



● 陈侠 著

群决策的理论方法及其应用

Theory and Application of Group Decision Making



辽宁科学技术出版社

LIAONING SCIENCE AND TECHNOLOGY PUBLISHING HOUSE

辽宁省优秀自然科学著作

群决策的理论方法及其应用

陈侠 著

辽宁科学技术出版社

沈 阳

© 2013 陈侠

图书在版编目(CIP)数据

群决策的理论方法及其应用 / 陈侠著. —沈阳:
辽宁科学技术出版社, 2013.11

(辽宁省优秀自然科学著作)

ISBN 978-7-5381-8074-9

I. ①群… II. ①陈… III. ①群体—群决策—研究 IV. ①C934

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第115914号



出版发行: 辽宁科学技术出版社

(地址: 沈阳市和平区十一纬路29号 邮编: 110003)

印刷者: 沈阳新华印刷厂

经销者: 各地新华书店

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 14.25

字 数: 320千字

印 数: 1 ~ 2000

出版时间: 2013年11月第1版

印刷时间: 2013年11月第1次印刷

责任编辑: 李伟民 李丽梅

封面设计: 嵘 嵘

责任校对: 李淑敏

书 号: ISBN 978-7-5381-8074-9

定 价: 45.00元

联系电话: 024-23284360

邮购热线: 024-23284502

<http://www.lnkj.com.cn>

《辽宁省优秀自然科学著作》评审委员会

主 任：

康 捷 辽宁省科学技术协会党组书记 副主席

执行副主任：

黄其励 东北电网有限公司名誉总工程师

中国工程院院士

辽宁省科学技术协会副主席

副主任：

金太元 辽宁省科学技术协会副主席

宋纯智 辽宁科学技术出版社社长兼总编辑 编审

委 员：

郭永新 辽宁大学副校长

陈宝智 东北大学安全工程研究所所长

刘文民 大连船舶重工集团有限公司副总工程师

李天来 沈阳农业大学副校长

刘明国 沈阳农业大学林学院院长

邢兆凯 辽宁省林业科学研究院院长

辽宁省科学技术协会委员

吴春福 沈阳药科大学校长

辽宁省科学技术协会常委

张 兰 辽宁中医药大学附属医院副院长

王恩华 中国医科大学基础医学院副院长

李伟民 辽宁科学技术出版社总编室主任 编审

前 言

本书是一本有关群决策的理论方法及其应用研究的专著。

2005年以来,作者针对群决策的理论方法及其应用开展了深入研究,取得了一系列研究成果,本书是作者近年来研究工作的总结。

全书共16章,针对群决策的共识性分析、专家水平评判问题、不确定语言多属性决策问题、随机多属性决策问题及其应用进行了分析和研究,包括以下理论、方法和应用研究工作。

第1章介绍了互反判断矩阵及其一致性的有关定义,从由集结个体判断矩阵得到的群体判断矩阵分析角度和采用大多数专家意见一致的分析方法,分别给出了互反判断矩阵形式偏好信息的专家群体判断一致性的分析方法。

第2章介绍了互补判断矩阵的有关定义,通过定义两个互补判断矩阵的对应元素之间的共识性判定函数,分别给出了基于互补判断矩阵形式偏好信息的专家群体判断不一致的判别方法与调整方法。

第3章给出了互补判断矩阵的导出矩阵的有关定义及其性质,根据每位专家给出的互补判断矩阵与一致性互补判断矩阵之间的偏差及数理统计方法,给出了基于互补判断矩阵形式偏好信息的专家判断水平评判方法及其分类的判别方法。

第4章介绍了互补判断矩阵的乘性一致性定义,给出了互补判断矩阵与为互反判断矩阵之间的相互转换公式,通过定义互补判断矩阵的相容性指标,给出了判定两个互补判断矩阵具有完全相容性和满意相容性的判别方法。

