符合。

(2) 20 世纪 70 年代以来, c (charm, 象) 夸克和 b (beauty, 美) 夸克先后被发现, 人们对 D 介子和 B 介子的产生和主要衰变过程进行了细致的研究。在 80 年代, 通过对  $B^0-\bar{B}^0$  混合的研究发现了 top 夸克具有重质量的第一个间接证据。

(3) CLEO 实验组收集了约  $10^7$  个 B 介子衰变事例, 测量了大小为  $10^{-4} \sim 10^{-5}$  量级的  $b \rightarrow s\gamma$  稀有衰变分支比和  $B \rightarrow K\pi, K\eta'$  等一系列 B 介子两体非粲强子衰变分支比, 给出了  $b \rightarrow s$  gluon 分支比的实验上限。

(4) 美国和日本的两个 B 介子工厂在 1999 年投入运行, 到 2011 年日本的 B 介子工厂最后停止运行, BaBar 和 Belle 两个实验组合计收集到大约  $1.7 \times 10^9$  个 B 介子对产生和衰变事例。他们测量了一系列 B 介子稀有衰变道的分支比, 发现了 B 介子系统的 CP 破坏。两个 B 介子工厂的实验取得了巨大的成功, 这直接导致两位日本物理学家 M. Kobayashi 和 T. Maskawa 由于提出三代下夸克之间的混合矩阵 (CKM 矩阵) 而获得 2008 年的诺贝尔物理学奖。

(5) 目前, 由 BaBar 和 Belle 实验组给出的  $\sin(2\beta)$  的实验测量值 (根据  $b \rightarrow c\bar{c}s$  含粲衰变过程) 为<sup>[3, 4]</sup>

$$\sin(2\beta) = 0.679 \pm 0.020 \quad (1.1)$$

对  $\beta$  角的限制为

$$\beta = (21.4 \pm 0.8)^\circ \vee (68.6 \pm 0.8)^\circ, \quad (1.2)$$

并且关于  $\cos(2\beta)$  的实验测量支持  $\beta \approx 21.4^\circ$ 。关于  $\sin(2\beta)$  的实验测量结果, 证实了 B 介子系统存在由于  $B^0-\bar{B}^0$  混合引起的间接 CP 破坏。

(6) 另一方面, B 介子工厂实验已经发现了 B 介子系统和  $B_s$  介子系统的直接 CP 破坏。最新的实验测量结果为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{Dir}}(B \rightarrow K^+\pi^-) &= -0.097 \pm 0.012, \\ \mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{Dir}}(B_s \rightarrow K^-\pi^+) &= 0.39 \pm 0.17, \quad \text{LHCb} \end{aligned} \quad (1.3)$$

(7) 关于  $B \rightarrow X_s\gamma$  衰变分支比的实验测量结果是

$$\mathcal{B}(B \rightarrow X_s\gamma) = (3.54^{+0.30}_{-0.28}) \times 10^{-4} \quad (1.4)$$

在次领头阶水平的标准模型理论预言值为

$$\mathcal{B}(B \rightarrow X_s\gamma) = (3.70 \pm 0.30) \times 10^{-4} \quad (1.5)$$

人们已经对  $B \rightarrow X_s \gamma$  衰变过程做了全面、细致的研究分析。显然, 实验测量结果和标准模型理论预言符合得很好, 留给新物理的空间已经很小。

(8) 对  $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$  衰变道直接 CP 破坏的测量, 如表 1.1 所示。BaBar 和 Belle 两个实验组的结果仍然不一致<sup>[4]</sup>。LHCb 的最新数据倾向于支持 BaBar 的结果<sup>[9]</sup>, 但要确认, 尚需更高的数据量。

表 1.1  $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$  衰变中的 CP 破坏

	BaBar	Belle	HFAG	LHCb
$S_{\pi\pi}$	$-0.68 \pm 0.10 \pm 0.03$	$-0.61 \pm 0.10 \pm 0.04$	$-0.65 \pm 0.07$	$-0.56 \pm 0.17 \pm 0.03$
$\mathcal{A}_{CP}^{Dir}$	$0.25 \pm 0.08 \pm 0.02$	$0.55 \pm 0.08 \pm 0.05$	$0.38 \pm 0.06$	$0.11 \pm 0.21 \pm 0.03$

