Particle Swarm Optimizer and Multi-object Optimization

粒子群优化算法与多目标优化

潘峰　李位星　高琪　等著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

粒子群优化算法与多目标优化

潘　峰　李位星　高　琪　等著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书从算法背景、算法理论、算法求解单目标和多目标问题等方面介绍了粒子群优化算法。

全书共9章，主要内容包括：绪论、粒子群优化算法概述、粒子群优化算法特性分析、标准PSO的采样分布分析和粒子轨迹分析、标准PSO算法的稳定性分析、标准PSO算法的马尔科夫链分析、单目标粒子群优化算法、多目标粒子群优化算法、多目标粒子群算法的改进。

全书取材新颖，覆盖面较广，深入浅出，注重理论与实验相结合，不仅适用于初学者，也可作为高等学校及科研院所电子信息、自动化、计算机、信息科学等相关专业的研究生和高年级本科生的专业参考书，还可供相关教师和工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

粒子群优化算法与多目标优化/潘峰等著. —北京：北京理工大学出版社，2013.8

ISBN 978-7-5640-7711-2

Ⅰ.①粒… Ⅱ.①潘… Ⅲ.①电子计算机-算法理论 Ⅳ.①TP301.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第107510号

出版发行/北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址/北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编/100081
电　　话/(010) 68914775（总编室）
　　　　82562903（教材售后服务热线）
　　　　68948351（其他图书服务热线）
网　　址/http://www.bitpress.com.cn
经　　销/全国各地新华书店
印　　刷/北京通州皇家印刷厂
开　　本/710毫米×1000毫米　1/16
印　　张/13.75
字　　数/247千字
版　　次/2013年8月第1版　2013年8月第1次印刷
定　　价/52.00元

责任编辑/陈莉华
文案编辑/陈莉华
责任校对/周瑞红
责任印制/王美丽

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

前言

优化技术是一种以数学为基础，用来求解各种工程问题最优解或满意解的计算机应用技术。当前，优化技术已经在工业、农业、国防、工程、交通、金融、能源、通信等诸多领域得到了广泛的应用。如在工程设计中，如何选择参数，既能保证设计方案达到设计要求，又能保证工程设计达到最优状态；在资源分配中，怎样分配有限的资源，使分配方案既能满足各方面的基本要求，又能获得较好的经济效益等，所有这些都涉及优化技术问题。总之，利用优化技术可提高经济效益、提高系统的效率、降低系统的能耗等。因此，优化技术在国民经济建设中具有广泛的应用前景。

随着现代经济的迅速发展，实现优化计算已经成为相关部门亟待解决的问题。然而，基于严格机理模型所得到的优化命题，通常具有大规模、强约束、非线性、多极值、多目标等特性，而许多经典的优化算法又无法解决这些问题。因而，寻求一种适合求解大规模问题的优化算法已经成为许多科技工作者急需解决的问题，也是学者们研究的重点和主要方向之一。

本书取材新颖，覆盖面较广，深入浅出，注重理论与实验相结合。其内容简单介绍如下：

第 1 章为绪论，简单介绍了优化问题、群智能算法以及粒子群优化算法的研究现状。

第 2 章详细介绍了粒子群优化算法，给出了粒子群算法的形式化描述，总结了常用粒子群算法的数学模型，介绍了算法的拓扑结构以及评价指标，最后详细介绍了粒子群优化算法的多样性评价指标。

第 3～6 章从算法理论上分析了 PSO 算法特性。首先依据标准粒子群算法模型，分析总结了粒子群优化算法的早熟收敛及算法 Gbest 模型、Pbest 模型和标准模型粒子群算法模型的算法特性；其次利用稳定性理论，将粒子群算法作为动态时变系统，分析了算法的稳定性，并且设计了数据

实验，验证了稳定性结论；然后依据随机系统中马尔科夫链的理论，分析了标准粒子群优化算法的马尔科夫特性，讨论了 PSO 算法的惯性权重、加速度因子对算法的影响，分析了算法的收敛性。最后，总结了标准 PSO 的采样分布和粒子轨迹特性。

