

简明自然科学向导丛书

数与形

主 编 崔玉泉 包芳勋

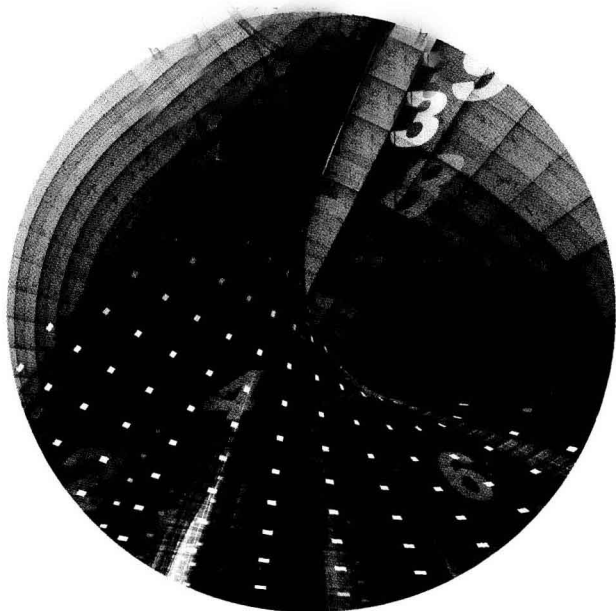


山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

简明自然科学向导丛

数与形

主 编 崔玉泉 包芳勋



山东科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数与形/崔玉泉,包芳勋主编. —济南:山东科学技术出版社,2013

(简明自然科学向导丛书)

ISBN 978-7-5331-7034-9

I. ①自… II. ①崔… ②包… III. ①初等数学—青年读物 ②初等数学—少年读物 IV. 012-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 205782 号

主 编	崔玉泉	包芳勋			
编 者	许玉铭	高夫征	金 辉	刘君义	
	戎晓霞	史敬涛	孙庆华	马树萍	
	冯俊娥	杨 波	王 婷	殷代君	
	刘 波	赵益军			

简明自然科学向导丛书

数 与 形

主编 崔玉泉 包芳勋

出版者:山东科学技术出版社

地址:济南市玉函路 16 号

邮编:250002 电话:(0531)82098088

网址:www.lkj.com.cn

电子邮件:sdkj@sdpress.com.cn

发行者:山东科学技术出版社

地址:济南市玉函路 16 号

邮编:250002 电话:(0531)82098071

印刷者:山东德州新华印务有限责任公司

地址:德州经济开发区晶华大道 2306 号

邮编:253074 电话:(0534)2671209

开本:720mm×1000mm 1/16

印张:15

版次:2013 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-5331-7034-9

定价:29.00 元

前言

华罗庚先生说过：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”

数学是一门非常重要的科学。它区分于其他学科的明显特点在于它的抽象性、精确性以及应用的极端广泛性。随着新技术革命的兴起和发展，整个社会生活与数学的关系更密切了，社会科学化、科学数学化成为当代社会发展的趋势。

数学的发展大致可以分为四个不同的时期。第一个时期为数学的形成时期。在该时期，人类建立了最基本的数学概念，人类从数数开始逐渐建立了自然数的概念、简单的算法，并认识了最简单的几何形式，逐步地形成了理论与证明之间的逻辑关系的“纯粹”数学。第二个时期为初等数学时期。这个时期的基本的、最简单的成果构成现在中学数学的主要内容。其主要分支有：算术、几何、代数、三角。第三个时期为变量数学的时期。由于在 16 世纪封建制度开始消亡，资本主义制度开始发展，大工业开始发展，这对数学提出了新的要求。这时，对运动的研究变成了自然科学的中心问题，社会实践的需求及各门学科本身的发展使自然科学转向对运动的研究，对各种变化过程和各种变化着的量之间的依赖关系的研究。作为变化着的量的一般性质和它们之间依赖关系的反映，在数学中产生了变量和函数的概念。第四个时期为现代数学。在该时期，数学发展的思想及结果主要表现在数学、力学、物理学及一些新技术领域中。如代数的发展，从开始关于数字的算