(9) 在两个 B 介子工厂实验中, 还意外地发现了许多新的共振态粒子:  $X, Y, Z$  粒子。例如:

$$X(3872), \quad X(3940), \quad Y(4260), \quad Z(3930), \dots \quad (1.6)$$

这些粒子的性质仍然有待确定, 给出合理的理论解释是一个重要任务。

(10) 对  $B_d$  和  $B_s$  介子混合参数的测量已经达到很高的精度<sup>[3, 4]</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta m_{B_d^0} &= (0.507 \pm 0.004)\text{ps}^{-1}, & \Delta m_{B_s^0} &= (17.69 \pm 0.09)\text{ps}^{-1}, \\ \Delta \Gamma_d / \Gamma_d &\sim 0, & \Delta \Gamma_s / \Gamma_s &\sim 10\%. \end{aligned} \quad (1.7)$$

(11) 2009 年 11 月, LHC 超高能强子对撞机实验在事故后重新投入运行。通过两年多的正常运行, 已经采集了大量实验数据。除了发现标准模型理论预言的“Higgs”玻色子以外 (当然这一点还需要进一步的实验验证), 还得到了大量的“ $b$  介子”实验测量结果<sup>[10]</sup>。

(12) 在 LHC 实验中, 除了专门用于  $b$  物理实验的探测器 LHCb 以外, 通用探测器 ATLAS 和 CMS 也可以对  $b$  物理实验探测做出重要贡献。在 LHCb 实验中,  $b$  介子对的产生截面很高:

$$\sigma(pp \rightarrow b\bar{b}X)|_{LHCb} = (284 \pm 20 \pm 49)\mu\text{b} \quad \text{at } 7\text{TeV} \quad (1.8)$$

在 LHC 实验中, 各种  $B$  介子和含  $b$  重子, 例如  $B_u, B_d^0, B_s^0, B_c, B_q^*, \Lambda_b, \Sigma_b, \dots$ , 均可以产生。因此, 我们有时用“ $b$  介子物理”或者“ $b$  物理”来表示范围更大的对含“ $b$ ”介子或者重子的研究。我们知道, 在  $e^+e^-$  对撞机和在强子对撞机上的  $B$  物理实验是互补的。 $e^+e^-$  对撞机实验的信噪比高, 但事例数较少; 强子对撞机实验的信噪比低, 但事例数较多。

目前, LHCb 实验成为 b 物理研究的最重要的实验。日本和意大利的两个 Super-B 工厂计划在 2016 年前后投入运行, 将与 LHC 实验上的重味物理相关实验形成互补关系。所谓“Super-B 工厂”是指其设计年积分亮度比已经停止运行的两个 B 介子工厂提高 100 倍。日本的 Super-B 介子工厂 (Belle-II) 已经开始建造, 预期在 2015 年投入物理运行。意大利的 Super-B 工厂也已经获得政府的批准和拨款, 预期 2016 年投入运行。

在今后 10 年的 b 物理实验中, 将观察到约  $10^{12} \sim 10^{14}$  个 b 介子衰变事例, 将能够对分支比为  $10^{-6} \sim 10^{-7}$  量级的 b 介子稀有衰变道给出具有较好统计性的实验结果, 将能够对主要的新物理模型的参数空间加以严格的限制, 并有可能通过对 b 介子稀有衰变道的系统研究首先发现某些反常现象, 进而发现新物理存在的证据。在 b 物理相关实验中发现的任何新物理迹象对于在 LHC 超高能强子对撞机上直接寻找、发现新粒子具有重要的学术价值。

对 b 介子系统, 由于新物理能标比较高 ( $\Lambda \geq 1\text{TeV}$ ), 新粒子树图过程将被强烈压低。新物理对可观测物理量的修正将主要通过由新粒子产生的新的 Penguin 图、Box 图等圈图过程, 或通过与标准模型相关过程的干涉来改变标准模型的理论预言。主要表现方式如下:

- (1) 标准模型所预言的稀有衰变道, 被发现有较大的衰变分支比。
- (2) B 介子衰变道的 CP 破坏不对称性或末态动力学分布的实验测量值, 与标准模型理论预言值有明显的偏离。
- (3) 由 CKM 矩阵幺正性导出的幺正三角形的三个角之和不等于  $180^\circ$ , 即:  $\alpha + \beta + \gamma \neq \pi$ 。或者幺正三角形边长的实验测量值与对应的  $\alpha, \beta, \gamma$  角不符合。

**众所周知, QCD 圈图和电弱圈图的解析和数值计算是 B 物理理论研究的基础。** 1980 年以来, Inami, Buras, Hurth, Fleischer, Chekyakin, Chia, Deshpande 等<sup>[11-18]</sup> 对  $b \rightarrow sV$  等重要过程做了非常漂亮的解析计算。但在他们发表的论文中, 许多细节是没有的。为了帮助研究生学习标准模型理论, 掌握 B 物理研究的基本理论框架, 掌握单圈图解析计算技巧, 以上述论文为蓝本, 我们在这里对  $B \rightarrow sV(V = \gamma, g, Z)$  衰变过程给出详细的解析计算。我们将首先在标准模型理论框架下, 分别采用幺正规范和特荷夫特-费恩曼规范作解析计算, 还将把相关计算推广到双 Higgs 模型和超对称模型。

**作为粒子理论方向的研究生, 必须学会做圈图计算。**

对基本粒子的性质与相关的可观测物理量的实验测量数据, 可以参看每两年更新一次的基本粒子表<sup>[3]</sup>。对于与 b 介子 (含  $B_{u,d}, B_s, B_c$ ) 物理相关的物理观测量的世界平均值, 可以看 HFAG Group 的最新文献<sup>[4]</sup>。

关于量子场论、标准模型理论、量子色动力学和 CP 破坏与 B 介子物理, T. P. Chen, R. D. Field, M. E. Peskin, S. Winberg, W. Greiner, I. Bigi 等许多物理

学家写了很多很好的参考书，详见文献 [1, 2, 19–33]。

### 思 考 题

1. 对日本和美国两个 B 介子工厂实验的特点、运行过程、主要实验结果及其对理论物理发展的影响给出简要综述。
2. 对 LHCb 实验的特点、已有实验结果、未来实验测量结果的预期、与两个 B 介子工厂的区别等给出简要综述。
3. 对日本和意大利两个 Super-B 工厂的设计、主要物理目标给出简要综述。
4. 对 b 介子物理的研究对象、研究目标、研究现状给出简要综述。

## 第2章 标准模型理论与 B 介子衰变

在本章，我们将对标准模型和 B 介子衰变的基本理论框架进行简要的综述，给出相关理论公式。

### §2.1 标准模型简介

现在一般把  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  电弱统一模型和  $SU(3)_c$  量子色动力学 (QCD) 统称为标准模型理论。它是迄今为止公认的描述弱、电、强三种相互作用的理论。标准模型理论建立和发展的简史如下：

(1) 1954 年，杨振宁和 Mills 在量子场论中首次引入定域  $SU(2)$  规范不变的概念。

(2) 1956 年，李政道和杨振宁提出弱相互作用过程宇称不守恒的假设和实验检验建议，并很快被吴健雄等的实验所证实，因此获得 1957 年诺贝尔物理学奖。

(3) 1961 年，Salam 和 Ward 提出以规范原理作为构造基本相互作用场的量子场论的基础。Glashaw 首先提出了  $SU(2) \times U(1)$  电弱统一模型，首次引入中性中间矢量玻色子  $Z^0$ 。

(4) 1964 年，Higgs 等提出了一个具有对称性自发破缺的场论模型，其中包含无质量的 Goldstone 玻色子和有质量的矢量玻色子。

1964 年，Christenson, Cronin, Fitch 等首次在实验上发现  $K^0$  介子系统中的 CP 破坏证据。同年，Salam 和 Ward 提出电弱相互作用统一描写的拉氏量，并估计了 W 玻色子的质量；Gell-Mann 和 Zweig 首次将夸克作为一个基本的层次结构来构造强子。

