



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

高中 优秀教案

本丛书经新课标专家审定

配新课标北师大版

【必修4】**数 学**

南方出版社

责任编辑 / 杨 凯

封面设计 / 邢 丽

08YXJA-BX4-SX-3800

优秀教案 | 高中

系列丛书指导、审定专家



任志鸿

北京师范大学汉语言文学专业学士，助学读物最著名的策划人之一，志鸿优化系列丛书总主编。



顾之川

人民教育出版社普通高中课程标准实验教科书《语文》执行主编，中国教育学会中学语文教学专业委员会秘书长，北京大学语文教育研究所兼职教授。



胡春木

北京师范大学出版科学研究所教授，全国义务教育课程标准实验教材《思想品德》副主编。



许 燕

北京师范大学心理学院教授、博士生导师，九年义务教育课程标准实验教材《思想品德》七年级教材主编。



万建中

北京师范大学文学院教授、博士生导师，九年义务教育初中《历史与社会课程标准》编写组核心成员。



阎金铎

北京师范大学物理系教授、博士生导师，中国教育学会物理教学委员会名誉理事长，九年义务教育课程标准《物理》（北师大版）主编。



王惠东

正高级中学教师，江苏省太湖高级中学校长，江苏省教育学会副会长，全国英语教育学会会员，华东师范大学硕士评审专家。



吴伟昌

江苏无锡市滨湖区教育科学教研室主任，江苏省教育学会考试研究会理事，无锡市高中语文学科带头人。

名师经验积淀

课改专家审定

ISBN 978-7-80760-329-0



9 787807 603290 >

定价：110.00 元（全套共3册）



志鸿优化系列丛书

高中 优秀教案

丛书主编 任志鸿

本册主编 郑吉星

副主编 陆萍 张云

编者 张晓君 朱桂花 张学栋

张云全 陆萍 郑吉星

配新课标北师大版

【必修4】 数学

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案. 数学. 4:必修/任志鸿主编. —海口:南方出版社, 2008. 8

(志鸿优化系列丛书)

配新课标北师大版

ISBN 978-7-80760-329-0

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 124272 号

责任编辑:杨 凯

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案·数学·必修:4

任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898-66160822

淄博鲁中晨报印务有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:55 字数:1130 千字

定价:110.00 元(全套共 3 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)



前言

EXCELLENT TEACHING PLANS

FOREWORD

高中新课程标准的教材如何教,新课程标准的课堂教学如何设计,这不仅是首批课改省区一线教师孜孜探究的课题,更是后续课改省区广大教师亟待解决的问题。

率先进入高中新课程改革实验区的教研机构和一线教师在课改实践中积累了丰富的教研和教学经验。为了能让这累累硕果与所有教育工作者分享,部分从事课程标准制定、研究的专家,从事教材编写、进行教材研究的学者,还有在教学一线埋头实践新课程理念的研究型教师走到了一起,把最能直接体现新课程标准教学研究成果的教案集成成书,精心打造了这套《优秀教案》丛书。

本套图书紧扣“提升学科素养,注重能力生成”的课标理念,以“好用+实用”作为编写落脚点,把专家的最新研究成果与一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在部分课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案或者针对某个教学环节提供多种设计思路,便于教师选择、参考;“实用”主要体现在备课要素齐全,内容详实完备,资料丰富实用。

与现有的教案性质的教师用书相比,本套图书具有一些鲜明的特色。其一,每节课提供两种教学设计方案:一种详案,教师可直接拿来上课教学;一种简案,教师可借鉴上课,启发教学思维。两案供教师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。向教师们提供更多的教学设计选择。其二,提供精选的备课资料和常用的网络教学资源,解决教师备课急需的参考资料缺乏的问题。备课资料紧密联系教材内容,均为精选的紧贴学生生活,充满时代气息,汇集生活现实、社会热点、科技前沿的资料信息;常用网络教学资源附在书末,网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

本丛书按照课时编写,遵循课堂教学规律,主要设置如下栏目:

单元设计 按单元(课)规划教学。系统概括单元(课)知识结构和特点,整体规划单元(课)教学思路、教学方法、教学目标和课时安排。从单元角度整体分析教材,安排教学。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