术运算,到一般抽象的符号运算等。

本书共分为四部分。第一部分介绍了初等数学体系的形成与发展阶段。从中国古代数学、巴比伦数学、古代埃及数学、古希腊数学、古代印度数学、中世纪阿拉伯数学、欧洲中世纪数学等几个方面介绍初等数学体系的形成与发展阶段,第二部分为近现代数学的兴起与发展阶段。从分析学、几何学、代数学与数论、拓扑学、微分方程、计算数学及概率论等方面介绍近现代数学的兴起与发展状况。第三部分为数学的发展与应用。主要介绍了数理统计、运筹学、控制论、金融数学等几方面的发展情况。第四部分为数学名题与猜想。主要给出了历史数学问题、近代数学问题、千禧年数学难题等。

本书由山东数学会秘书处组织山东数学会的十几位会员联合编制而成。由于我们在编写经验、编写水平、组织材料等方面的欠缺,书中一定存在很多不足之处,恳请读者提出宝贵意见,以便我们修正。

编 者

目录

简明自然科学向导丛书

CONTENTS

数与形

一、初等数学体系的形成与发展阶段

中国古代数学/1

中国古代数学的萌芽(先秦数学)/1

中国古代数学体系的形成(秦汉数学)/2

中国古代数学的稳定发展(魏晋至隋唐时期)/3

中国古代数学的繁荣(宋元数学)/4

中西方数学的融合(明清数学)/6

中国古代数学的算法思想/7

刘徽与《九章算术》/8

祖暅原理/10

巴比伦数学/11

古代埃及数学/12

古代希腊数学/13

古典时期的希腊数学/14

亚历山大时期的数学/16

无理数的发现——第一次数学危机/18

古代印度数学/19

中世纪阿拉伯数学/21

花拉子米与《代数学》/24

中世纪欧洲数学/25

斐波那契与《算盘书》/26

二、近现代数学的兴起与发展阶段

分析学 /28

函数概念的演变 /28

极限思想的历史发展 /29

对数理论的创立 /31

微积分的诞生 /32

函数的连续性 /36

微分中值定理 /37

分析严格化 /38

变分法的诞生 /40

复数 /41

复变函数论的创立 /43

实变函数论 /44

泛函分析 /46

函数逼近论 /47

傅立叶分析 /49

非标准分析 /50

几何学 /51

欧几里得几何学 /51

非欧几里得几何 /53

解析几何 /54

二次曲线和曲面 /56

三角学 /57

三角函数 /58

反三角函数 /59

仿射几何学 /60

射影几何学 /60

微分几何学 /61

黎曼几何学 /62

微分流形 /63

广义相对论的产生及其对几何学的影响 /64

数论与代数学 /65

数论 /65

代数数论 /70

代数方程 /73

代数基本定理 /74

代数拓扑学 /74

代数学 /77

域 /78

代数几何 /79

拓扑学 /84

一般拓扑学 /85

拓扑空间 /85

积空间 /86

商空间 /86

连续映射与同胚 /86

分离公理 /87

度量空间 /87

连通空间 /88

代数拓扑 /88

同调论 /88

同伦论 /89

微分拓扑 /90

纽结理论 /90

模糊拓扑学 /93

微分方程 /93

“求通解”与“求解定解问题” /94

常微分方程 /96

初等常微分方程 /97

常微分方程解析理论 /99

常微分方程定性理论 /100

常微分方程运动稳定性理论 /101

常微分方程摄动方法 /103

偏微分方程 /103

数学物理方程 /104

哈密顿—雅克比理论 /106

偏微分方程特征理论 /106

椭圆型偏微分方程 /107

双曲型偏微分方程 /107

抛物型偏微分方程 /108

混合型偏微分方程 /109

孤立子 /109

数学物理中的逆问题 /110

积分方程 /111

计算数学 /113

