1+1

大课堂

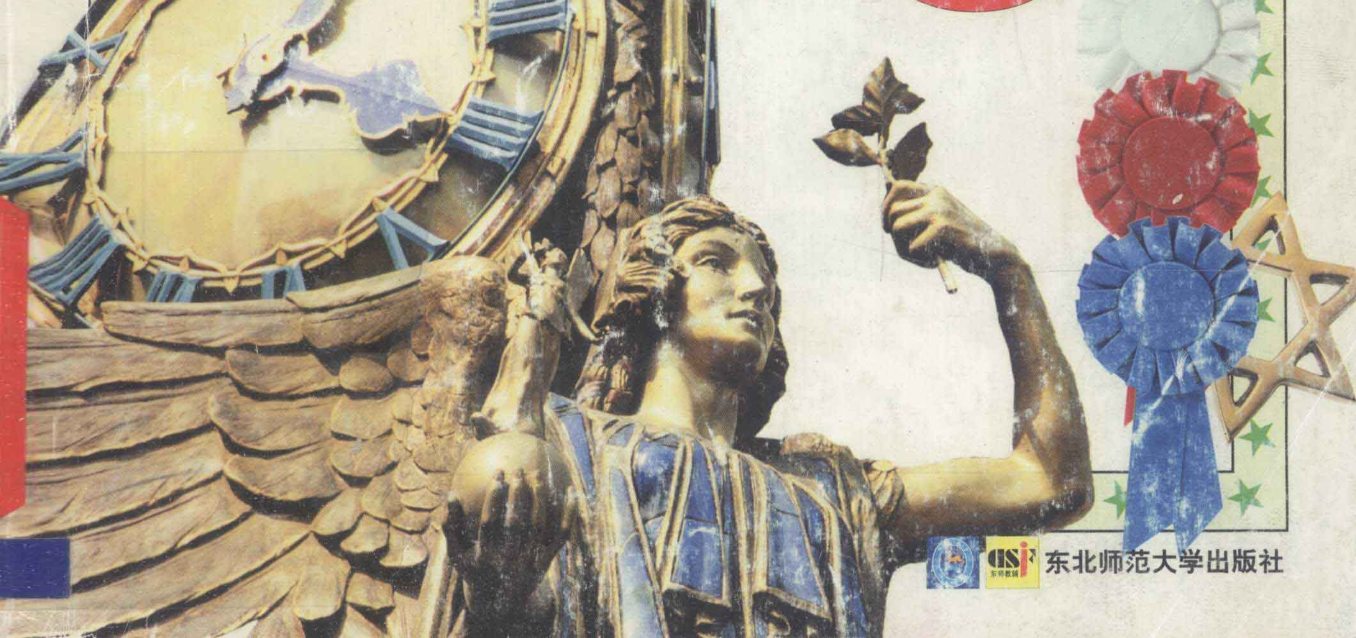
Da Ketang

初中几何

三年级

全一册

郭奕津 主编



东北师范大学出版社

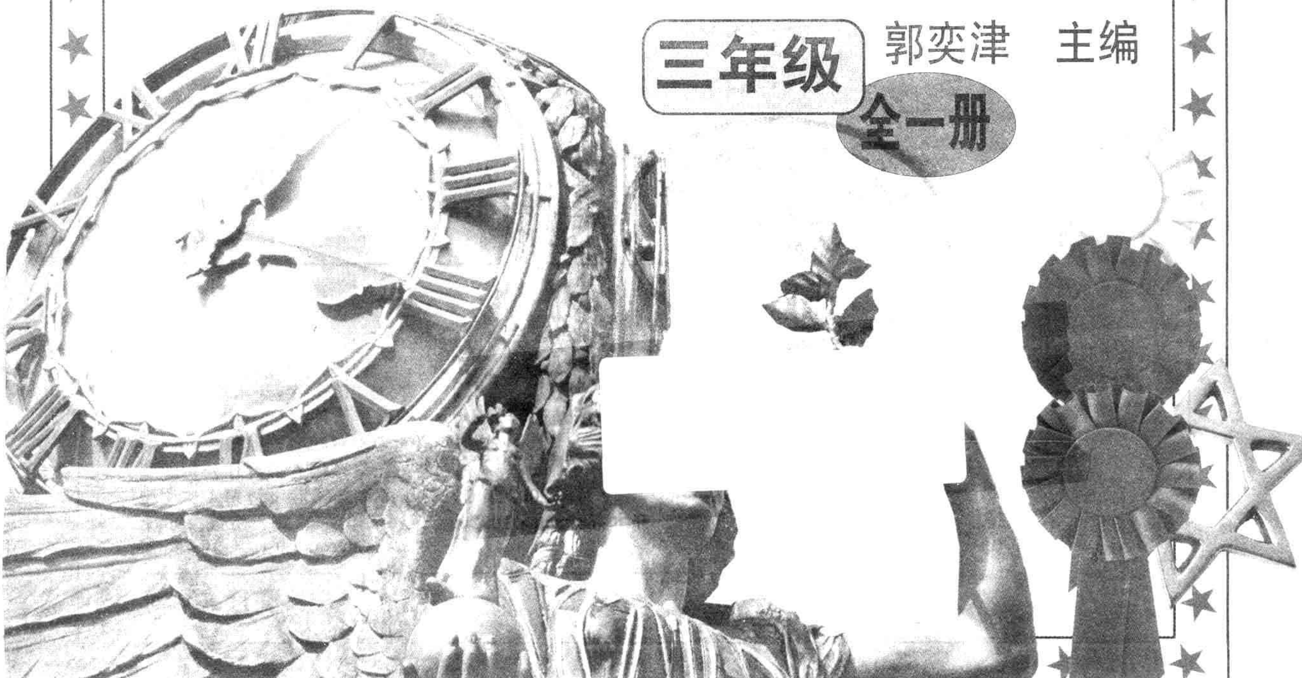
1+1 大课堂

Da Ketang

初中几何

三年级 全一册

郭奕津 主编



东北师范大学出版社
长春

□主　　编：郭奕津
□副 主 编：吴广志　生丽梅
□编　　者：张桂玲　唐永校　屈　静
李　智　于漫红　李红梅
邵炳英　刘红霞　易洪波

图书在版编目(CIP)数据

1+1大课堂．初中几何．三年级/郭奕津主编．
长春：东北师范大学出版社，2002.6
ISBN 7-5602-3030-X

Ⅰ.1…　Ⅱ.郭…　Ⅲ.几何课—初中—教学参考资料Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第019495号

□出 版 人：贾国祥　□总策划：第三编辑室
□责任编辑：刘忠谊　□封 面 设 计：魏国强
□责任校对：姜　虹　□责 任 印 制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号(130024)
电话：0431—5695744　5688470
传真：0431—5695744　5695734
网址：http://www.nnup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
延边新华印刷有限责任公司印刷
2002年6月第1版　2002年6月第1次印刷
开本：787mm×1092mm 1/16　印张：7.25　字数：200千
印数：00 001 — 28 000册

定价：8.20元

出版说明

培养中小学生的创新精神、创造性思维方式，提高创造性地运用知识解决实际问题的能力，是国家九五重点研究的课题，是中小学教师在教学过程中不断追求的目标，更是我们编写《1+1大课堂》的主旨．今天，我们将这套书作为一份厚礼，奉献给广大同学．

走进大课堂，新理念、新思维、新方法、新视觉使你目不暇接，流连忘返．

走进大课堂，巩固课内，拓展课外，定使你收获匪浅．

走进大课堂，创新题型、应用题型、竞赛题型，会培养你的创造性思维方式、多角度的探索精神、综合运用知识的能力．

让我们一起走进大课堂：

《**1+1大课堂**》吸收"九五"国家重点课题"面向21世纪中国基础教育课程教材改革实验"的最新研究成果，重视中小学课程一体化理论的应用，无论是内容和方法都具有超前性和实用性．

《**1+1大课堂**》按最新课程标准设计内容，依托人民教育出版社最新版本教材，又不局限于教材，具有很强的灵活性和指导性．