整(总)体设计 对每课的教材作简要分析,提示本课的重点难点、三维目标、课时安排等,有助于教师短时间内了解教材要点,确立教学目标,把握重点难点,从宏观上高效指导授课全程。

教学设计(过程) 按课时编写,每一课时分“导语设计”“推进新课(文本解读)”“课堂小结”等几个环节。以问题情境为中心,以师生互动探究活动为主要信息传递方式,强调学生的主体地位,重视学生的个人体验,力求通过教学活动促进学生高效学习并养成自主学习习惯。

部分课时提供多个教学设计方案,或者针对某个教学环节提供多种设计思路供教师依据个人教学风格灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。

板书设计 对每节课所授知识点、重难点、能力点的梳理和网络构建。内容设置条理化,呈现出设计的美感。板书设计还考虑了记忆规律和青少年学生的认知特点,有助于在教师的引导下形成网状知识结构。

精彩(设计)点评 通过简练的语言对教学设计的优缺点进行点评,指出本课设计的亮点、优点及缺陷与不足,帮助教师从容选择。

活动与探究 紧密结合教学内容设计了活动探究课题,并提供简要的活动要求与建议,为教师指导学生拓展视野,提升能力提供方法引导。

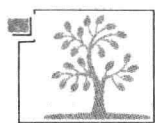
习题详解 对教材每一节课后的习题进行详细解答,包括详细答案、解析过程和方法等,以方便教师进行习题讲解和批改作业时使用。

备课资料(资料选编) 联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

时代在发展,学生在变化,教学改革与研究在推进,《优秀教案》丛书要跟上这些变化需要不断的更新,需要广大教师的积极参与。丛书编委会诚挚的邀请更多的教师参与本套图书的更新,提供优秀的教学案例与同行们交流、分享,提出图书改进的意见和建议,使该书更实用更好用,共同为我们的基础教育事业贡献一份力量。

优秀教案丛书编委会

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



目录

CONTENTS

模块纵览	1
第一章 三角函数	3
§ 1 周期现象	4
§ 2 角的概念的推广	10
§ 3 弧度制	17
§ 4 正弦函数和余弦函数的定义与诱导公式	26
4.1 任意角的正弦函数、余弦函数的定义	26
4.2 单位圆与周期性	26
4.3 单位圆与诱导公式	34
§ 5 正弦函数的性质与图像	47
5.1 从单位圆看正弦函数的性质	47
5.2 正弦函数的图像	47
5.3 正弦函数的性质	54
§ 6 余弦函数的图像与性质	63
6.1 余弦函数的图像	63
6.2 余弦函数的性质	63
§ 7 正切函数	70
7.1 正切函数的定义	70
7.2 正切函数的图像和性质	70
7.3 正切函数的诱导公式	78
§ 8 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	87
第 1 课时	88
第 2 课时	93
第 3 课时	98
§ 9 三角函数的简单应用	108
本章复习	116
第二章 平面向量	125
§ 1 从位移、速度、力到向量	126

§ 2 从位移的合成到向量的加法	135
2.1 向量的加法	135
2.2 向量的减法	142
§ 3 从速度的倍数到数乘向量	150
3.1 数乘向量	150
3.2 平面向量基本定理	158
§ 4 平面向量的坐标	166
§ 5 从力做的功到向量的数量积	175
第 1 课时	176
第 2 课时	180
§ 6 平面向量数量积的坐标表示	186
§ 7 向量应用举例	195
第 1 课时	195
第 2 课时	204
本章复习	211
第 1 课时	213
第 2 课时	219
第三章 三角恒等变形	225
§ 1 同角三角函数的基本关系	226
第 1 课时	227
第 2 课时	230
§ 2 两角和与差的三角函数	237
2.1 两角差的余弦函数	237
2.2 两角和与差的正弦、余弦函数	244
2.3 两角和与差的正切函数	252
§ 3 二倍角的三角函数	261
第 1 课时	262
第 2 课时	268
本章复习	279
第 1 课时	280
第 2 课时	286

模块纵览

课标要求

1. 知识要求与数学应用

理解三角函数的定义、公式、图像和性质,以及平面向量的基础知识;发展运算能力和解决实际问题的能力;认识数学严密而富有魅力的完整体系,并构建自己的知识体系;结合类比思想、数形结合思想的运用,通过三角函数、向量解决实际问题的实践,体会数学的作用和价值,用数学的观点看待和处理日常生活以及其他学科的问题的方法,即提高学生的数学应用意识.