高次代数方程求根 /117

超越方程数值解法 /117

代数特征值问题数值解法 /119

线性代数方程组数值解法 /120

非线性方程组数值解法 /122

迭代法 /123

数值逼近 /123

插值 /125

样条函数 /128
曲线拟合 /129
最小二乘法 /130
计算几何 /132
计算流体力学 /133
有限差分方法 /136
常微分方程初值问题数值解法 /136
差分方法 /138
有限元方法 /138
里茨—加廖金法 /139
并行算法 /140
数值软件 /141
概率论 /142
20 世纪以前的概率论 /142
概率论的公理化 /143
古典概率 /144
随机变量及其分布函数 /144
数学期望 /145
正态分布 /146
随机过程 /147
马尔可夫过程 /148
平稳过程 /148
鞅 /149
布朗运动 /149
独立增量过程 /149

三、数学的发展及应用

数理统计/150

发展简史 /150

统计的定义 /153

古典概率模型:随机样本统计 /153

统计推断 /154

统计预测 /154

统计决策 /155

数理统计分支学科 /155

数理统计的应用 /157

运筹学/158

数学规划 /160

线性规划 /162

非线性规划 /164

无约束优化方法 /166

约束优化方法 /166

多目标规划 /167

动态规划 /168

图论与网络优化 /169

一笔画和邮递路线问题 /170

网络流 /171

组合最优化 /172

投入产出分析 /173

排队论 /173

决策分析 /174

对策论 /175

可靠性数学理论 /176

军事运筹学 /177

统筹学 /179

优选学 /180

优选的数学模型与方法 /181

控制理论 /182

线性系统控制理论 /182

最优控制理论 /184

非线性控制理论 /185

随机控制系统 /187

分布参数控制系统 /189

鲁棒控制理论 /189

金融数学 /191

金融数学的历史 /192

资产组合选择的均值一方差理论 /194

资本资产定价模型 /194

金融衍生证券 /196

期权定价理论 /199

倒向随机微分方程理论及其应用 /200

四、数学名题与数学猜想

历史数学问题 /203

古希腊几何三大问题 /203

阿基米德牛群问题 /204

孙子问题 /205

莲花问题 /206

近代数学问题 /207

合理分配赌注问题 /207

三体问题 /208

四色问题 /209
格点问题 /210
华林问题 /211
欧拉 36 军官问题 /212
柯克曼女生问题 /213
希尔伯特数学问题 /214
费马猜想 /217
哥德巴赫猜想 /219
孪生素数猜想 /220
黎曼猜想 /221
连续统假设 /222
庞加莱猜想 /223
卢津猜想 /224
莫德尔猜想 /224
韦伊猜想 /225
塞尔伯格猜想 /226
千禧年数学难题 /226
P 问题对 NP 问题 /226
霍奇猜想 /227
黎曼假设 /227
杨一米尔斯存在性和质量缺口 /228
纳维叶-斯托克斯方程的存在性与光滑性 /228
贝赫和斯维纳通-戴尔猜想 /228

中国是世界文明古国之一。数学是中国古代科学中最重要学科之一,其发展源远流长,成就辉煌。根据中国古代数学自身发展的特点,可划分为五个时期:①中国古代数学的萌芽。②中国古代数学体系的形成。③中国古代数学的稳定发展。④中国古代数学的繁荣。⑤中西方数学的融合。

早在远古时代,我们的祖先在生产和生活的实践中就已经逐渐有了数量概念,并认识了各种简单的几何图形。仰韶文化时期出土的陶器上已刻有表示数字的符号。这表明在这一时期人们已经用文字符号取代结绳记事。