《**1+1大课堂**》既注意课内知识的学习，又兼顾课外能力的培养，包括竞赛能力及综合素质的训练．作为少有的一套与教材同步的竞赛辅导书，既是对中小学课程教材的丰富，又是中小学生双休日、寒暑假课外活动的极好辅助读物．

《**1+1大课堂**》与人民教育出版社教材相配套，即一本教材配一本辅导书（上、下册配上、下册，全一册配全一册），分小学语文、数学，中学语文、外语、数学、物理、化学，共69册，其中秋季版41册．每册由**知识链接**、**学法扫描**、**例题引路**、**分层体验**、**实际应用**、**答案放映**六部分组成．

知识链接:在阐述本章与前后内容联系的同时,对知识点进行归纳总结,帮助学生从整体知识角度,理清知识脉络,构建科学的知识结构.

学法扫描:对本章知识点进行学习方法指导,针对学生学习所遇到的问题和困难,介绍学习策略,分析规律技巧,拓展发散思维空间.

例题引路:除对接近教材中典型习题加以分析外,还根据中小学教材内容增加竞赛内容,精选近年中、高考试题和作者多年教学积累的典型题目. 通过例题分析,引导学生形成解题思路,掌握科学思维方法.

分层体验:精编基本题和提高题. 基本题围绕重点、难点选题,旨在学好课本,巩固知识;提高题则以近年中、高考题和学科内综合题、跨学科综合题为主,意在培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题,提高创新能力.

实际应用:侧重理论联系实际,扩展学生知识视野,把生活中的具体问题知识化,从而提升学生的科学观念和素质.

答案放映:每章练习题均有答案,并配有提示与解题思维指导,使学生知其然也知其所以然,同时便于学生复习使用.

《**1+1大课堂**》由全国重点中小学特级和高级教师编写,大部分教师是参加教育部"面向21世纪教育振兴行动计划——跨世纪园丁工程"的骨干教师,具有很高的权威性.

《**1+1大课堂**》充分体现了求实、求新、求活的教育理念,它必将成为教辅书海中的又一颗璀璨明珠!望天下学子,走进我们的大课堂,跨知识海洋,攀科学高峰!

东北师大出版社第三编辑室

2002年5月

目　录

第六章　解直角三角形

第一节　正弦和余弦

★知识链接

本节所学的正弦和余弦沟通了直角三角形中直角边、斜边、锐角之间的联系.

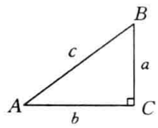


图　6-1

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别为 a，b，c，则 $\sin A=\dfrac{a}{c}$，$\cos A=\dfrac{b}{c}$.

