



毛纲源考研数学辅导系列

全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学

全真模拟试题及解析

毛纲源 编著

本书在手 考研无忧

考前冲刺	查漏补缺	检验复习效果
理清思路	轻松上阵	取得理想成绩



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

毛纲源考研数学辅导系列

全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学二全真模拟试题及解析

(根据教育部最新考研大纲编写)

毛纲源 编著

考前冲刺 查漏补缺 检验复习效果
理清思路 轻松上阵 取得理想成绩

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 提 要

根据教育部最新考研数学大纲的内容,作者分析了历年常考题型及近几年已考或未考的知识点,精心组织,认真选编了十套全真模拟试卷(每套试卷都给出了详细的解析),其选题覆盖面广,重难点突出.

本书可作为广大考生考前冲刺,查漏补缺,检验复习效果的不可多得的必备复习资料.相信使用过本书的读者能够轻松上阵,取得理想成绩.

图书在版编目(CIP)数据

考研数学二全真模拟试题及解析/毛纲源 编著. —武汉:华中科技大学出版社,2013.11
ISBN 978-7-5609-9503-8

I. ①考… II. ①毛… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 287045 号

考研数学二全真模拟试题及解析

毛纲源 编著

策划编辑:王汉江(QQ:14458270)

责任编辑:王汉江

封面设计:范翠璇

责任校对:邹 东

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:华中理工大学印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:13.25

字 数:272 千字

版 次:2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

定 价:28.00 元



华中理工

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

前 言

硕士研究生入学数学考试,考查的内容大都是数学基本概念、基本方法和基本原理,以此为基础,考查考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力。

本书选编的十套标准模拟试题,选题覆盖面广,题型新颖,重点题型突出.特别对综合性试题、应用型试题和证明题等有关重点内容的选择,难易适度,符合实际考试要求.每套试题都附有详尽的解析,特别是对选择题和填空题,全部给出了详细的解答。

本书对历年已考过的真题未进行收录(除个别特别典型的考研数学试题外),主要是为了帮助读者通过做模拟试题能真正检验自己的复习效果,起到查漏补缺的作用。

另外,本人编写的数学一、数学二和数学三的模拟试题基本上不重复,相关的模拟试题均可作为报考数学一、数学二和数学三的考生考前冲刺使用。

建议考生在使用本书时不要就题论题,而是要通过做题发现一些规律性的东西,使隐含在其中的方法技巧为己所有、为己所用,从而迅速提高自己的水平和应试能力,取得理想的考试成绩。

在使用本书时,如果感觉基础欠佳,可以参阅本人编写的《考研数学二常考题型解题方法技巧归纳(第二版)》。

希望这本书能对广大考生有所帮助,为考研成功助一臂之力.希望考试时某些试题会让你产生“似曾相识”甚至“一见如故”的感觉,带来意外的惊喜。

在本书编写过程中参考了众多的相关辅导资料,在此特向有关作者、编者表示真诚谢意!

由于时间仓促和作者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请广大读者、同行的专家赐教。

编 者

2013年11月于武汉理工大学

读者书评

毛纲源老师的考研数学系列辅导书自出版以来,深受读者青睐,受到读者的一致好评。现将各大网站(当当网、卓越网、京东商城、苏宁易购、淘宝网等,关键字搜索“毛纲源”)部分读者的反馈信息收集整理如下,以飨读者。

回愿帖! 毛老师的书—你值得拥有! 2013-04-18 18:18

去年用的毛纲源老师的考研系列辅导书,数学 148 分,如愿以偿考上清华。呵呵! 特赞一下! ~

最新考研数学一,很好的一本书! 2012-09-18 12:53

对考研的知识点总结得很全面,几乎囊括的所有的解题方法,而且对知识点的分类也很细致。绝对是一本强大的辅导资料,用过之后,你会发现对知识点会有一个清晰的认识,做题时思路也会很清晰。

题型全,试题经典! 2012-09-13 23:24

对基本概念、基本理论进行剖析,同时配合经典例题介绍了许多新的、快捷的解题方法和技巧。适合第二轮复习。

相信毛老师的书! 2012-04-17 17:59

如果你选择了此书,请就以此书为主,不要再买其他资料,最多再加历年真题、若干模拟题,那么 135 分以上不是梦!

很细致,很到位,值得购买! 2012-04-05 18:12:35

囊括了大部分考研题型……内容很经典,很实用! 强烈推荐! 相当不错!

确实物有所值 2011-04-05 18:12:35

准备考研啦! 以前的知识点遗忘的差不多了,很是郁闷,师兄推荐了华科大出版社出版的毛纲源编写的考研书,书中归纳的解题方法与技巧是其他参考书里没有的。很赞! 对我帮助很大!

题目讲解很细,分难度解析 2010-11-23 16:40:19

很喜欢这本书,题目讲解得很细,归纳得很好,分层次地解答,总结得通俗易懂,基础中有提高,让你很开心地就掌握了方法。内容真的不错!