春秋战国时期使用十进位值制的筹算记数法已得到普遍的应用。任何数都是由九个纵排数字 $\text{I} \text{ II} \text{ III} \text{ IIII} \text{ IIIII} \text{ T} \text{ TT} \text{ TTT} \text{ TTTT}$ 和九个横排数字 $\text{—} \text{=}$ $\text{≡} \text{≡≡} \text{≡≡≡} \text{⊥} \text{⊥⊥} \text{⊥⊥⊥} \text{⊥⊥⊥⊥}$ 按个、百、万等用纵筹,十、千等用横筹来表示,零用空位表示。约公元 4 世纪的《孙子算经》中描述道:“一纵十横,百立



千僵,千十相望,百万相当……”,这就是说,每个数字的大小除由它本身所表示的数值决定外,还要看它在整个数中所处的位置。这种记数法优越性非常明显,对世界数学的发展是有划时代意义的,也对中国古代数学的发展起到了举足轻重的作用。而这个时期的测量数学不仅在生产上有了广泛应用,而且在数学上也有了很大发展。战国时期的百家争鸣也促进了数学的发展,一些学派总结和概括出与数学有关的一些抽象概念。如墨家给出了“点、线、面、圆”等的数学定义,还给出了“有穷”和“无穷”的定义。名家提出的命题“一尺之棰,日取其半,万世不竭”则包含了朴素的极限思想。这些数学定义和命题的讨论对中国古代数学理论的发展是很有意义的,可惜的是这些忠实抽象思维和逻辑严密性的新思想没有得到很好的继承和发展。

中国古代数学体系的形成(秦汉数学)

这一时期的数学与当时社会经济和文化的迅速发展是密切相关的。特别是东汉造纸术和雕版印刷术的发明对数学的发展起到了不可估量的作用。中国古代数学体系正是形成于这个时期,其主要标志是算术已成为一个专门的学科并有一大批数学书籍出现。但可惜的是这一时期的许多数学著作均已失传。1983年12月在湖北江陵张家山出土一本西汉初年的竹简《算数书》,是一部比较完整的,也是目前可以见到的中国最早的数学专著,其中收有许多应用的数学问题。现有传本的公元前1世纪的著作《周髀算经》,从数学上讨论了盖天说宇宙模型。在数学上,其主要成就是分数运算和勾股定理及其在天文测量中的应用等。

成书于公元1世纪的数学著作《九章算术》的出现标志着中国古代数学体系的形成,它是战国、秦、汉封建社会创立并巩固时期数学发展的总结,就其数学成就而言,堪称是世界数学名著。该书采用按类分章的数学问题集的形式,共列九章,以算术和代数为主,几何问题也多偏重于量的计算,很少涉及图形的性质,注重应用,内容大多来源于生产和生活实践,缺乏理论阐述。就其特点来说,它形成了一个以筹算为中心、与古希腊数学完全不同的独立体系。这些特点的形成是与当时的社会发展与学术思想密切相关的。《九章算术》的主要成就:论述了世界上最早的系统分数理论,给出了今有术(西方称三率法),开平方与开立方(包括二次方程数值解法),盈不足术(西

方称双设法),线性方程组解法,正负数运算的加减法则,勾股形解法(特别是勾股定理和求勾股数的方法)以及各种面积和体积公式等,其中方程组解法和正负数加减法则在世界数学发展史上遥遥领先。《九章算术》对中国古代数学发展的影响极其深远,它的一些成就如十进位值制、今有术、盈不足术等传到西方,促进了世界数学的发展。

中国古代数学的稳定发展(魏晋至隋唐时期)

魏晋南北朝时期是中国历史上的动荡时期,也是思想相对活跃的时期,长期的独尊儒学思想受到质疑,学术界思辨之风再起。数学上为一些重要结论寻求证明的论证趋势随之而起,这一时期,中国数学在理论上有了较大发展,其中赵爽与刘徽的工作被认为是中国古代数学理论体系的开端。赵爽是中国古代最早对数学定理和数学公式进行证明与推导的数学家之一。约公元3世纪初,他对《周髀算经》作了深入的研究,他在书中补充的“勾股圆方图及注”和“日高图及注”都是极有价值的数学文献。在“勾股圆方图及注”中他最早给出勾股定理的证明和解勾股形的5个公式;在“日高图及注”中,他用图形面积证明汉代普遍应用的重差公式。赵爽的工作是带有开创性的,在中国古代数学发展中占有重要地位。