2. 当 $0^\circ<\angle A<90^\circ$ 时，$0<\sin A<1$，并且 $\sin A$ 的值随 $\angle A$ 的增大而增大.

当 $0^\circ<\angle A<90^\circ$ 时，$0<\cos A<1$，并且 $\cos A$ 的值随 $\angle A$ 的增大而减小.

3. 任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值，即 $\sin A=\cos(90^\circ-A)$，$\cos A=\sin(90^\circ-A)$.

★学法扫描

1. 要明确正弦、余弦的定义是指 $\sin A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}$，$\cos A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$，因此，$\sin B=\dfrac{b}{c}$，$\cos B=\dfrac{a}{c}$.

2. 互为余角的两个角的正弦、余弦关系的转化使我们对正弦、余弦两个概念认识得更清楚了. 如图 6-1 中，$\angle A+\angle B=90^\circ$，$\sin A=\dfrac{a}{c}$，$\cos B=\dfrac{a}{c}$，$\therefore \sin A=\cos B$，即 $\sin A=\cos(90^\circ-A)$.

★例题引路

例 1　已知：$\sin A=\dfrac{8}{17}$，且 A 为锐角，求 $\cos A$.

［分析］ 已知一个锐角的三角函数值，求这个锐角的其他三角函数值，一般有两种办法：一是构造直角三角形，应用三角函数的定义，设出有关边的长，用勾股定理求出第三边，再用三角函数的定义求出要求的三角函数的值；二是应用同角三角函数的关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 求出.

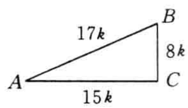


图　6-2

解法 1　作 Rt△ABC，使 $\angle C=90^\circ$，$\because \sin A=\dfrac{8}{17}$，设 $BC=8k$，$AB=17k$，

则 $AC=\sqrt{(17k)^2-(8k)^2}=15k$. $\therefore \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{15k}{17k}=\dfrac{15}{17}$.

解法 2　由 $\sin^2A+\cos^2A=1$，得 $\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{8}{17}\right)^2}=\dfrac{15}{17}$，(其中负值已舍去).

例 2　如图 6-3，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=2$，$\sin A=\dfrac{2}{3}$，求 AC 的值.

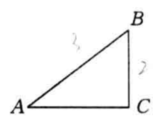


图　6-3

［分析］ 此类题主要运用锐角三角函数的定义，一般可以结合图形，由 $\sin A=\dfrac{BC}{AB}$，可以确定 $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2}{3}$，这样就可以求出 AB 的值，进而运用勾股定理求出 AC 的值.

解　$\because \sin A=\dfrac{2}{3}$，$BC=2$，$\therefore \dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2}{3}$，即 $AB=\dfrac{BC}{\frac{2}{3}}=2\times\dfrac{3}{2}=3$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$

例 3　若 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{4}$，且 $45^\circ<\alpha<90^\circ$，求 $\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值.

[分析]　本题主要考察同一个角的正弦、余弦的关系，要注意运用公式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，并且注意在 $0^\circ<\alpha<90^\circ$ 时，$\sin\alpha$ 的值逐渐增大，$\cos\alpha$ 的值逐渐减小，而 $\sin45^\circ=\cos45^\circ$，因此，$\sin\alpha>\cos\alpha$.

解　$\because(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=1-2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，又 $45^\circ<\alpha<90^\circ$，$\therefore\cos\alpha<\sin\alpha$.

$\therefore\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

★分层体验

基　本　题

1. 填空题.

(1)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\frac{3}{4}$，则 $\cos B=$________.

(2)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，$AB=6$，则 $\sin B=$________.

(3)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=2$，$BC=4$，则 $\cos A=$________.

(4)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$b:c=1:\sqrt{2}$，则 $\cos B=$________.

(5)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$a:b=1:\sqrt{2}$，则 $\sin A=$________.

(6)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$AB=\sqrt{3}$，则 $AC=$________.

(7)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=2$，$\sin A=\frac{2}{3}$，则 $AB=$________.

(8)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\frac{2}{5}$，$BC=8$，则 $AB=$________.

(9)如果 α 是锐角，且 $\sin\alpha=\frac{3}{4}$，那么 $\cos(90^\circ-\alpha)=$________.

(10)如果 α 是锐角，$\sin\alpha=\cos25^\circ$，则 $\alpha=$________.

2. 选择题.

(1)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\cos A=\frac{1}{2}$，则 $\angle A=$(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

(2)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别为 a，b，c，则下面式子不正确的是(　　).

A. $\sin A=\frac{a}{c}$　　B. $\cos A=\frac{b}{c}$　　C. $\sin B=\frac{b}{c}$　　D. $\cos B=\frac{c}{a}$

(3)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，则 $\cos A$ 的值为(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

(4)在 Rt△ABC 中，各边的长度都扩大 2 倍，那么锐角 A 的余弦值(　　).

A. 保持不变　　B. 扩大 2 倍　　C. 扩大 4 倍　　D. 缩小为原来的一半

(5)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\angle A=$(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

(6)比较 $\sin60^\circ$，$\sin45^\circ$，$\cos60^\circ$ 的大小关系是(　　).

A. $\cos60^\circ>\sin60^\circ>\sin45^\circ$　　B. $\sin60^\circ>\sin45^\circ>\cos60^\circ$

C. $\sin45^\circ>\sin60^\circ>\cos60^\circ$　　C. $\sin60^\circ>\cos60^\circ>\sin45^\circ$

(7)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，下列等式一定成立的是(　　).