2. 探究过程与思维层次

三角函数和向量都是刻画现实世界某些现象的重要数学模型,具有丰富的实际背景和广泛的应用.通过背景的给出、经历、体验和实践探索过程的展现,通过数学思想方法的渗透,体会过程的重要,并在经历过程中学习知识,领会数学思想方法,感悟找到打开知识宝库金钥匙的心理体验.

3. 科学精神与学习品质

在本册教材中,任何一个新概念的引入,都特别强调了它的现实背景和应用.根据学生探求知识的循序渐进、螺旋上升的认知心理,指导学生如何去思考和推理,养成其用数学的思想和方法来思考和处理问题的习惯,并在应用中激发学生的学习兴趣 and 主动探究的欲望,逐渐形成坚韧不拔、锲而不舍地追求真理的科学精神,树立良好的情感态度和价值观.

内容概述

本册内容共三章:第一章三角函数;第二章平面向量;第三章三角恒等变形.

三角函数是描述周期现象的重要数学模型,在数学和其他领域中具有重要的作用.这是学生在高中阶段学习的最后一个基本初等函数.向量是近代数学中重要和基本的数学概念之一,它是沟通代数、几何与三角函数的一种工具,有着极其丰富的实际背景,在数学和物理中都有广泛的应用.三角恒等变形在数学中有一定的应用.

“三角函数”一章,突出了三角函数作为描述周期变化的数学模型这一本质,即通过现实世界的周期现象,在学生感受引入三角函数必要性的基础上,引出三角函数概念,研究三角函数的基本性质,并用三角函数的基础知识解决一些实际问题.

“平面向量”一章,突出强调了向量的工具特性,充分利用向量的物理背景与几何背景建立向量及其运算的概念,并在这个过程中强调用向量解决实际问题及几何问题.其中,特别强调了用向量解决几何问题的基本思想——“三步曲”,从而比较好地体现了数形结合思想.另外,作为一个应用,用向量方法推导了两角差的余弦公式.

“三角恒等变形”一章,本模块采用与传统的处理方法不同的安排,把三角恒等变形从三角函数中独立出来,其主要目的是为了在三角函数一章中突出“函数作为描述客观世界变化规律的数学模型”这条主线.在本模块中,学生将运用向量的方法推导基本的三角恒等变形公式,由此出发导出其他的三角恒等变形公式,并能运用这些公式进行简单的恒等变形.

在本模块结构中,三角函数与三角恒等变形是高中数学课程的传统内容,平面向量是1996年进入高中数学课程的内容,因此,本模块的内容属于“传统内容”.

备课札记

1. 理清本册设置, 树立模型的概念

三角函数是重要数学模型之一. 教师应根据学生的实际, 创设更加丰富鲜活的情境, 通过大量自然界的周期现象, 体会自然界、日常生活中存在着大量遵循周期性运动变化的现象, 从而体会三角函数是刻画周期现象的重要模型的意义. 通过亲身经历解决实际问题的全过程, 培养学生应用数学的意识, 提高学生的数学素养. 同时希望学生面对生活中常常遇到的现象和问题, 能有意识地从数学角度去发现它所隐含着的数学规律. 向量也是模型, 是抽象代数、线性代数、泛函分析中基本的数学模型; 也是平面力场、平面位移场的物理模型. 作为教师, 应自己体会到这一点, 才能居高临下地驾驭好教材, 才能更深层次地理解新课程理念, 从而更好地指导学生. 本模块的最大特色之一是模型教学, 而学习数学模型的最好方法是经历数学建模的过程, 应把握好教材的这一定位.