第5章给出了两种基于语言判断矩阵的专家群体判断一致性的判别方法及专家群体判断不一致的调整方法。根据专家给出的语言判断矩阵的排序向量角度,给出了一种专家群体判断一致性的判别方法与专家群体判断不一致的调整方法;通过数学变换将专家给出的语言判断矩阵转换成互反的导出矩阵,给出了另一种专家群体判断一致性的判别方法与专家群体判断不一致的调整方法。

第6章介绍了有关语言判断矩阵、完全一致性和满意一致性的定义,给出一种基于语言判断矩阵形式偏好信息的乘性一致性的分析方法,也给出了语言判断矩阵的完全一致性、满意一致性判定方法和基于一致性的语言判断矩阵的方案排序方法。

第7章介绍了有关语言判断矩阵的若干定义及性质,根据简单无向图理论,给出了一种基于简单无向图理论的语言判断矩阵的群决策方案排序方法。

第8章通过定义专家关于方案的因子总得分与专家群体判断关于方案的因子总得分之间的方差和一致性指标,根据SPSS软件给出了基于语言决策矩阵偏好信息的专家群

体判断一致性的分析方法,同时也给出了专家群体判断不一致性的改进方法。

第9章给出了四种基于语言决策矩阵的评判专家水平问题的分析方法。根据各个专家的方案排序向量的共识程度,给出第一种分析方法;通过定义两个语言短语之间的距离,根据各个专家与专家群体的各个方案、各个指标的一致性程度,给出第二种分析方法;通过定义两个语言短语的相对偏差,利用数理统计理论给出评判专家水平的排序与分类方法;根据理想点法,给出了第四种基于语言评价矩阵形式偏好信息的专家评判水平的分析方法。

第10章介绍了不确定语言决策矩阵的定义和性质,通过定义不确定语言区间的群集结算子,给出了基于不确定语言决策矩阵形式偏好信息的群决策一种分析方法;通过定义不确定语言变量的落影值函数,将专家不确定语言的决策矩阵集结为专家群体判断不确定语言决策矩阵,通过群集结算子,给出了基于不确定语言的多属性群决策另一种方法。

第11章给出了两种基于区间数评价矩阵的专家群体判断一致性的判别方法及专家群体判断不一致的调整方法,同时也给出基于区间数评价矩阵的评判专家水平的排序与分类方法。通过定义两个区间数之间的一致性判定函数,给出一种专家群体判断各个方案的一致性分析方法、专家群体判断一致性的判断方法和专家群体判断不一致的调整方法;通过定义区间数向量,给出另一种区间数评价矩阵的专家群体判断一致性的分析方法。

第12章给出了两种基于区间数决策矩阵的评判专家水平问题的分析方法。通过定义两个区间数的相对偏差,利用数理统计理论给出一种评判专家水平的排序与分类方法;通过两个区间的距离和区间数决策矩阵和专家群体区间数决策矩阵之间的距离,根据理想点法,给出了另外一种基于区间数评价矩阵的专家判断水平评判分析方法。

第13章给出了不同偏好信息与互补判断矩阵之间的转换公式,根据多元统计中的因子分析方法,给出不同偏好信息的评判专家水平的排序方法。

第14章给出了三种基于序区间偏好信息的群决策方案排序方法。介绍了不确定序区间及相关的定义,通过定义序区间的专家群体判断关于方案在排序位置的期望可能度和专家群体判断关于方案的数学期望值,给出了一种基于序区间偏好信息的群决策方案排序方法;通过定义序区间的可能度概念,构造出群体一致性的最优化模型,给出了另一种基于序区间偏好信息的群决策方案排序方法。

第15章介绍了有关随机多属性偏好信息的若干定义及性质,根据数理统计的假设检验方法,给出了基于假设检验的随机多属性偏好信息群决策关于属性的方案优劣关系的一种分析方法,也给出了基于集结算子的随机多属性偏好信息的专家群体判断关于方案排序的分析方法。根据专家群体判断针对属性关于方案的打分值的落影函数,通过定义专家群体关于方案群集结值,给出了另一种基于随机偏好信息的群决策方案的分析方法。