A. $\sin A=\sin B$　　B. $\sin A=\cos A$　　C. $\sin(A+B)=\cos C$　　D. $\sin A=\cos B$

(8)若 α 为一个直角三角形的一个锐角，则 $\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值(　　).

A. 大于 1　　B. 小于 1　　C. 等于 1　　D. 无法确定

(9)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，如果 $\angle A=30°$，那么 $\sin A+\cos B$ 的值为(　　).

A. $\frac{1}{4}$　　B. 1　　C. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(10)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别是 a，b，c，已知 $a=2$，$\cos B=\frac{1}{3}$，则 b 的长为(　　).

A. $\frac{2}{3}\sqrt{10}$　　B. $2\sqrt{10}$　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $\frac{4}{3}\sqrt{2}$

3. 求下列各式的值：

(1)$\sin30°-\cos45°+\cos60°$；(2)$\frac{1}{2}\cos30°+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos45°+\sin60°\cdot\cos60°$；(3)$\frac{3\cos60°}{5\sin30°-1}$；(4)$\sin60°-2\sin30°\cdot\cos30°$；(5)$\sin60°\cdot\cos30°-\sin30°$；(6)$\sin^2 45°-\cos^2 30°+(-2002)^0$.

提　高　题

1. 填空题.

(1)若 $\sin\alpha=2m-3$(α 为锐角)，则 m 的取值范围是__________.

(2)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=\sqrt{5}$ cm，$BC=\sqrt{3}$ cm，则 $\sin A=$__________，$\cos A=$__________.

(3)$\sin40°-\cos40°$__________ 0. (填“$>$”，“$=$”，“$<$”).

(4)已知：$\alpha+\beta=90°$，$\sin\beta=\frac{4}{5}$，则 $\cos\alpha=$__________.

(5)已知：α 为锐角，$\cos\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\sin\alpha=$__________.

2. 选择题.

(1)当锐角 $A>30°$时，$\cos A$ 的值为(　　).

A. 小于$\frac{1}{2}$　　B. 大于$\frac{1}{2}$　　C. 小于$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 大于$\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2)化简 $\sqrt{(\sin20°-\cos20°)^2}$ 等于(　　).

A. 0　　B. $\sin20°-\cos20°$　　C. $\pm(\sin20°-\cos20°)$　　D. $\cos20°-\sin20°$

(3)在等腰三角形 ABC 中，一腰上的高为 $\sqrt{3}$，这条高与底边的夹角为 30°，则△ABC 的面积为(　　).

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $3\sqrt{3}$

(4)若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}$，则锐角 α 的值为(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

(5)已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=m$，则 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ 的值是(　　).

A. $1-m^2$　　B. $1+m^2$　　C. $\frac{1+m^2}{2}$　　D. $\frac{1-m^2}{2}$

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，(1)若 $\sin A=\frac{5}{13}$，求 $\cos A$ 的值. (2)若 $\cos A=\frac{8}{17}$，求 $\sin A$ 的值.

4. 已知：方程 $2x^2+(4\sin\theta)x+1=0$ 有两个相等的实数根，求 θ 的度数($0°<\theta<90°$).

5. 已知：$\sin A$ 和 $\sin B$ 是方程 $4x^2-2mx+m-1=0$ 的两个实根，且 $\angle A$，$\angle B$ 是直角三角形的锐角. 求①m 的值，②$\angle A$ 与 $\angle B$ 的度数.

★实际应用

求一个四边形的面积

求一般四边形的面积通常把它分成两个三角形，再求它的面积. 如：

在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle ADB=90°$，$AB=5$，$AD=3$，$BC=2\sqrt{3}$，那么怎样求出四边形 $ABCD$ 的面积呢？从图 6-4 中可以看到，BD 把四边形分成两个三角形，△ABD 是一个直角三角形，那么由 $AB=5$，$AD=3$，根

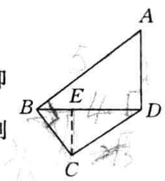


图　6 - 4

据勾股定理可以求出 $BD=4$，从而 Rt$\triangle ABD$ 的面积为 $\frac{1}{2}BD\times AD=6$.

$\triangle BCD$ 中，$BD=4$ 已求出，$BC=2\sqrt{3}$ 是已知的，那么怎样求面积呢？可以作 BD 上的高，即 $CE\perp BD$ 于 E，由 $\angle ABC=90°$，则 $\angle CBD$ 与 $\angle ABD$ 互余，$\therefore \sin\angle EBC=\cos\angle ABD=\frac{BD}{AB}=\frac{4}{5}$，则 $\frac{EC}{BC}=\frac{4}{5}$，从而 $CE=\frac{8}{5}\sqrt{3}$，这样就能求出 $\triangle BCD$ 的面积：$\frac{1}{2}\times 4\times\frac{8}{5}\sqrt{3}=\frac{16}{5}\sqrt{3}$.

由上可知，四边形 $ABCD$ 的面积为 $6+\frac{16}{5}\sqrt{3}$.