第 7 章从单目标求解上，总结了学者们提出的改进算法，如基于拓扑结构的粒子群改进算法、基于数学模型的粒子群改进算法、混合粒子群优化算法和基于多种群的粒子群优化算法，给出了改进算法的基本思想以及算法流程等。

第 8～9 章讨论了粒子群优化算法用于解决多目标问题的情况。首先给出了多目标优化问题的数学表述，并对多目标问题进行分类，从而引出多目标粒子群优化算法（MOPSO），并依据 MOPSO 算法的特性，对其分类。接着，介绍了两种常用的 MOPSO 算法（CMOPSO 和 MOCLPSO），并且对其进行改进，设计数据实验，对比算法性能。最后，根据 MOPSO 算法的特点，提出基于距离的 PSO 改进算法（DISMOPSO），设计数据实验，对比了算法性能。

由于作者水平有限，缺点和错误在所难免，敬请广大同行、读者批评指正。

感谢北京理工大学自动化学院付梦印教授、王军政教授、范瑞霞研究员，Indiana University-Purdue University Indianapolis 大学的 Russ Eberhart 教授、Xiao-hui HU 博士、Yao-bin CHEN 教授，以及北京科技大学涂序彦教授等对相关研究给予的指导和帮助；感谢北京理工大学出版社的大力支持。特别对课题组内参与有关研究工作的周倩、张倩倩、李晓婷、祝涵等研究生，以及朱亦林博士表示衷心的感谢。最后，感谢中国人工智能学会、国家自然科学基金项目（60903005）对相关工作的支持。

著 者

目录

第1章 绪论

1.1 引言

20世纪科技的迅速发展是人类百万年进化发展史中的一座里程碑。信息技术的蓬勃发展，大力推动着新千年人类科技的飞速进步。随着历史车轮的不断前行，人类所从事的体力劳动强度在下降，而脑力劳动的成果越来越丰富。1828—1839年剑桥大学的Charles Babbage Lucasian提出的有关分析机器的概念展现了制造智能机器的可能性。一个世纪后著名的“Turing试验”直接推动了人工智能的迅速发展。20世纪80年代后，以符号系统模拟人类智能的传统人工智能在知识表达、模式处理以及组合爆炸等复杂问题解决方面遇到的问题越来越突出，而神经网络（Neural Network，NN）、进化计算（Evolutionary Computation，EC）和模糊逻辑（Fuzzy Logic，FL）等通过“拟物”或“仿生”等启发式模型的提出，为这些非线性复杂问题的求解提供了新的方法，也为人工智能提供了新的研究内容。1994年6月，在美国奥兰多市召开了首届“计算智能世界大会”，以进化计算、模糊逻辑和人工神经网络为核心的计算智能逐步形成。

“计算智能（Computational Intelligence，CI）主要的研究内容是开发一系列先进的信息处理技术”，但目前还没有统一的定义。按Bezdek[1]严格的定义，计算智能是指依赖于数据处理的智能，而人工智能则是与知识相关

的。从字面上来看，用计算手段来实现智能的方法，都属于计算智能。计算智能的目的在于解决现实世界的决策、建模和控制等问题。这些问题通常不能被精确地定义，并且需要人的干预。

当搜索空间对于穷举或盲目搜索来说变得太大，却又难以找到确定的规则可以缩小搜索空间时，基于群体系统的随机优化搜索方法便是一种有效的优化技术。群智能正是通过简单智能个体的合作，表现出复杂智能行为，实现群体智慧可以超越最优个体智慧的突破。目前，无论是源于何种群体形式，计算智能中基于群智能的理论方法都涉及众多学科的交叉，包括人工智能、计算机科学、社会学、经济学、生态学、组织与管理学以及哲学等学科。随着研究的深入，这些研究与其他学科的结合又形成了许多新的研究领域，从整体上推动了其他学科的发展[2]。尤其是在复杂科学领域，群智能方法有效地解决了许多复杂系统中难以精确定义的问题，也提供了一种求解复杂、困难优化问题的通用框架。

1.2 最优化问题

所谓最优化问题[3,4]，就是在满足一定的约束条件下，寻找一组参数值，以使某些最优性度量得到满足，使系统的某些性能指标达到最大或最小。最优化问题的应用遍布工业、社会、经济、管理等各个领域，其重要性是不言而喻的。