第16章给出了若干种决策方法的应用实例。给出了基于专家群体达成共识的情况下所有教师教学质量的模糊排序方法;给出了专家权威和共识在科研基金立项评估中的

应用；给出了基于模糊理论的入侵检测产品评估方法；给出了基于不确定信息的无人机组攻防博弈策略；给出了基于序区间排序信息的多UCAV (Unmanned combat aerial vehicle) 任务分配方法；给出了不确定信息条件下的基于SMAA (Stochastic Multi-criteria Acceptability Analysis) UCAV目标分配方法；给出了基于遗传算法的不确定环境下多UCAV实时任务分配方法；给出了基于模糊与贝叶斯方法的目标毁伤等级预测方法；给出了基于群体共识性的网络安全风险评估方法。

特别感谢曾经与作者合作研究的陈岩、刘香芹、马丽红、魏保真、郭志高、唐婷、李林等同志。同时，在本书的研究与写作过程中，作者查阅了大量的国内外相关研究文献，这些研究成果为本书奠定了研究基础，也给了作者学术思想的重要启迪。在此，向这些作者表示深深的谢意。

本书得到航空基金资助项目(2008ZG54023)、辽宁省自然科学基金资助项目(20092053)的资助。

由于作者水平有限，书中可能有诸多不足之处，恳请读者给予批评和指正。

陈侠

2013年6月

目 录

1	基于互反判断矩阵的专家群体判断一致性分析方法	001
1.1	互反判断矩阵及其一致性的有关定义	001
1.1.1	互反判断矩阵及其性质	001
1.1.2	完全一致性与满意一致性	001
1.1.3	相关的概念与定义	002
1.2	专家群体判断一致性分析方法一	003
1.2.1	一致性指标的有关定义及判别方法	003
1.2.2	专家群体判断不一致的改进方法	004
1.2.3	算例	005
1.3	专家群体判断一致性分析方法二	006
1.3.1	一致性指标的有关定义及判别方法	006
1.3.2	专家群体判断不一致的改进方法	008
1.3.3	算例	008
2	基于互补判断矩阵的专家群体判断一致性分析方法	010
2.1	互补判断矩阵及其一致性的有关定义	010
2.1.1	互补判断矩阵及其性质	010
2.1.2	完全一致性与满意一致性	010
2.1.3	相关的概念与定义	011
2.2	专家群体判断一致性的分析方法	012
2.2.1	一致性指标的有关定义及判别方法	012
2.2.2	专家群体判断不一致的改进方法	013
2.2.3	算例	014
3	基于互补判断矩阵的专家判断水平的评判方法	016
3.1	预备知识	016
3.2	原理与方法	017
3.3	算例	018

4	基于互补判断矩阵的相容性分析方法	020
4.1	相关的概念及有关性质	020
4.2	原理与方法	023
4.3	算例	027
5	基于语言判断矩阵的专家群体判断一致性分析方法	029
5.1	专家群体判断一致分析方法一	029
5.1.1	一致性指标的建立及判别方法	029
5.1.2	专家群体判断不一致的改进方法	032
5.1.3	算例	033
5.2	专家群体判断一致性分析方法二	035
5.2.1	一致性指标的建立及判别方法	035
5.2.2	专家群体判断不一致的改进方法	038
5.2.3	算例	039
6	语言判断矩阵的一致性分析方法	041
6.1	语言判断矩阵及其一致性的有关定义	041
6.1.1	语言判断矩阵及其相关定义	041
6.1.2	完全一致性	042
6.1.3	满意一致性	044
6.2	语言判断矩阵一致性的判定方法	044
6.2.1	完全一致性的判定方法	044
6.2.2	满意一致性的判定方法	045
6.2.3	算例	046
6.3	基于一致性分析的方案排序方法	046
6.3.1	原理与方法	046
6.3.2	算例	047
7	一种基于语言判断矩阵的群决策方案排序方法	048
7.1	有关语言判断矩阵的若干定义及性质	048
7.2	语言判断矩阵的群决策方案排序方法	049
7.3	算例	052
8	语言决策矩阵的群决策一致性分析方法研究	054
8.1	有关语言决策矩阵的若干定义及其性质	054