★答案放映

基本题：1. (1)$\frac{3}{4}$　(2)$\frac{2}{3}$　(3)$\frac{\sqrt{5}}{5}$　(4)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　(5)$\frac{\sqrt{3}}{3}$　(6)$\frac{3}{2}$　(7)3　(8)20　(9)$\frac{3}{4}$　(10)65°

2. (1)C　(2)D　(3)D　(4)A　(5)A　(6)B　(7)D　(8)A　(9)B　(10)C

3. (1)$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$　(2)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　(3)1　(4)0　(5)$\frac{1}{4}$　(6)$\frac{3}{4}$

提高题：1. (1)$\frac{3}{2}<m<2$　(2)$\frac{\sqrt{15}}{5}$，$\frac{\sqrt{10}}{5}$　(3)<　(4)$\frac{4}{5}$　(5)$\frac{\sqrt{5}}{3}$

2. (1)C　(2)D　(3)A　(4)B　(5)D

3. (1)$\frac{12}{13}$　(2)$\frac{15}{17}$

4. 由方程 $2x^2+(4\sin\theta)x+1=0$ 有两个相等的实根知，$\Delta=(4\sin\theta)^2-2\times 4\times 1=0$.

$\therefore \sin^2\theta=\frac{1}{2}$，$\sin\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，而 $0°<\theta<90°$，$\therefore \sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\theta=45°$.

5. $\because \angle A$，$\angle B$ 是直角三角形的两个锐角，$\therefore \sin B=\cos A$.

$\because \sin A$，$\sin B$ 是方程 $4x^2-2mx+m-1=0$ 的两个实根，$\therefore \sin A+\cos A=\frac{m}{2}$，$\therefore m>0$.

且 $\sin A\cdot\cos A=\frac{m-1}{4}$.

又 $\because \sin^2A+\cos^2A=1$，$\therefore (\sin A+\cos A)^2=\frac{m^2}{4}$，

$\therefore 1+\frac{m-1}{2}=\frac{m^2}{4}$，$\therefore m=1+\sqrt{3}$，$m=1-\sqrt{3}$ (舍去).

$\therefore$ 将 $m=1+\sqrt{3}$ 代入方程求出两根，$\sin A=\frac{1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle A$ 为 30°或 60°，$\angle B$ 为 60°或 30°.

第二节　正切和余切

★知识链接

本节学习的正切和余切建立了直角三角形中两条直角边与锐角之间的关系.

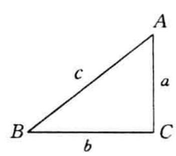


图　6 - 5

1. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别为 a，b，c，则 $\tan A=\frac{a}{b}$，$\cot A=\frac{b}{a}$.

2. 当 $0°<\angle A<90°$ 时，$\tan A>0$，并且 $\tan A$ 的值随 $\angle A$ 的增大而增大.

当 $0°<\angle A<90°$ 时，$\cot A>0$，并且 $\cot A$ 的值随 $\angle A$ 的增大而减小.

3. 从定义中可看出 $\tan A\cdot\cot A=1$，并且 $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$.

4. 任意锐角的正切值等于它的余角的余切值，任意锐角的余切值等于它的余角的正切值，即 $\tan A=\cot(90°-A)$，$\cot A=\tan(90°-A)$.

★学法扫描

1. 正切的含义是在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}$，由此可以推出正切、余切的关系，正切与正弦、余弦的关系.

2. 0°，30°，45°，60°，90°是特殊的角，它们的三角函数值如下：

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\cot\alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

以上这些数据在解题中是常用到的.

★例题引路

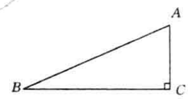


图　6 - 6

例 1　如图 6 - 6，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan B=\dfrac{1}{3}$，求 $\cos B$ 的值.

［分析］　本题通常的解法是由 $\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{1}{3}$，设 $AC=k$，$BC=3k$，则可以由勾股定理求出 AB，利用余弦的定义求出 $\cos B$ 的值.

解　在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan B=\dfrac{1}{3}$，设 $AC=k$，则 $BC=3k$. 由勾股定理，得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{k^2+(3k)^2}=\sqrt{10}k$. $\therefore \cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3k}{\sqrt{10}k}=\dfrac{3}{10}\sqrt{10}$.

例 2　不用计算器比较下列各组中两个三角函数的大小：

(1)sin62°和 tan62°；(2)cos28°和 tan28°；(3)cot42°和 tan48°.

［分析］　如果能把要比较大小的两个三角函数值化成同名函数的值，就可以利用角的大小关系比较出函数值的大小. 如果无法把要比较大小的两个三角函数值化成同名函数的值，可以利用某些特殊三角函数值或定义去比较大小.

解　(1)$\because \sin62°<1$，$\tan62°>\tan45°=1$，$\therefore \sin62°<\tan62°$.

(2)$\because \cos28°>\cos30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan28°<\tan30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，而$\dfrac{\sqrt{3}}{3}<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \cos28°>\tan28°$.

(3)$\because \cot42°=\tan(90°-42°)=\tan48°$，$\therefore \cot42°=\tan48°$.

例 3　计算：$\sin30°-\cos^2 45°+\dfrac{3}{4}\cot^2 60°+\sin^2 60°-\cos60°$.

［分析］　熟记特殊角的三角函数值及三角函数之间的关系，是计算这类问题的关键.

解　$\sin30°-\cos^2 45°+\dfrac{3}{4}\cot^2 60°+\sin^2 60°-\cos60°=\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$.

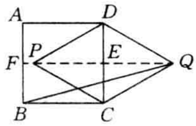


图　6 - 7

例 4　已知：如图 6 - 7，$ABCD$ 是正方形，以 CD 为一边向 CD 两旁作等边三角形 PCD 和等边三角形 QCD，求 $\tan PQB$ 的值.