是老师介绍我们买的 2010-03-11 16:54:29

数学老师说毛纲源的考研系列书很好,买了之后看了,觉得书中的案例太经典了,值得推荐!

书很好,很好,值得一看! 2010-12-15 20:28:51

我们数学老师给我们推荐买的,这本书的体系很好,是按照题型来编排的,而且题很好,推荐这本书。

解题方法新颖,独到! 2010-05-28 18:20

本书紧扣考研数学大纲,按题型展开。使用后,解题思路更加清晰了,解题效率也提高得很快。

书很好,值得推荐! 2010-10-20 11:50:30

注重归纳总结,力求一题多解,解答规范、详细。思路清晰,很适合我用来考前突击。

目 录

数学二全真模拟试题(试卷一)	(1)
数学二全真模拟试题(试卷二)	(7)
数学二全真模拟试题(试卷三)	(14)
数学二全真模拟试题(试卷四)	(21)
数学二全真模拟试题(试卷五)	(28)
数学二全真模拟试题(试卷六)	(35)
数学二全真模拟试题(试卷七)	(42)
数学二全真模拟试题(试卷八)	(49)
数学二全真模拟试题(试卷九)	(56)
数学二全真模拟试题(试卷十)	(62)
数学二全真模拟试题(试卷一)及解析	(69)
数学二全真模拟试题(试卷二)及解析	(80)
数学二全真模拟试题(试卷三)及解析	(95)
数学二全真模拟试题(试卷四)及解析	(108)
数学二全真模拟试题(试卷五)及解析	(122)
数学二全真模拟试题(试卷六)及解析	(135)
数学二全真模拟试题(试卷七)及解析	(149)
数学二全真模拟试题(试卷八)及解析	(161)
数学二全真模拟试题(试卷九)及解析	(174)
数学二全真模拟试题(试卷十)及解析	(189)

数学二全真模拟试题(试卷一)

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导,且对任意的 x_1 和 x_2 ,当 $x_1 > x_2$ 时都有 $f(x_1) > f(x_2)$,则().

- (A) 对任意 $x, f'(x) > 0$ (B) 对任意 $x, f'(-x) \leq 0$
(C) 函数 $f(-x)$ 单调增加 (D) 函数 $-f(-x)$ 单调增加

2. 曲线 $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$ 的拐点的个数为().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} \cos^4 x dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) dx$,

$$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 \sin^2 x - \cos^4 x) dx,$$

则有().

- (A) $N < P < M$ (B) $M < P < N$ (C) $P < M < N$ (D) $N < M < P$

4. 若函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\arctan x$,则 $\int x f(1-x^2) dx = ()$.

- (A) $\arctan(1-x^2) + C$ (B) $-\frac{1}{2} \arctan(1-x^2) + C$
(C) $x \arctan(1-x^2) + C$ (D) $-\frac{1}{2} x \arctan(1-x^2) + C$

5. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx = ()$.

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$

6. 设方程 $e^{xy} + y^2 = \cos x$ 确定 y 为 x 的函数,则 $\frac{dy}{dx} = ()$.

- (A) $-\frac{ye^{xy} + \sin x}{xe^{xy} - 2y}$ (B) $-\frac{ye^{xy} + \sin x}{xe^{xy} + 2y}$ (C) $-\frac{ye^{xy} + \sin x}{xe^{xy} + y}$ (D) $\frac{ye^{xy} + \sin x}{xe^{xy} + 2y}$

7. 若两向量组的秩相等,那么必有().

(A) 两组向量可以互相线性表示

(B) 两组都是线性相关组

(C) 两组都是线性无关组

(D) 如从某组中任取单个向量放入到另一组中,所得新向量组都线性相关,则这两组向量能互相线性表示

8. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则下列矩阵中与矩阵 A 等价、合同,但不相似

的是().

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

二、填空题(9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. $d(3^{\sin^2 \frac{1}{x}}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 函数 $y = \ln x$ 在区间 $[1, n]$ 上满足拉格朗日中值定理的 ξ 记为 ξ_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \xi_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 如果 $\int_x^{2\ln 2} \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}} = \frac{\pi}{6}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 设 $u = u(x, y)$ 是方程 $u + e^u = xy$ 所确定的二元函数, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 已知区域 D 为 $x^2 + y^2 \leq 1$, 则 $\iint_D \left(\frac{x^2}{4} + 2x^3y^4 + y^2 \right) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 已知三阶矩阵 A 的三个特征值为 $1, 2, 3$, 则 $(A^{-1})^*$ 的特征值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题(15~23 小题,共 94 分.请将解答写在答题纸指定位置上,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分) 证明:当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时,有 $\frac{2}{\pi} < \frac{\sin x}{x} < 1$.

16. (本题满分 10 分) 设 $f(x)$ 是周期为 T 的非负连续函数,求证

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt.$$

17. (本题满分 10 分) 计算 $I = \iint_D (xy^2 + 3e^x \sin y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 2x$.