最优化问题根据其目标函数、约束函数的性质，以及优化变量的取值等，可以分成许多类型，每一种类型的最优化问题根据其性能的不同都有其特定的求解方法。

不失一般性，设最优化问题为：

$$\begin{aligned}&\min/\max\{y=f(x)\}\\&\text{s.t.}\quad x\in S=\{x\mid g_i(x)\leqslant 0, i=1,2,\cdots,m\}\end{aligned}\tag{1.1}$$

其中，$y=f(x)$为目标函数；$g_i(x)$为约束函数；m 为约束函数的个数；S 为约束域；x 为 D 维优化变量。

当 $f(x)$、$g_i(x)$为线性函数，且 $x\geqslant 0$ 时，上述问题为线性规划问题，其求解方法有成熟的单纯形法和 Karmarc 方法等。

当 $f(x)$、$g_i(x)$中至少有一个函数为非线性函数时，上述最优化问题为

非线性规划问题。非线性规划问题相对复杂，其求解方法多种多样，目前仍然没有一种有效的适于所有问题的方法。

当 $g_i(x)\leqslant 0(i=1,2,\cdots,m)$所限制的约束空间为整个 n 维欧氏空间，即 $\mathbf{R}^n$ 时，上述最优化问题为无约束优化问题，即：

$$\begin{aligned}&\min\{y=f(x)\}\\&\text{s.t.}\quad x\in S\subset\mathbf{R}^n\end{aligned}\tag{1.2}$$

对于非线性规划问题(包括无约束优化问题和约束优化问题)，由于函数的非线性，问题的求解变得十分困难，特别是目标函数在约束域内存在多峰值的情况。对于常见的求解非线性问题的优化方法，其求解结果与初值的选择关系很大。也就是说，一般的约束或无约束非线性优化方法均是求目标函数在约束域内的近似极值点，而非真正的最小点。

上述规划问题是单目标优化问题，但在实际的经济、生产、工程应用领域中普遍存在着对多个目标的方案、计划以及设计的决策问题，这就是所谓的多目标优化问题。当考虑 m 个目标时，此类问题可描述为：

$$\begin{aligned}&\min/\max\{F(x)=(f_1(x),f_2(x),f_3(x),\cdots,f_m(x))\}\\&\text{s.t.}\quad x\in S=\{x\mid g_i(x)\leqslant 0,i=1,2,\cdots,m\}\end{aligned}\tag{1.3}$$

其中，$F(x)$为优化目标向量；$g_i(x)$为约束函数；x 为决策变量。对于多目标优化问题，其所包含的不同目标函数之间往往存在着一定的矛盾冲突，因此在求解过程中，很难在问题的约束域 S 中找到一个解向量，能够使得 m 个目标同时达到最值。

优化方法涉及的工程领域很广，问题种类与性质繁多。归纳而言，最优化问题分为函数优化问题和组合优化问题两大类，其中函数优化的对象是一定区间内的连续变量，而组合优化的对象则是解空间中的离散状态。

1.2.1 局部优化和全局优化

定义 1.1[3] 如果存在 $x_B^*\in S$，使得对 $\forall x\in B$ 有

$$f(x_B^*)\leqslant f(x),x\in B\tag{1.4}$$

成立，其中 $B\subset S\subseteq \boldsymbol{R}^n$，$S$ 为由约束函数限定的搜索空间，则 x_B^* 为 $f(x)$在 B 内的局部极小点，$f(x_B^*)$为其局部极小值。

常见的优化方法大多为局部优化方法，都是从一个给定的初始点 $x_0\in S$ 开始，依据一定的方法寻找下一个使得目标函数得到改善的更好解，直至满

足某种停止准则。

定义 1.2[3] 如果存在 $x^* \in S$，使得对 $\forall x \in S$ 有

$$f(x^*) \leqslant f(x), x \in S \tag{1.5}$$

成立，其中 $S \in \mathbf{R}^n$ 为由约束条件限定的搜索空间，则 x^* 为 $f(x)$ 在 S 内的全局极小点，$f(x^*)$ 为其全局极小值。