［分析］　由于$\triangle PCD$ 与$\triangle QCD$ 关于 CD 对称，P，Q 两点为对称点，$PQ\perp CD$，则 $PQ/\!/BC$，因此延长 QP 交 AB 于 F，则$\triangle BFQ$ 是直角三角形，$\tan PQB=\dfrac{BF}{FQ}$.

解　连结 P，Q 并延长 QP 交 AB 于 F. $\because PD=PC$，$QD=QC$，$\therefore PQ$ 垂直平分 CD.

∵$ABCD$是正方形,∴PQ垂直平分AB. 在$Rt\triangle BFQ$中,$\angle BFQ=90°$.

设$BF=m$,则$EF=BC=2m$,$CE=m$,$CQ=2m$,$EQ=\sqrt{3}m$,∴$FQ=2m+\sqrt{3}m$.

$\tan FQB=\frac{BF}{FQ}=\frac{m}{2m+\sqrt{3}m}=2-\sqrt{3}$,∴$\tan PQB=2-\sqrt{3}$.

★分层体验

基　本　题

1. 填空题.

(1)在$\triangle ABC$中,$\angle C$为直角,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别是a,b,c,且$a=6$,$b=8$,则$\sin A=$________,$\cos A=$________,$\tan A=$________,$\cot A=$________.

(2)在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,若$\tan A=\frac{2}{3}$,则$\cot A=$________.

(3)在$\triangle ABC$中,三边之比$a:b:c=12:5:13$,则$\tan A=$________.

(4)若$\angle A$为锐角,$\tan 63°\cdot\cot A=1$,则$\angle A=$________.

(5)在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,若$3a=5b$,则$\tan A=$________.

(6)在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$\cot B=\frac{5}{4}$,$AC=3$,则$BC=$________.

(7)比较大小:$\tan 62°$________$\tan 63°$.

(8)比较大小:$\cot 32°$________$\cot 35°$.

(9)在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$a=3$,$b=\sqrt{3}$,则$\angle A=$________,$\tan B=$________.

(10)等腰三角形中,腰长5 cm,底边长8 cm,则它的底角的正切值是________.

2. 选择题.

(1)在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,下列式子中正确的是(　　).

A. $\sin A=\sin B$　　B. $\sin A=\cos B$　　C. $\tan A=\tan B$　　D. $\cot A=\cot B$

(2)若锐角A,B的范围是$45°<A<B<90°$,下列式子中正确的是(　　).

A. $\sin A>\sin B$　　B. $\cos A>\cos B$　　C. $\tan A>\tan B$　　D. $\cot B>\cot A$

(3)在$Rt\triangle ABC$中,CD为斜边AB上的高,若$AD=4$,$BD=2$,则$\tan A=$(　　).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(4)下列式子正确的是(　　).

A. $\tan 30°=\sqrt{3}$　B. $\tan 60°=2\tan 30°$　C. $\tan 20°\cdot\tan 70°=1$　D. $\tan 50°+\cot 50°=1$

(5)在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$\cot B=\frac{3}{4}$,则$a:b:c=$(　　).

A. $4:3:5$　　B. $3:4:5$　　C. $\sqrt{7}:3:4$　　D. $3:\sqrt{7}:4$

(6)在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$\tan A=\frac{1}{3}$,则$\cos A$的值为(　　).

A. $\frac{\sqrt{13}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(7)在$Rt\triangle ABC$中,斜边与一条直角边之比为$25:7$,则较小的角的正切值为(　　).

A. $\frac{24}{7}$　　B. $\frac{24}{25}$　　C. $\frac{7}{25}$　　D. $\frac{7}{24}$

(8)若$\angle A+\angle B=90°$,则下列各式中错误的是(　　).

A. $\sin(90°-A)=\cos B$　　B. $\tan(90°-B)=\cot B$

C. $\sin A=\cos B$　　D. $\cot B=\tan A$

(9)若$\angle A$是锐角,且$\tan A=\frac{4}{3}$,则(　　).

A. $0°<\angle A<30°$　B. $30°<\angle A<45°$　C. $45°<\angle A<60°$　D. $60°<\angle A<90°$

(10) AD 是 Rt$\triangle ABC$ 中斜边 BC 上的高，下列结论中不成立的是(　　).

A. $\tan B=\dfrac{AC}{AB}$　　B. $\sin DAC=\dfrac{CD}{AC}$　　C. $\cos BAD=\dfrac{AD}{AB}$　　D. $\cot DAC=\dfrac{CD}{AD}$

3. 计算下列各题.

(1) $\sin30°-\cos^2 45°+\dfrac{3}{4}\cot^2 60°+\sin^2 60°-\cos60°$；

(2) $2\cos45°+3\tan30°+|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$；

(3) $\sin42°\cdot\cos48°+\cos42°\cdot\sin48°$；

(4) $\sqrt{(-5)^2}+\dfrac{2}{2\sin60°+1}-\dfrac{-2^0}{0.2}+\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}$；

(5) $\sin^2 45°-\tan^2 30°$；

(6) $\sin^2 30°+\sin^2 60°-\tan45°\cdot\cot45°$.

提　高　题

1. 填空题.

(1) α 为锐角，若 $\cos\alpha=\sin30°$，则 $\alpha=$__________；若 $\tan\alpha=\cot30°$，则 $\alpha=$__________.