18. (本题满分 10 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上具有二阶连续函数, 证明:

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} [f(0) + f(1)] - \frac{1}{2} \int_0^1 x(1-x) f''(x) dx.$$

19. (本题满分 10 分) 计算 $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$.

20. (本题满分 11 分) 求 $f(x, y, z) = 2x + 2y - z^2 + 5$ 在区域 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ 上的最大值与最小值.

21. (本题满分 11 分) 求解微分方程 $yy'' - (y')^2 + (y')^3 = 0$.

22. (本题满分 11 分) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 7x_1 \quad - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

的解向量, 试证 $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3$ 线性相关.

23. (本题满分 11 分) 设 A 是 n 阶反对称矩阵, A^* 为 A 的伴随矩阵.

(I) 证明: A 可逆的必要条件是 n 为偶数; 当 n 为奇数时, A^* 为对称矩阵;

(II) 举一个四阶不可逆的反对称矩阵的例子;

(III) 证明: 如果 λ 是 A 的特征值, 那么 $-\lambda$ 也必是 A 的特征值.

数学二全真模拟试题(试卷二)

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 曲线 $y = e^{\frac{1}{2x}} \arctan \frac{x^2 + 3x + 4}{(x-1)(x+2)}$ 的渐近线条数为().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 下列不定积分等于 $\frac{1}{3}f^3(x^3) + C$ 的是().

- (A) $\int f(x)f'(x)dx$ (B) $\int xf^2(x^2)f'(x^2)dx$
(C) $\int x^2 f(x^3)f'(x^3)dx$ (D) $\int 3x^2 f^2(x^3)f'(x^3)dx$

3. 以下广义积分中收敛的是().

- (A) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$
(C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ (D) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$

4. 若 $f(x, y)$ 在区域 D 内具有二阶偏导数: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, 则().

- (A) 必有 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ (B) $f(x, y)$ 在 D 内必连续
(C) $f(x, y)$ 在 D 内必可微 (D) 三个结论都不对

5. 设 $F(t) = \iint_{x^2+y^2 \leq t^2} \arctan(1+x^2+y^2) dx dy$, 则 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{F(t)}{t^2}$ 等于().

- (A) $\frac{\pi^2}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi^2}{8}$ (D) $\frac{\pi}{8}$

6. 用待定系数法求微分方程 $y'' - y = xe^x$ 的一个特解时, 特解的形式是()
(式中 a, b 为常数).

- (A) $(ax^2 + bx)e^x$ (B) $(ax^2 + b)e^x$

(C) ax^2e^x

(D) $(ax+b)e^x$

7. 已知 $P^{-1}AP=B$, 若 $A\alpha=\lambda\alpha, \alpha \neq 0$, 则().

(A) B 的特征值为 λ , 对应的特征向量是 $P\alpha$

(B) B 的特征值为 $\frac{1}{\lambda}$, 对应的特征向量是 $P\alpha$

(C) B 的特征值为 λ , 对应的特征向量是 $P^{-1}\alpha$

(D) B 的特征值为 $\frac{1}{\lambda}$, 对应的特征向量是 $P^{-1}\alpha$

8. 若 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} = ()$.

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

二、填空题(9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 则 $f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 设 $x_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 设函数 $f(x, y) = \int_{x^2+y^2}^x e^{-t^2} dt$, 则 $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 设 $z=f(u,v)$, 有二阶连续偏导数, 且 $f''_{11}+f''_{22}=1$, 则函数 $f(x^2-y^2, 2xy)$ 在 $x^2+y^2=1$ 上满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1}=\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(15~23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \tan \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ (n 为自然数).

16. (本题满分 10 分) 设 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使

$$\begin{vmatrix} f(a) & f(b) \\ g(a) & g(b) \end{vmatrix} = (b-a) \begin{vmatrix} f(a) & f'(\xi) \\ g(a) & g'(\xi) \end{vmatrix}. \quad \textcircled{1}$$

17. (本题满分 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且

$$F(x) = \int_0^x (x-2t)f(t)dt,$$

证明: (1) 若 $f(x)$ 为偶函数, 则 $F(x)$ 也是偶函数;

(2) 若 $f(x)$ 为非增, 则 $F(x)$ 为非减.

18. (本题满分 10 分) 求二元函数 $z = f(x, y) = x^2y(4-x-y)$ 在由直线 $x+y=6$, x 轴和 y 轴所围成的闭区域 D 上的最大值与最小值.

19. (本题满分 10 分) 设 $f(x)$ 为可微函数, 且 $f(0)=0, f'(0)=2$, 试求

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \iint_{x^2+y^2 \leq t^2} \frac{f(\sqrt{x^2+y^2})}{\ln(1+t^3)} dx dy.$$

20. (本题满分 11 分) 设 $z=z(x, y)$ 有二阶连续偏导数, 且满足

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0. \quad \textcircled{1}$$

(I) 作自变量与因变量变换: $u=x+y, v=x-y, w=xy-z$.
变换 z 的方程为 w 关于 u, v 的偏导数满足的方程.

(II) 求 $z=z(x, y)$.