对于目标函数为凸函数、约束域为凸域的所谓凸规划问题，局部最优与全局最优等效。而对于非凸问题，由于在约束域内目标函数存在多峰值，其局部最优与全局最优相差甚远。

目前，全局优化问题已存在许多算法，但比起局部优化问题的众多成熟方法还有很大的差距。为了可靠解决全局优化问题，人们试图离开解析确定型的优化算法研究，转而探讨随机型优化方法，例如模拟退火方法、进化算法、群智能等仿生型智能优化算法，就是有效且具有普遍适应性的随机全局优化方法。

1.2.2 无免费午餐定理

在最优化理论研究领域中，最值得一提的是 1997 年 Wolpert 和 Macready 提出的无免费午餐定理（No Free Lunch Theorem），简称 NFL 定理[5]。

定理 1.1（NFL 定理） 假设搜索空间 X 是有限的，适应值空间 $Y \subseteq \mathbf{R}$ 也是有限的，记 $Y^X = \{F \mid F: X \to Y\}$，即所有待优化函数的集合。对于给定的 X、Y，任意两个优化算法对所有的 $f \in Y^X$ 的平均表现度量是完全一样的。

该定理表明，对所有可能函数的集合而言，任何优化搜索方法都是平等的，也就是没有一个优化搜索方法是绝对优于其他优化搜索方法的，甚至是不优于一个纯粹的随机搜索方法。

NFL 成立的关键在于“所有可能函数的集合”，这里包含了两类函数：欺骗函数和随机函数。对于这些函数而言，没有简洁的描述，函数更多地表现为随机性。因此，对其寻找最优解，无异于大海捞针，很难达到好的搜索性能，甚至不如纯粹的随机搜索。但在“所有可能函数的集合”中还存在第三类函数。通常，第三类函数值的分布存在一定规律，并能为找到最优点的位置提供一定的线索，幸运的是这类函数包含了人们通常称为“问题”的函数，现实世界中人们所遇到的各类“问题”函数几乎都是第三类函数。

虽然 NFL 表明任何优化算法对所有函数而言是平等的，但这对所有函

数的子集并不适用。Christensen 定义了一个可优化搜索函数集合[6]，在这个集合上一般算法被证明优于随机搜索方法。实际上，NFL 定理只是否定了一个万能的最佳算法存在的可能性，但对于某些小的函数集合（特别是对于第三类问题），NFL 定理则认为存在一个在该集合上的好算法。

1.3 群体智能概述

人工智能在经历了 20 世纪 80 年代整整 10 年的繁荣后，由于在方法论上始终没有突破经典计算思想的藩篱，再次面临着寒冬季节的考验。与此同时，随着人们对生命本质的不断了解，生命科学以前所未有的速度迅猛发展，使人工智能的研究开始摆脱经典逻辑计算的束缚，大胆探索起新的非经典计算途径。正如人工智能先驱 Minsky 认为的“我们应该从生物学而不是物理学受到启示……”那样，基于生物启发式计算的研究，成为人工智能迎接新曙光而开启的又一个春天。在这种背景下，社会性动物（如蚁群、鱼群、鸟群等）的自组织行为引起了人们的广泛关注，许多学者对这种行为进行数学建模并用计算机进行仿真，这就产生了所谓的“群智能”（Swarm Intelligence，SI）[7]。

社会性动物的妙处在于：个体的行为都很简单，但当它们协同工作时，却能够“实现”非常复杂（智能）的行为特征。例如，单个蚂蚁的能力极其有限，但当这些简单的蚂蚁组成蚁群时，却能完成像筑巢、觅食、迁徙、清扫蚁巢等复杂行为；一群行为显得盲目的蜂群能造出精美的蜂窝；鸟群在没有集中控制的情况下能够同步飞行等[8]。