(2) 把下列各函数用“<”号连接起来：$\sin60°$，$\cos45°$，$\tan45°$，$\cot30°$，应为____________________.

(3) $\tan1°\cdot\tan2°\cdot\tan3°\cdot\cdots\cdots\cdot\tan87°\cdot\tan88°\cdot\tan89°=$__________.

(4) 若 $\tan\alpha+\cot\alpha=m$，则 $\tan^2\alpha+\cot^2\alpha=$__________.

(5) 已知：方程 $2x^2-2\sqrt{2}x+\tan^2\alpha=0$ 有两个相等的实数根，则锐角 α 的度数是__________.

2. 选择题.

(1) 化简 $\dfrac{\tan80°}{\cot10°}=$(　　).

A. 8　　B. 1　　C. $\tan8°$　　D. $\tan80°$

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若 $\sin A=\dfrac{2}{3}$，则 $\cot B$ 的值为(　　).

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\dfrac{5}{2}$

(3) 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\cos A\cdot\cot B$ 的值等于(　　).

A. $\dfrac{a}{b}$　　B. $\dfrac{a}{c}$　　C. $\dfrac{b}{c}$　　D. $\dfrac{b}{a}$

(4) 若 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 是 $\triangle ABC$ 的三个内角，则 $\tan\dfrac{A+B}{2}$ 等于(　　).

A. 90°　　B. $\cot\dfrac{A+B}{2}$　　C. $\cot\dfrac{c}{2}$　　D. $\tan\dfrac{c}{2}$

(5) 下列命题中，错误的是(　　).

A. 对于任意锐角都有 $0<\sin A<1$　　B. 锐角 $A>30°$ 时，$\cos A$ 的值小于 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若 $\sin A>\sin B$，则 $\angle A>\angle B$　　D. 若 α 是锐角，且 $\tan\alpha=\tan40°$，则 $\alpha=50°$

3. 已知：$\tan\alpha$ 是 $\sqrt{2}$ 和 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的比例中项，求锐角 α 的度数.

4. 已知：$\cot\alpha=2$，求 $\dfrac{4\cos\alpha-\sin\alpha}{2\cos\alpha+3\sin\alpha}$ 的值.

5. 已知：$2+\sqrt{3}$ 是方程 $x^2-4x+\tan\theta=0$ 的一个实根，求三角形的内角 θ.

6. 若 $\triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle C=90°$，求证：$\tan^2\left(45°+\dfrac{A}{2}\right)=\cot^2\dfrac{B}{2}$.

7. 如图 6-8，若 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=10$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{50}{3}\sqrt{3}$，求 $\angle A$，$\angle B$，AB 和 AC.

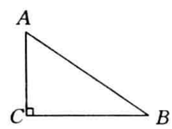


图 6-8

★实际应用

船继续航行会不会触礁

如图 6-9 所示，某船向正东航行，在 A 处望见某岛 C 在北偏东 60°，前进 6 mile 到 B 点，测得该岛在北偏东 30°，若在该岛周围 6 mile 内有暗礁，若船继续向东航行，有无触礁的危险？请说明理由.

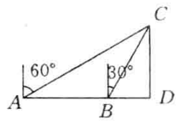


图 6-9

在这个问题中关键是船继续航行时，航线 AD 与岛 C 的距离是否小于 6 mile，也就是需要计算 CD 的长.

由于 $\angle CAD=30°$，$\tan30°=\dfrac{CD}{AD}$，又因为 $\angle CBD=60°$，$\tan60°=\dfrac{CD}{BD}$.

若设 $CD=a$，则 $BD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，$AD=6+\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，由 $\tan30°=\dfrac{CD}{AD}$，可知 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a}{6+\dfrac{\sqrt{3}}{3}a}$，

解得 $a=3\sqrt{3}<6$，因此继续航行会有触礁的危险，这时轮航必须改变航行方向.

解这类应用问题时，一定要抓住问题的实质. 本题的实质就是在 Rt$\triangle ACD$ 中，求出 CD，比较 CD 与 6 的关系.

★答案放映

基本题：1. (1)$\dfrac{3}{5}$ $\dfrac{4}{5}$ $\dfrac{3}{4}$ $\dfrac{4}{3}$ (2)$\dfrac{3}{2}$ (3)$\dfrac{12}{5}$ (4)63° (5)$\dfrac{5}{3}$ (6)$\dfrac{15}{4}$ (7)$<$ (8)$>$ (9)60° $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (10)$\dfrac{3}{4}$ **2.** (1)B (2)B (3)A (4)C (5)B (6)D (7)D (8)A (9)C (10)D

3. (1)$\dfrac{1}{2}$ (2)$2\sqrt{3}$ (3)1 (4)9 (5)$\dfrac{1}{6}$ (6)0

提高题：1. (1)60° 60° (2)$\cos45°<\sin60°<\tan45°<\cot30°$ (3)1 (4)m^2-2 (5)45°

2. (1)B (2)A (3)B (4)C (5)D **3.** $\because \tan^2\alpha=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan\alpha=\pm1$，$\alpha$ 为锐角，$\therefore \tan\alpha=1$，$\alpha=45°$.

4. 原式 $=\dfrac{4\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-1}{2\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+3}=\dfrac{4\cdot\cot\alpha-1}{2\cdot\cot\alpha+3}=\dfrac{4\times2-1}{2\times2+3}=1$.