8.2 专家群体判断共识性分析方法	055
8.3 算例	058
9 基于语言决策矩阵的专家判断水平的评判方法	063
9.1 语言决策矩阵的相关概念	063
9.1.1 语言决策矩阵的描述	063
9.1.2 相关的概念与定义	064
9.2 专家判断水平的评判方法一	065
9.2.1 原理与方法	065
9.2.2 算例	067
9.3 专家判断水平的评判方法二	069
9.3.1 原理与方法	069
9.3.2 算例	071
9.4 专家判断水平的评判方法三	074
9.4.1 原理与方法	074
9.4.2 算例	076
9.5 专家判断水平的评判方法四	077
9.5.1 原理与方法	077
9.5.2 算例	078
10 基于不确定语言的多属性群决策方法	080
10.1 基于不确定语言的多属性群决策方法一	080
10.1.1 不确定语言决策矩阵描述及其性质	080
10.1.2 不确定语言的群决策方案排序方法一	081
10.1.3 算例	083
10.2 基于不确定语言区间的多属性群决策方法二	084
10.2.1 基于不确定语言变量的群决策方案排序方法二	084
10.2.2 算例	086
11 基于区间数评价矩阵的群体判断共识性分析方法	088
11.1 区间数的概念及其运算规则	088
11.2 区间数评价矩阵的规范化方法	089
11.3 专家群体判断一致分析方法一	089
11.3.1 一致性指标的建立及判别方法	089
11.3.2 专家群体判断不一致的改进方法	092
11.3.3 算例	093

11.4	专家群体判断一致性分析方法二	097
11.4.1	一致性指标的建立及判别方法	097
11.4.2	专家群体判断不一致的改进方法	099
11.4.3	算例	100
12	基于区间数评价矩阵的专家判断水平评判方法	102
12.1	预备知识	102
12.2	专家判断水平评判方法一	103
12.2.1	原理与方法	103
12.2.2	算例	105
12.3	专家判断水平评判方法二	107
12.3.1	原理与方法	107
12.3.2	算例	110
13	基于不同形式偏好信息的专家判断水平评判方法	113
13.1	预备知识	113
13.2	原理与方法	116
13.3	算例	118
14	基于序区间偏好信息的群决策分析方法	121
14.1	相关的概念与定义	121
14.2	群决策方案排序方法一	122
14.2.1	原理与方法	122
14.2.2	算例	124
14.3	群决策方案排序方法二	125
14.3.1	原理与方法	125
14.3.2	算例	129
14.4	群决策方案排序方法三	129
14.4.1	原理与方法	129
14.4.2	算例	133
15	基于随机偏好信息的群决策方案排序的新方法	134
15.1	基于随机偏好信息群决策方案排序方法一	134
15.1.1	有关随机多属性偏好信息的若干定义及性质	134
15.1.2	群决策中针对属性的方案优劣关系分析方法	135
15.1.3	基于随机偏好信息的专家群体判断关于方案排序的分析方法	139