刘徽与赵爽约为同时代人,他主张对一些数学名词特别是重要的数学概念给以严格的定义,认为对数学知识必须进行“析理”,才能使数学著作简明严密。他对《九章算术》注释不仅是对《九章算术》的方法、公式和定理进行一般的解释和推导,而且在论述的过程中有很多自己的创新,这也奠定了这位杰出的数学家在中国数学史上的不朽地位。刘徽在数学上最突出的成就是创立割圆术和建立体积理论。

南北朝时期中国长期处于战争和南北分裂的状态。但由于当时社会的需要,数学仍在继续发展。《孙子算经》《夏侯阳算经》(已失传)和《张丘建算经》就是这个时期的著作。虽然它们的体例模拟《九章算术》,但也有一些难题和解法超出《九章算术》的范围,并对后来数学的发展有着相当的影响,其中主要有一次同余式组解法和不定方程解法等。

这一时期,祖冲之和他的儿子祖暅的工作最具代表性,他们推进和发展了刘徽的数学思想和方法。根据史书的记载,祖冲之曾经注解《九章算术》,

并与他的儿子祖暅共撰《缀术》六卷,这些著作均已失传。在《隋书·律历志》与李淳风注释的《九章算术》等零星记载中,他们在数学上的主要成就:

- ① 求出了较为精确的圆周率。祖冲之算出了圆周率数值的上下限为 $3.141\ 592\ 6 < \pi < 3.141\ 592\ 7$,并确定了圆周率分数形式的近似值,即约率 $22/7$ 和密率 $355/113$,比西方领先约一千年之久。
- ② 提出了一条原理,现称之为“祖暅原理”,并推导出球体积公式。祖暅总结了刘徽的有关工作,提出“幂势既同则积不容异”的原理,这也是刘徽已经使用但没有明确提出的结论,这一结论在西方文献中称之为“卡瓦列里原理”。祖暅在这个原理和“出入相补原理”的基础上,解决了刘徽尚未解决的球体积公式。
- ③ 发展了二次与三次方程的解法。将以往正系数的二次与三次方程解法发展为系数可正可负。

隋唐时期中国数学的发展主要表现在数学教育体制的建立和数学典籍的整理两个方面,二者紧密联系。隋文帝建国之后即设国子监,国子监设立“算学”,并“置博士、助教、学生等员”。这是中国封建教育中数学作为专科教育的开端。唐继隋制,仍以国子监作为教育行政机构、最高学术研究机构 and 最高学府,并扩大了规模,且在科举考试中开设“明算科”这一数学科目。为了满足“算学”教科书的需求,唐高宗亲自下诏由太史令李淳风负责对以前的十部数学著作进行注疏整理。公元 656 年编纂成功,成为算学馆的标准数学教科书,称《算经十书》。它们分别为《周髀算经》《九章算术》《孙子算经》《五曹算经》《张邱建算经》《夏侯阳算经》《海岛算经》《五经算术》《缀术》和《辑古算经》,由于《缀术》在唐宋之交失传,宋代的《算经十书》中的《缀术》由《数术记遗》来替补。隋唐时期数学教育制度的建立以及数学典籍的整理为宋元数学高峰的到来奠定了良好的基础。

中国古代数学的繁荣(宋元数学)

北宋王朝的建立结束了五代十国割据的局面,北宋的农业、手工业、商业空前繁荣兴盛,科学技术突飞猛进(火药、指南针、活字印刷术三大发明得到广泛应用),为数学发展创造了良好的条件。这一时期涌现出一批著名的数学家和优秀数学著作,如贾宪(11 世纪中期)的《黄帝九章算法细草》(已失传),刘益(12 世纪中期)的《议古根源》(已失传),秦九韶的《数书九章》