5. $(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+\tan\theta=0$，$\tan\theta=1$，$\therefore \theta=45°$.

6. $\because \angle A+\angle B=90°$，$\therefore 45°+\dfrac{A}{2}=90°-\dfrac{B}{2}$，$\therefore \tan\left(45°+\dfrac{A}{2}\right)=\cot\dfrac{B}{2}$，$\therefore \tan^2\left(45°+\dfrac{A}{2}\right)=\cot^2\dfrac{B}{2}$.

7. $\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC$，$\therefore AC=\dfrac{10}{3}\sqrt{3}$，$\tan A=\dfrac{BC}{AC}=\sqrt{3}$，$\therefore \angle A=60°$，$\angle B=30°$，$AB=2AC=\dfrac{20}{3}\sqrt{3}$.

第三节 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角

★知识链接

使用科学计算器求三角函数的值非常方便，这是近二十年来科技进步的一个重大成果. 使用了科学计算器使我们摆脱了查各种数表之苦，提高了运算的准确度与速度，是学习方法的重大改革.

1. 把计算器调到 $\boxed{DEG}$ 的状况下，可以利用 $\boxed{\sin}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{\tan}$ 这三个键求出任意角度的三角函数值.

注意：如果角度是用度、分、秒的形式给出的，要化成度，如 25°36′=25.6°.

2. 利用 $\boxed{\sin^{-1}}$ $\boxed{\cos^{-1}}$ $\boxed{\tan^{-1}}$ 的功能，由一个角三角函数值求锐角.

注意 $\boxed{\sin^{-1}}$ $\boxed{\cos^{-1}}$ $\boxed{\tan^{-1}}$ 这些功能在一般计算器上都是由 $\boxed{\mathrm{INV}}$ $\boxed{\sin}$，$\boxed{\mathrm{INV}}$ $\boxed{\cos}$，$\boxed{\mathrm{INV}}$ $\boxed{\tan}$ 这样两个键来完成的.

★学法扫描

1. 求锐角三角函数时，先要把计算器设置在 DEG （角度）的状态下.

计算器上有 DRG 键，按动这个键时，计算器上依次显示 DEG→RAD→GRAD，当按动到 DEG 位置时，就可以用角度进行计算了.

2. 要把所求的角度的值化为度，如果有"分"、"秒"这样的单位，都要化为度.

3. 先按角的度数，再按三角函数名.

4. 求一个角的余切值时，可以先求这个角的正切值，再利用 1/x 键求出它的倒数，这是因为 $\cot A=\frac{1}{\tan A}$.

★例题引路

例 1　求 sin18°，cos53°的值.（精确到 0.0001）

解　按下面的顺序按键：1　8　sin 显示 0.309016994，则 sin18°=0.3090.

5　3　cos 显示 0.601815023，则 cos53°=0.6018.

例 2　求 sin52°48′，cos53°4′的值.（精确到 0.0001）

解　按下面的顺序按键：4　8　÷　6　0　+　5　2　=　sin 显示 0.796529918，则 sin52°48′=0.7965.

4　÷　6　0　+　5　3　=　cos 显示 0.600885361 则 cos53°4′=0.6009.

例 3　求 sin35°28′16″，cos19°32″的值.（精确到 0.0001）

［**分析**］　要把度、分、秒的形式转化为度的形式，除了按例 2 那样，把分的数量除以 60 以外，还可以找到 →DEG 键，利用它来转换.

如上题中的 52°48′可按键 5　2　·　4　8 这时显示 52.48，再按 →DEG，则显示 52.8，这表示：52°48′=52.8°.

解　按下面的顺序按键：

3　5　·　2　8　1　6　→DEG　sin 显示 0.580292399，则 sin35°28′16″=0.5803.

1　9　·　0　0　3　2　→DEG　cos 显示 0.945468055，则 cos19°32″=0.9455.

例 4　求 tan72°，tan18°8′，tan48°3′15″的值.（精确到 0.0001）

解　按下面的顺序按键：

7　2　tan 显示 3.077683537，则 tan72°=3.0777.

1　8　·　0　8　→DEG　tan 显示 0.327494432，则 tan18°8′=0.3275.

4　8　·　0　3　1　5　→DEG　tan，显示 1.112726218，则 tan48°3′15″=1.1127.

例 5　已知 $\sin\alpha=0.428$，求锐角 α 的度数.（精确到 1″）

解　按下面的顺序按键：

·　4　2　8　INV　sin　INV　→DEG，显示 25.202652，则当 $\sin\alpha=0.428$ 时，锐角 $\alpha=25°20'27''$.

注意：INV　sin 这两个键的作用是 $\sin^{-1}$，这时所显示的 25.34070192 表示：锐角 $\alpha=25.3407°$. 再按 INV　→DEG 的作用是把度化为度、分、秒.

例 6　已知 $\tan\alpha=2.466$，求锐角 α 的度数.（精确到 1″）

解　按下面的顺序按键：

2　·　4　6　6　INV　tan　INV　→DEG，显示 67.553614，则当 $\tan\alpha=2.466$ 时，锐角 $\alpha=67°55'36''$.

★分层体验

基　本　题

1. 使用计算器把下列各角度化成度：（精确到 0.001）

19°20′，52°4′，87°25′42″，61°3′5″，58°15′7″，21°5′8″，17°35″，3′，9″.