15.1.4	算例	140
15.2	基于随机偏好信息的群决策方案排序新方法二	145
15.2.1	有关随机多属性偏好信息的描述	145
15.2.2	关于随机偏好信息的群决策的方案排序方法	145
15.2.3	算例	148
16	决策方法的若干应用实例分析	153
16.1	基于专家群体共识性的高校教师教学质量评估方法	153
16.1.1	模糊多属性群决策介绍	153
16.1.2	高校教师教学质量评优实例分析	156
16.2	专家权威和共识在科研基金立项评估中应用	159
16.2.1	算法原理	160
16.2.2	科研基金项目立项实例分析	162
16.3	基于模糊理论的入侵检测产品评估	164
16.3.1	入侵检测相关知识	165
16.3.2	入侵检测产品评估方法	166
16.3.3	实例计算	170
16.4	基于不确定信息的无人机攻防博弈策略研究	173
16.4.1	多UCAV对地攻击博弈模型的建立	173
16.4.2	基于不确定信息的攻防博弈纳什均衡值求解	174
16.4.3	算法流程	176
16.4.4	无人机攻防博弈仿真研究	177
16.5	基于序区间排序信息的多UCAV任务分配方法	178
16.5.1	关于序区间的定义及性质	179
16.5.2	多UCAV协同动态任务分配模型	179
16.5.3	多UCAV协同动态任务分配模型求解	180
16.6	基于SMAA不确定信息条件下的UCAV目标分配方法研究	180
16.6.1	不确定信息条件下的任务分配模型	181
16.6.2	基于SMAA不确定信息条件下的UCAV任务分配方法	182
16.6.3	仿真实验	184
16.7	不确定环境下多UCAV实时任务分配方法	186
16.7.1	不确定环境下任务分配模型	186
16.7.2	仿真分析	189
16.8	基于模糊与贝叶斯方法的目标毁伤等级预测	192
16.8.1	目标毁伤等级预测模型	193
16.8.2	实例分析	196

16.9 基于群体共识性的网络安全风险评估	198
16.9.1 网络安全风险评价指标体系	198
16.9.2 网络安全风险评估	199
16.9.3 算例	201
参考文献	203

1 基于互反判断矩阵的专家群体判断一致性分析方法

在决策分析中,由于群决策中各个专家的知识结构、评判水平和个人偏好以及决策问题的复杂性等多种因素,所以专家群体决策分析结果是否能达成意见一致是一个值得关注的问题。本章给出两种互反判断矩阵形式偏好信息的专家群体判断一致性分析方法^[1-2]。第一节互反判断矩阵及其一致性的有关定义;第二节从由集结个体判断矩阵得到的群体判断矩阵分析角度给出了一种分析方法^[1];第三节根据大多数专家意见一致的分析方法,给出基于互反判断矩阵形式偏好信息的专家群体判断一致性的分析方法^[2]。

1.1 互反判断矩阵及其一致性的有关定义

1.1.1 互反判断矩阵及其性质

为以后叙述方便,记 $I=\{1,2,\dots,n\}(n\geq 2)$ 和 $J=\{1,2,\dots,m\}(m\geq 2)$ 在考虑的群决策问题中,设一个有限方案集为 $X=\{x_i \mid i \in I\}$,式中 x_i 表示为第 i 个决策方案;专家集为 $E=\{e_k \mid k \in J\}$,式中 e_k 表示为第 k 位专家。假定决策者针对方案集 X 给出的一类由实数表示的互反判断矩阵。下面给出这种形式偏好信息的简单描述^[3-5]。

定义 1.1^[3-5] 矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n \times n}$ 若有如下性质:

①非负性:即 $a_{ij}^k > 0, \forall i, j \in I$;

②互反性: $a_{ij}^k = 1/a_{ji}^k, a_{ii}^k = 1, \forall i, j \in I$,

则称矩阵 A_k 为互反判断矩阵。

一般地, a_{ij}^k 采用 Satty 提出的 1~9 标度法表示, 即 $a_{ij}^k = \{1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 9\}$ 。

1.1.2 完全一致性与满意一致性

下面给出关于互反判断矩阵的完全一致性和满意一致性的概念。

定义 1.2^[3-5] 对于互反判断矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n \times n}$, 若满足

$$a_{ij}^k = a_{il}^k / a_{jl}^k, \forall i, j, l,$$

则称矩阵 A_k 为一致性互反判断矩阵或矩阵 A_k 具有完全一致性。

定义 1.3^[3-5] 对于互反判断矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n \times n}$, $\lambda_{\max}$ 为矩阵 A_k 的最大特征值, $R.I$ 为平均随机一致性指标, 令 $C.I=(\lambda_{\max}-n)/(n-1)$; $C.R=C.I/R.I$, 则称 $C.I$ 和 $C.R$ 分别为互反判