(5) 1967 年，Kibble 把 Higgs 机制推广到非阿贝尔规范场论，Weinberg 提出对电弱相互作用统一描写的拉氏量，并估计了 W 和  $Z^0$  玻色子的质量。

1967 年和 1968 年，Weinberg 和 Salam 把弱相互作用理论建立在 Yang-Mills 规范场的基础上，并引入了 Higgs 电弱对称性自发破缺机制，使该理论成为一个自洽、完整的理论。

(6) 1970 年，Glashaw 等提出了 GIM 机制，解决了夸克混合与中性流压低的问题。

(7) 1971~1972 年，'t Hooft 和 Veltman 证明了标准模型是可重正化的理论。

(8) 1973 年, Kobayashi 和 Maskawa 又把 Cabibbo 的两代夸克的混合推广到了三代夸克的情形, 给出了 CKM 混合矩阵<sup>[34]</sup>。 $SU(2)_L \times U(1)_Y$  电弱统一模型也最后建立起来。

在高能标 ( $\mu > \Lambda_F = v \approx 246\text{GeV}$ ), 标准模型的规范群为

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (2.1)$$

包含规范场、费米子场和 Higgs 场三个部分。

### 1. 规范场部分

自旋为 1 的规范玻色子属于规范群 (2.1) 的伴随表示。规范玻色子  $W_\mu^i (i = 1, 2, 3)$  和  $B_\mu$  分别属于  $SU(2)$  场和  $U(1)$  场。 $G_\mu^a (a = 1, \dots, 8)$  属于  $SU(3)_c$  强相互作用场。相对应的规范耦合常数分别为  $g, g'$  和  $g_s$ 。

### 2. 费米子场部分

费米子是属于规范群 (2.1) 的基础表示的物质场, 包含至少三代轻子和夸克。标准模型是左-右不对称的, 左手和右手费米子有不同的量子数:

$$\begin{aligned} Q_{iL}^\alpha &= \begin{pmatrix} U_i^\alpha \\ D_i^\alpha \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u_\alpha \\ d'_\alpha \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c_\alpha \\ s'_\alpha \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t_\alpha \\ b'_\alpha \end{pmatrix}_L, (3, 2, 1/3) \\ U_{iR}^\alpha &= u_{\alpha R}, c_{\alpha R}, t_{\alpha R}, (3^*, 1, 4/3) \\ D_{iR}^\alpha &= d_{\alpha R}, s_{\alpha R}, b_{\alpha R}, (3^*, 1, -2/3) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} L_{iL} &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, (1, 2, -1) \\ E_{iR}^\alpha &= e_R, \mu_R, \tau_R, (1, 1, -2) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$d'_i = \sum V_{ij} d_j, \quad (2.4)$$

其中  $i, j = 1, 2, 3$  为代指标,  $\alpha = 1, \dots, 8$  为色指标。上式中的  $V_{ij}$  即为 CKM 混合矩阵<sup>[34]</sup>

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

若采用 Wolfenstein 参数化方案, 在领头阶 (LO) 近似下 CKM 矩阵可以按照参数

$\lambda = |V_{us}|$  展开为

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (2.6)$$

该表达式已经考虑了 CKM 矩阵的幺正性:  $V^\dagger V = VV^\dagger = 1$ 。

由 CKM 矩阵的幺正性, 得到矩阵元  $V_{ij}$  所满足的 12 个方程, 其中的 6 个方程为

$$\begin{aligned} V_{ui}V_{uj}^* + V_{ci}V_{cj}^* + V_{ti}V_{tj}^* &\equiv 0, \\ V_{kd}V_{ld}^* + V_{ks}V_{ls}^* + V_{kb}V_{lb}^* &\equiv 0, \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中  $(ij) = (ds, sb, bd)$ ,  $(kl) = (uc, ct, tu)$ 。在几何上这 6 个方程对应 6 个复平面上的三角形。其中唯象上最感兴趣的幺正三角形 ( $i = b, j = d$ ) 就是如图 2.1 所示的在复平面  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  上的三角形。我们使用 Wolfenstein 参数化方案, 并按照惯例把底边归一化为 1。