20 世纪 50 年代中期人们从生物进化的机理中受到启发，创立了仿生学，提出了许多用以解决复杂问题的新方法，如遗传算法、进化规划、进化策略等。群智能算法作为一种新兴的演化计算技术已成为越来越多研究者的关注焦点，它与人工生命，特别是进化策略以及遗传算法有着极为特殊的联系。群智能中的群体指的是“一组相互之间可以进行直接通信或者间接通信（通过改变局部环境）的主体（Agent），这组主体能够合作进行分布式的问题求解”[8]，而群智能则是指“无智能的主体通过合作表现出智能行为的特性”[8]。群智能在没有集中控制且不提供全局模型的前提下，为寻找复杂的分布式问题求解方案提供了基础。目前，群智能算法主要包括：蚁群算法（Ant Colony Optimization，ACO）和粒子群优化算法（Particle Swarm Opti-

mization,PSO)等。蚁群算法是对蚂蚁群落食物采集过程的模拟,已成功应用于许多离散优化问题。粒子群优化算法也是起源于对简单社会系统的模拟,最初是模拟鸟群觅食的过程,但后来发现它是一种很好的优化工具。我国学者李晓磊[9-11]等根据鱼的特性提出的鱼群算法(Fish Swarm,FS),也是一群体智能算法。

群智能算法易于实现,算法中仅涉及各种基本数学操作,其数据处理过程对 CPU 和内存的要求也不高,且这种方法只需目标函数的输出值,而无须其梯度信息。已完成的群智能理论和应用方法研究证明群智能方法是一种能够有效解决大多数全局优化问题的新方法。更重要的是,群智能潜在的并行性和分布式特点,为处理大量的以数据库形式存在的数据,提供了技术支撑。无论是从理论研究还是应用研究的角度分析,群智能理论及应用研究都具有重要的学术意义和现实价值。

1.3.1 群智能的基本原则与特点

群智能是以社会性动物的群体行为和人工生命理论为基础,研究各群体行为的内在原理,并以这些原理为基础设计新的问题求解方法。

Millonas[12]在 1994 年提出群智能应该遵循以下 5 个基本原则。

(1) 邻近原则(Proximity Principle),即群体能够进行简单的空间和时间计算。由于空间和时间可以转换为能量消耗,因而对于时空环境的某一给定响应,群体应该具有计算其效用的能力。这里的计算可以理解为对环境激励的直接行为响应,而这种响应在某种程度上使得群体某些整体行为的效用最大化。

(2) 质量原则(Quality Principle),即群体不仅能够对时间和空间因素做出反应,而且能够响应环境中的质量因子(如事物的质量或位置的安全性)。

(3) 多样性反应原则(Diverse Response Principle),即群体不应将自己获取资源的途径限制在过分狭窄的范围内。群体应该通过多种方式分散其资源,以应付由于环境变化造成的某些资源的突然变化。一般认为,对于环境完全有序的响应,即使是可能,也是不希望的。

(4) 稳定性原则(Stability Principle),即群体不应随着环境的每一次变化而改变自己的行为模式。这是由于改变自己的行为模式需要消耗能量,而且不一定产生有价值的投资回报。

(5) 适应性原则(Adaptability Principle),当改变行为模式带来的回报

与能量投资相比是值得的情况下，群体应该改变其行为模式。

适应性原则和稳定性原则是同一事物的两个方面，最佳的响应似乎是完全有序和完全混沌之间的某个平衡。因此，群体内的随机性是一个重要的因素，适量的干扰将增加群体的多样性，而太多的干扰将会破坏群体的协作行为。

需注意的是，上述原则只是描述了群智能的一些基本特征，并不是定义性的。一般来说，当某些行为方式符合上述原则时，就可以归到群智能的范畴。

这些原则说明实现群智能的智能主体，必须能够在环境中表现出自主性、反应性、学习性和自适应性等智能特性。群智能的核心是：由众多简单个体组成的群体能够通过相互之间的简单合作来实现某一功能，或完成某一任务。其中，“简单个体”是指单个个体只具有简单的能力或智能，而“简单合作”是指个体与其邻近的个体进行某种简单的直接通信，或通过改变环境，间接与其他个体通信，从而相互影响、协同动作。

群智能具有以下特点[13]。

(1) 控制是分布式的，不存在中心控制。因而它更能够适应当前网络环境下的工作状态，并且具有较强的鲁棒性，即：不会由于某一个或几个个体出现故障而影响群体对整个问题的求解。

(2) 群体中的每个个体都能够反映环境改变，这是个体之间间接通信的一种方式，这种方式被称为“激发工作”(Stigmergy)。由于群智能可以通过非直接通信的方式进行信息的传输与合作，因而随着个体数目的增加，通信开销的增幅较小，它具有较好的可扩充性。