断矩阵 A_k 的一致性指标及矩阵 A_k 的一致性比率 $C.R.$ 。

若 $C.R$ 满足: $C.R \leq 0.1$, 则称矩阵 A_k 为满意一致性互反判断矩阵或矩阵 A_k 具有满意一致性。

定义 1.4^[3-5] 对于互反判断矩阵 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$, 对于 $\forall i, j, k \in J$, 若满足

①当 $a_{ik} \geq 1, a_{kj} \geq 1$ 时, 有 $a_{ij} \geq 1$;

②当 $a_{ik} \leq 1, a_{kj} \leq 1$ 时, 有 $a_{ij} \leq 1$,

则称矩阵 A_k 具有弱一致性或 A_k 是弱一致性的互反判断矩阵。

1.1.3 相关的概念与定义

为了便于专家群体判断一致性分析及专家群体判断不一致的改进方法, 下面给出相关的概念与定义。

定义 1.5^[4, 5] 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 为互反判断矩阵, $k=1, 2, \dots, m$, λ_k 表示专家 e_k 的权重或重要程度, 且满足 $\lambda_k \geq 0, \sum_{k=1}^m \lambda_k = 1$; 令 $A^* = (a_{ij}^*)_{n \times n}$, 式中 a_{ij}^* 由下式给出:

$$a_{ij}^* = \prod_{k=1}^m (a_{ij}^k)^{\lambda_k}, \quad \forall i, j \in I \quad (1.1)$$

则称 A^* 为互反判断矩阵 $A, A_2, \dots, A_m$ 的群体判断矩阵。

根据文献 [5], 下面给出有关互反判断矩阵相容性、完全相容性和满意相容性的两个定义。

定义 1.6^[5] 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 和 $A_l = (a_{ij}^l)_{n \times n}$ 为两个互反判断矩阵, 称由下式 (1.2) 表示的 $SI(A_k, A_l)$ 为矩阵 A_k 和 A_l 的相容性指标。

$$SI(A_k, A_l) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^k a_{ji}^l, \quad \forall i, j \in I \quad (1.2)$$

定义 1.7^[5] 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 和 $A_l = (a_{ij}^l)_{n \times n}$ 为两个互反判断矩阵, 若对于 $\forall i, j \in I$, 有 $a_{ij}^k = a_{ij}^l$, 即 $SI(A_k, A_l) = 1$, 则称互反判断矩阵 A_k 和 A_l 是完全相容的。

不难证明互反判断矩阵的相容性指标满足以下性质:

①自反性: A_l 和 A_l 完全相容, 即 $SI(A_k, A_l) = 1$;

②对称性: $SI(A_k, A_l) = SI(A_l, A_k)$;

③传递性: 若 A_k 和 A_l 为完全相容, A_l 和 A_j 为完全相容, 则 A_k 和 A_j 为完全相容的。

定义 1.8^[5] 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 和 $A_l = (a_{ij}^l)_{n \times n}$ 为两个互反判断矩阵, 当 n 不太大时, 若满足: $1 \leq SI(A_k, A_l) \leq 1.1$, 则称矩阵 A_k 和矩阵 A_l 具有满意相容性。

1.2 专家群体判断一致性分析方法一

1.2.1 一致性指标的有关定义及判别方法

由定义 1.5 不难看出, 相容性指标的定义相当于两个矩阵的对称元素之积的平均值, 为了便于专家群体判断一致性分析及专家群体判断不一致的调整方法, 下面给出专家群体判断中各个元素、各个方案及专家群体判断的一致性分析方法。