2. 领会本模块的课标精神, 创造性地使用教材

本册在内容、要求以及处理方法上都有创新. 具体表现在: ①以基本概念为主干内容贯穿本书, 削枝强干, 教材体系更显合理; ②强调联系、类比等思想方法的应用, 强调教科书的思想性, 加强思维能力的培养; ③加强几何直观, 强调数形结合思想; ④改进呈现方式, 用恰时恰点的问题引导学生学习; ⑤考虑使用信息技术. 因此, 在教学中应做到“三个充分, 一个把握”: 充分利用三角函数、向量与学生已有经验的联系创设问题情境; 充分利用相关知识的联系性, 引导学生用类比的方法进行学习; 充分发挥几何直观的作用, 注重数形结合思想方法的运用. 把握教学要求, 不搞复杂的、技巧性强的三角变换训练, 有条件的要鼓励学生使用计算器和计算机探索 and 解决问题.

3. 转变教师角色, 体现学生主体这一理念

“数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上, 教师应激发学生的学习积极性, 向学生提供充分从事数学活动的机会, 帮助他们在自主探索和合作交流的过程中, 真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法, 获得广泛的数学活动经验. 学生是学习的主人, 教师是数学学习的组织者、引导者与合作者.”这就要求我们必须认真细致地设计好课堂教学的各个环节, 改变学生的学习方式, 引导学生主动参与、乐于探究、勤于动手. 逐步培养学生收集和处理科学信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力, 以及交流与合作的能力等, 突出创新精神和实践能力的培养. 新课程教材的各模块均安排了思考、探究、观察、阅读与思考、探究与发现等活动栏目. 这些内容的设置, 激发了学生的学习兴趣, 拓展了知识视野. 教师应充分用好这些栏目, 促使他们自己去获取知识、发展能力. 做到自己能发现问题, 提出问题, 进而分析和解决问题, 为终身学习和工作奠定基础.

4. 与时俱进, 尽量使用多媒体

“应重视信息技术与数学课程内容的有机整合”. 因此, 有条件的学校尽量使用多媒体教学, 提倡多媒体辅助教学则是新课标的基本理念之一. 那种“一枝粉笔一张嘴, 一本课本讲到底”的教学方法再也跟不上时代了.

5. 本模块的内容、思想方法是近几年高考的重点和热点之一

6. 本模块课时安排

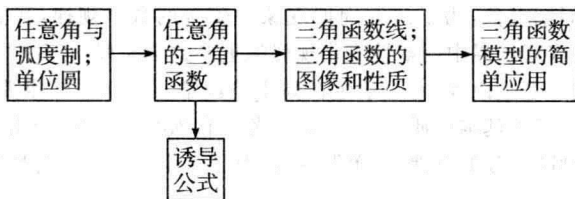
共需 38 课时, 具体分配是:

节次	标题	课时
第一章	三角函数	16 课时
第二章	平面向量	13 课时
第三章	三角恒等变形	9 课时

第一章 三角函数

本章教材分析

1. 本章知识结构如下:



2. 本章学习的内容主要是:三角函数的定义、图像、性质及应用. 三角函数是高中教材中的一种重要函数,与其他的函数相比,具有许多重要的特征,它以角为自变量,是周期函数. 三角函数是解决其他问题的重要工具,是高中阶段学习的最后一个基本初等函数,是深化函数性质的极好素材. 本章的认知基础主要是几何中圆的性质、相似形的有关知识,特别强调了单位圆的直观作用,借助单位圆直观地认识任意角、任意角的三角函数.

3. 本章教学的重点是三角函数的定义,同角三角函数的基本关系式,正弦、余弦、正切函数的图像性质及诱导公式. 难点是弧度制和图像变换的准确理解和掌握. 关键是学好三角函数定义,用好单位圆这个有力工具,从实际教学情况来看,教学中应重视学生的画图.“五点画图”虽然简单,但却易学难掌握. 在本章教学中,教师应根据学生的生活经验和已有的数学知识,通过列举熟知的实例,创设丰富的情境,使学生体会三角函数模型的意义. 教学时,可结合本章引言的章头图,让学生围绕这些问题展开讨论. 通过思考,让学生知道三角函数可以刻画这些周期变化规律,从而激发学生的求知欲.

4. 三角函数的内容一直是高考的重要内容,特别是三角函数的图像和性质,及结合三角形的基础知识为背景的三角函数知识,频频在各省高考试题中出现,难度虽有降低,却是经久不衰的高考考查内容.