(3) 群体中每个个体的能力或遵循的行为规则非常简单，因而群智能的实现比较方便，具有简单性的特点。

(4) 群体表现出来的复杂行为是通过简单个体的交互过程凸显出来的智能(Emergent Intelligence)，因此，群体具有自组织性。

1.3.2 蚁群算法

蚁群算法[7,14](ACO)是由意大利学者 Colorni、Dorigo 和 Maniezzo 于 1991 年提出，通过模拟自然界蚂蚁寻找食物的方式而得出的一种仿生优化算法。蚁群算法不需要任何先验知识，最初只是随机地选择搜索路径，随着对解空间的“了解”，搜索变得有规律，并逐渐逼近，直至最终达到最优解。蚁群算法对搜索空间的“了解”机制主要包括以下 3 个方面。

(1) 蚂蚁的记忆。一只蚂蚁搜索过的路径在下次搜索时就会再被选择，由此在蚁群算法中建立"禁忌"(Tabu)列表来进行模拟。

(2) 蚂蚁利用信息素(Pheromone)进行相互通信。蚂蚁在所选择的路径上会释放一种叫作信息素的物质，当同伴进行路径选择时，会根据路径上的信息素进行选择，这样信息素就成为蚂蚁之间进行通信的媒介。

(3) 蚂蚁的集群活动。通过一只蚂蚁的运动很难到达食物源，但整个蚁群进行搜索就完全不同。某些路径上通过的蚂蚁越来越多时，在路径上留下的信息素数量也越来越多，导致信息素强度增大，蚂蚁选择该路径的概率随之增加，从而进一步增加该路径的信息素强度，而某些路径上通过的蚂蚁较少时，路径上的信息素就会随时间的推移而蒸发。因此，模拟这种现象就可利用群体智能建立路径选择机制，使蚁群算法的搜索向最优解推进。

基本的蚁群模型由下面 3 个公式描述：

$$p_{ij}^{k}=\frac{\tau_{ij}^{\alpha}\cdot\eta_{ij}^{\beta}}{\sum\limits_{j\in A}\tau_{ij}^{\alpha}\cdot\eta_{ij}^{\beta}} \tag{1.6}$$

$$\tau_{ij}(n+1)=\rho\cdot\tau_{ij}(n)+\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij}^{k} \tag{1.7}$$

$$\Delta\tau_{ij}^{k}=\frac{Q}{\sum L_k}\text{，如果第 } k \text{ 个蚂蚁经过了由 } i \text{ 到 } j \text{ 的路径} \tag{1.8}$$

式(1.6)、式(1.7)和式(1.8)中的参数意义为：m 为蚂蚁个数；n 为迭代次数；i 为蚂蚁所在位置；j 为蚂蚁可以到达的位置；A 为蚂蚁可以到达位置的集合；p_{ij}^{k} 为蚂蚁 k 从位置 i 移动到位置 j 的转移概率；η_{ij} 为启发性信息，这里为由 i 到 j 路径的能见度(Visibility)，一般取 $\eta_{ij}=1/d_{ij}$ (d_{ij} 表示位置 i、j 之间的距离)；α 为路径权；β 为启发信息的权；τ_{ij} 为由 i 到 j 路径的信息素强度(Intensity)；$\Delta\tau_{ij}^{k}$ 为蚂蚁 k 由 i 到 j 路径上留下的单位长度轨迹信息素数量；ρ 为路径上信息素数量的蒸发系数；Q 为信息素质量系数；L_k 为目标函数，这里为两点间的欧式距离。

目前，蚁群算法、遗传算法、模拟退火算法、禁忌搜索算法等计算智能算法为困难的组合优化问题提供了新颖且有竞争力的求解方法。这些算法在图着色问题、流水车间问题、车辆调度问题、机器人路径规划问题、路由算法设计等组合优化问题中均取得了良好的效果。此外，蚁群算法还在函数优化、系统辨识、数据挖掘等邻域取得了引人注目的成果。由于蚁群算法具有广泛实用价值，以及作为群智能领域取得成功的实例，曾一度成为群智能的