定义 1.9 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 和 $A_l = (a_{ij}^l)_{n \times n}$ 为两个互反判断矩阵, 令 $SI(a_{ij}^k, a_{ji}^l) = a_{ij}^k a_{ji}^l$, $i, j \in I$, 则称 $SI(a_{ij}^k, a_{ji}^l)$ 为矩阵 A_k 中的元素 a_{ij}^k 与矩阵 A_l 中的 a_{ji}^l 的相容性指标。

定义 1.10 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 为专家 e_k 给出的互反判断矩阵, $A^* = (a_{ij}^*)_{n \times n}$ 为由式 (1.1) 确定的群体判断矩阵, 则称由下面式 (1.3) 表示的 CR_{ij} 为专家群体中各个矩阵 A_k 中的元素 a_{ij}^k 与矩阵 A^* 中的元素 a_{ij}^* 相容性指标。

$$CR_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ij}^* a_{ji}^k / m, \quad i, j \in I \quad (1.3)$$

定义 1.11 设 CR_{ij} 为由式 (1.3) 确定的专家群体中各个矩阵 A_k 中的元素 a_{ij}^k 与矩阵 A^* 中的元素 a_{ij}^* 相容性指标, 则称 $CP = (CP_{ij})_{n \times n}$ 为专家群体判断的相容性关系矩阵。

定义 1.12 设 CR_{ij} 为由式 (1.3) 确定的专家群体中各个矩阵 A_k 中的元素 a_{ij}^k 与矩阵 A^* 中的元素 a_{ij}^* 的相容性指标, 则称由下面式 (1.4) 表示的 CR_i 为专家群体判断 x_i 方案的一致性指标。

$$CR_i = \left(\sum_{j=1}^n CR_{ij} \right) / n, \quad i \in I \quad (1.4)$$

定义 1.13 设 CR_i 为由式 (1.4) 确定的专家群体判断 x_i 方案的一致性指标, 则称由下面式 (1.5) 表示的 RC 为专家群体判断的一致性指标。

若 RC 满足: $1 \leq RC \leq 1.1$, 则称专家群体判断具有满意一致性。

$$RC = \left(\sum_{i=1}^n CR_i \right) / n \quad (1.5)$$

定理 1.1 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 为专家 e_k 给出的互反判断矩阵, $\forall k \in J$, 矩阵 $A^* = (a_{ij}^*)_{n \times n}$ 为由式 (1.1) 确定的群体判断矩阵, 若各个专家给出的互反判断矩阵中任意两个是完全一致的, 则专家群体判断的一致性指标 $RC=1$ 。

证明 若各个专家给出的互反判断矩阵中任意两个是完全一致的, 由定义 1.7 可知, $A^* = A_k$, $\forall k \in J$, 再由式 (1.3) 可知: $CR_{ij}=1$, $\forall i, j \in I$, 则由式 (1.4) 可得: $CR_i=1$, $\forall i \in I$, 并由式 (1.5), 计算可得: $RC=1$, 即专家群体判断一致性指标为 1。

定理 1.2 设 $A_k = (a_{ij}^k)_{n \times n}$ 为专家 e_k 给出的互反判断矩阵, $\forall k \in J$, 矩阵 $A^* = (a_{ij}^*)_{n \times n}$ 为由式 (1.1) 确定的群体判断矩阵, CR_{ij} 为式 (1.3) 确定的专家群体中各个矩阵 A_k 中的元

素 a_{ji}^k 与矩阵 A^* 中的元素 a_{ij}^* 的相容性指标, CR_i 为由式(1.4)确定的专家群体判断 x_i 方案的共识性指标, 若对于 $\forall j \in I$, 专家群体中各个矩阵 A_k 中的元素 a_{ji}^k 与矩阵 A^* 中的元素 a_{ij}^* 的相容性指标满足: $1 \leq CR_{ij} \leq 1.1$, 则专家群体判断 x_i 方案的一致性指标为 $1 \leq CR_i \leq 1.1$, $i \in I$; 若对于 $\forall i \in I$, 专家群体判断任意 x_i 方案的一致性指标满足: $1 \leq CR_i \leq 1.1$, 则专家群体判断具有满意一致性, 即专家群体判断的一致性指标为 $1 \leq RC \leq 1.1$ 。