5. 本章教学时间约需 16 课时,具体分配如下(仅供参考):

节次	标题	课时
§ 1	周期现象	约 1 课时
§ 2	角的概念的推广	约 1 课时
§ 3	弧度制	约 1 课时
§ 4	正弦函数和余弦函数的定义与诱导公式	约 3 课时
§ 5	正弦函数的性质与图像	约 2 课时
§ 6	余弦函数的图像与性质	约 1 课时
§ 7	正切函数	约 2 课时
§ 8	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	约 3 课时
§ 9	三角函数的简单应用	约 1 课时
	本章复习	约 1 课时

§1 周期现象

整体设计

教学分析

本节是三角函数内容的开篇第一节,主要解决为什么要学习三角函数的问题.因为自然界中存在着大量的周期现象,为了研究周期现象中蕴含的数学规律,我们才来学习三角函数.三角函数是描述客观世界中周期性变化规律的重要数学模型,有着广泛的实践意义和理论价值,是高考的重点考查内容,它是学生在高中阶段学习的又一类重要的基本初等函数.函数周期性是函数的三大基本性质之一,经常在考试和练习中出现.利用周期性可以求函数值、函数的解析式,判断函数的奇偶性、单调性等,对于学生学习函数的性质有着承上启下的作用.

怎样研究现实中的周期现象呢?本节给出了一个完整的例子——潮汐现象.其思考分析过程为:观察图片,感受周期现象→构造一个函数→收集相关数据→在坐标纸上画出散点图→观察散点图的特征→判断实例是否周期性变化.根据这个实例,在教学中要体现三个层次,第一个层次是感知,在问题提出前首先观察钱塘江潮的图片,使学生感受周期现象的存在.第二个层次是领悟、思考,在活动中发现水深和时间的函数,并在坐标纸上画出水深和时间的散点图.第三个层次观察散点图,从图中可以看出,每经过相同的时间间隔水深就重复出现相同的数值,因此水深是周期性变化的.

在教材处理上让学生多举生活中的实例,数学来源于生活,又指导生活.大千世界有很多的周期现象,让学生通过观察、类比、思考、交流、讨论,感知周期现象的存在.教科书中的三个例题使学生进一步认识到自然界存在着丰富的周期现象,目的是让学生初步探寻领悟周期现象中蕴含的数学方法,感受身边存在的大量周期现象的实例.

三维目标

通过阅读教材,联想生活中的一些实例,如单摆运动、时钟的圆周运动、潮汐、波浪、四季变化等,让学生感知周期现象.通过本节的学习,使学生对周期现象有一个初步的认识,感受到生活中处处有数学,从而激发学生用数学的观点方法来研究这些现象的欲望,培养学生学好数学的信心,学会运用联系的观点认识事物.

重点难点

教学重点:感受周期现象的存在,会判断是否为周期现象.

教学难点:周期现象的深刻理解以及简单的应用.

课时安排

1 课时

教学过程

导入新课

思路 1. 让学生各自举出日常生活中存在的周期现象的实例,在生活中处处有数学的氛围感受,从数学的角度来分析研究这些周期现象所蕴含的共同规律,由此自然地展开新课.

思路 2. (情境导入)取出一个钟表,让学生到讲台实际操作,并请学生观察时针、分针和

秒针的关系,经过讨论后得出结论:时针、分针和秒针每经过一周就会重复一次.教师点出,这种现象在数学上被称为周期现象.然后教师引导学生阅读课本,进而展开新课.

推进新课

新知探究

提出问题

- (1)什么是周期现象?每人各自举出3个以上周期现象的实例.
- (2)周期现象与函数的概念有什么联系?
- (3)如何画出“散点图”?
- (4)如何理解“散点图”?图1中横坐标和纵坐标分别表示什么?

活动:引导学生自主学习本节的相关内容,并思考理解周期现象的数学含义,理解周期现象中两个量的变化与函数中两个量的变化联系,尝试着用函数的视角来分析并解释周期现象.例如:对于函数 $f(x)$,自变量每增加或减少一个定值(这样的定值可以有很多个),函数值就重复出现,这样的函数我们就叫做周期函数.

课本中的潮汐现象已经给出了相关数据(实际操作中学生应学会自己采集相关数据),教师引导学生观察表格中的数据,并发现规律,比如重复出现的几个数据.