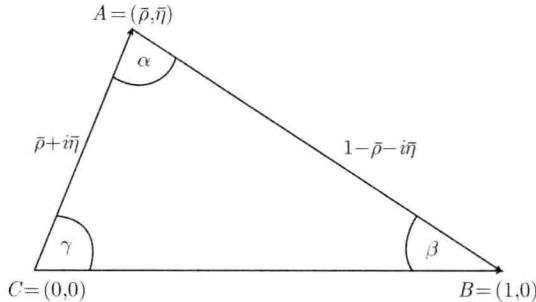


图 2.1  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  复平面上的幺正三角形

该幺正三角形具有如下特点:

(1) 三个 CKM 相角  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  的定义为

$$\alpha = \arg \left( -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad \beta = \arg \left( -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{tb}V_{td}^*} \right), \quad \gamma = \arg \left( -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right). \quad (2.8)$$

三个 CKM 相角满足约束条件

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ. \quad (2.9)$$

(2) 如果保留  $V_{ub}$  和  $V_{td}$  中的  $\lambda^5$  项, 则有

$$V_{ub} = A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}), \quad V_{td} = A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}), \quad (2.10)$$

或者

$$\begin{aligned} V_{ub} &\equiv |V_{ub}|e^{-i\gamma} = A\lambda^3 \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} e^{-i\gamma}, \\ V_{td} &\equiv |V_{td}|e^{-i\beta} = A\lambda^3 \sqrt{(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} e^{-i\beta}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad (2.12)$$

(3) 使用简单的三角几何学, 可以把  $\alpha, \beta$  和  $\gamma$  角表示成  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  的函数

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= \frac{2\eta(\bar{\rho}^2 - \bar{\rho} + \bar{\eta}^2)}{[(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2](\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2)}, \\ \sin(2\beta) &= \frac{2\bar{\eta}(1-\bar{\rho})}{(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}, \\ \sin(2\gamma) &= \frac{2\bar{\rho}\bar{\eta}}{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{2\rho\eta}{\rho^2 + \eta^2}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

(4) 如图 2.1 所示, 归一化的幺正三角形的两条边  $CA$  和  $BA$  的边长可以分别用  $R_b$  和  $R_t$  来表示,

$$R_b \equiv \frac{|V_{ud}V_{ub}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|, \quad (2.14)$$

$$R_t \equiv \frac{|V_{td}V_{tb}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} = \sqrt{(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right|. \quad (2.15)$$

根据  $B_d^0$ - $\bar{B}_d^0$  混合和其他已有实验数据,  $R_b$  和  $R_t$  满足关系式

$$1 - R_b < R_t < 1 + R_b. \quad (2.16)$$

因此, 仅考虑  $B$  介子 CP 守恒的衰变过程, 即可知参数  $\bar{\eta} \neq 0$ 。

在 LHCb 实验中, 除了  $B_u, B_d$  介子 (各约 40%) 以外, 还将产生大量的  $B_s$  ( $\sim 10\%$ ),  $B_c$  介子和  $b$  重子。对  $B_s$  介子, 一个重要的工作就是测量  $\beta_s$ 。对  $B_d^0$ - $\bar{B}_d^0$  系统, 其混合相角为:  $\phi_d^{\text{SM}} = 2\beta$ ; 对  $B_s^0$ - $\bar{B}_s^0$  系统, 其混合相角为:  $\phi_s^{\text{SM}} = -2\chi = -2\beta_s$ 。

由式 (2.6) 可知, 在领头阶,  $V_{ts}$  是实数,  $\beta_s = 0$ 。到  $\lambda^5$  阶, CKM 矩阵可以写为

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda + A^2\lambda^5 \left(\frac{1}{2} - \rho - i\eta\right) & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4 \left(\frac{1}{8} + \frac{A^2}{2}\right) & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) + A\lambda^5(\rho + i\eta) & -A\lambda^2 + A\lambda^4 \left(\frac{1}{2} - \rho - i\eta\right) & 1 - \frac{A^2\lambda^4}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$