证明 若对于 $\forall j \in I$, $1 \leq CR_{ij} \leq 1.1$, 由式(1.4)可得:

$$1 = n/n \leq \left(\sum_{j=1}^n CR_{ij} \right) / n \leq [(1.1) \times n] / n = 1.1$$

所以专家群体判断 x_i 方案的一致性指标为 $1 \leq CR_i \leq 1.1$; 若对于 $\forall i \in I$, $1 \leq CR_i \leq 1.1$, 由式(1.5)可得:

$$1 = n/n \leq RC = \left(\sum_{i=1}^n CR_i \right) / n \leq [(1.1) \times n] / n = 1.1$$

即 $1 \leq RC \leq 1.1$, 由定义1.13可知, 专家群体判断具有满意一致性。

1.2.2 专家群体判断不一致的改进方法

若专家群体判断的一致性指标不满足: $1 \leq RC \leq 1.1$ (即 $RC > 1.1$), 则认为专家群体判断的结果没有达成一致, 即专家群体判断不具有满意一致性。为了使专家群体判断具有满意一致性, 需要对个别专家给出的偏好信息进行调整。为此, 可首先找出一致性最差的方案, 令 $CR_i = \max_{1 \leq j \leq m} CR_{ij}$, $i^* \in I$, 即找出专家群体判断的相容性关系矩阵 CP 中每一行的平均值最大的元素, 则说明 x_{i^*} 方案的一致性水平最差, 于是, 则认为 x_{i^*} 方案的偏好信息需要被调整。其次, 再找出 x_{i^*} 方案中相容性最差的元素 $CR_{i^*j^*}$, 即找出专家群体判断相容性关系矩阵 $CP = (CR_{ij})_{n \times n}$ 中第 i^* 行的最大元素 $CR_{i^*j^*}$, 令 $CR_{i^*j^*} = \max_{1 \leq j \leq n} CR_{i^*j}$, 于是, 则认为专家群体判断相容性关系矩阵 $CP = (CR_{ij})_{n \times n}$ 中的第 i^* 行的元素 $CR_{i^*j^*}$ 需要被调整。最后, 再找出各个矩阵 A_k 的元素 a_{ji}^k 与矩阵 A^* 的元素 a_{ij}^* 的相容性指标 CR_{ij} 中最差的元素 a_{ji}^k , 令 $a_{i^*j^*}^* a_{j^*i^*}^k = \max_{1 \leq k \leq m} a_{i^*j^*}^* a_{j^*i^*}^k$, $i^*, j^* \in I$, $k^* \in J$, 即找出 $\max_{1 \leq k \leq m} a_{j^*i^*}^k$, 于是, 则认为对 A_k 中的元素 a_{ji}^k 需要被调整, 其调整值为越接近 $a_{j^*i^*}^*$ 越好, 由于 A_k 为互反判断矩阵, 同时也需要调整 $a_{i^*j^*}^k$, 且满足 $a_{i^*j^*}^k a_{j^*i^*}^k = 1$, 经过互反判断矩阵的适当调整, 从而调整了专家群体判断的一致性指标 RC 值, 直到满足 $1 \leq RC \leq 1.1$ 的要求为止。

根据上面分析, 专家群体判断的不一致性调整方法可按如下步骤进行:

步骤1 根据式(1.3)~(1.5), 求出专家群体判断的一致性指标 RC 值, 若满足 $1 \leq RC \leq 1.1$, 转步骤6; 否则, 进行下一步。

步骤2 根据式(1.3)~(1.4), 找出步骤1中各个方案一致性指标最差的 CR_i , 令 $CR_i = \max_{1 \leq j \leq m} CR_{ij}$, 即找出专家群体判断的相容性关系矩阵 CP 中每一行的平均值最大的元素 CR_i , 则认为对 x_i 方案的偏好信息需要被调整。