指导学生根据散点图中点的位置排列,进一步理解周期现象的含义以及散点图中横、纵坐标表示的量.当潮汐发生时,水的深度会产生周期性变化,为了研究水深的变化规律,我们可以构造一个函数.例如,确定一个位置,考察该处水深 H 和时间 t 的关系,那么 H 就是 t 的函数.

下表是某港口在某一天水深与时间的对应关系表,通过表中数据,我们来研究 $H(t)$ 这个函数.

时刻	水深/m	时刻	水深/m	时刻	水深/m
1:00	5.0	9:00	2.5	17:00	6.2
2:00	6.2	10:00	2.7	18:00	5.3
3:00	7.5	11:00	3.5	19:00	4.1
4:00	7.3	12:00	4.4	20:00	3.1
5:00	6.2	13:00	5.0	21:00	2.5
6:00	5.3	14:00	6.2	22:00	2.7
7:00	4.1	15:00	7.5	23:00	3.5
8:00	3.1	16:00	7.3	24:00	4.4

根据上表提供的数据在坐标纸上可以作出水深 H 与时间 t 关系的散点图(如图1).

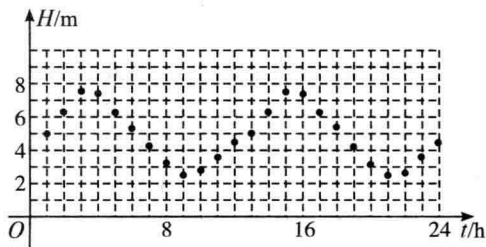


图1

备课札记

教师进一步引导学生举出生活中存在周期现象的例子,并结合实例与学生进一步探究、升华周期现象,丰富学生对周期现象的感知。例如:

实例 1. 让学生观察钱塘江潮的图片(投影图片),并介绍:钱塘江是浙江省的第一大河,它位于浙江省北部,全长 605 千米,河域面积五万平方千米,占全省面积的百分之四十三,是我国东南沿海的一条著名江流。利用课件,让学生看看潮水,听听潮声,感受一下钱塘江潮的宏伟气势。教师适时引导学生注意波浪是怎样变化的?师生讨论总结得出:波浪每隔一段时间会重复出现,这是一种周期现象。

实例 2. 大海富饶、美丽、博大、宽广,壮丽的海上日出,美丽的神话传说唤起了人们对海的向往。众所周知,海水受月亮、太阳的引力,在一定的时候发生涨落现象。一般地,早潮叫潮,晚潮叫汐,大约在每一昼夜的时间里,潮水会涨落两次,这种现象就是我们今天刚刚学到的周期现象。人们根据海水的这一规律,在通常情况下,航船在涨潮时驶进航道,靠近码头,卸货后,在落潮时返回海洋,这是人们充分利用周期规律的典型例子。

实例 3. 我们平时所说的年、月、日,实际上是自然界存在的周期性天文现象。太阳东升西落的周期是一日;月亮由圆到缺,又由缺到圆,这就是一月,即周期为一月;冬去春来,循环往复,这就是一年,即周期为一年。这些周期性现象向人们展示了时间的进程。

实例 4. 太阳表面的太阳黑子活动也是周期性天文现象。黑子是光球层上的巨大气流漩涡,大多呈近似椭圆形,在明亮的光球背景反衬下显得比较暗黑,但实际上它们的温度高达 $4\,000\text{ }^{\circ}\text{C}$ 左右。倘若能把黑子单独取出,一个大黑子便可以发出相当于满月的光芒。太阳表面上黑子出现的情况是不断变化的,这种变化反映了太阳辐射能量的变化。太阳黑子的变化存在复杂的周期现象,平均活动周期为 11.2 年。

实例 5. 在医学上,心脏收缩和舒张有规律的交替进行,称为心动周期。心房与心室每收缩和舒张一次,即为一个心动周期。正常心动周期的顺序为:首先两心房收缩,一般占 0.1 秒(以每分钟心跳 75 次计算);继而心房舒张,持续 0.7 秒。当心房收缩时,心室处于舒张状态,持续 0.5 秒;心房进入舒张后不久,心室开始收缩,持续 0.3 秒,随即又进入舒张状态。在正常情况下,左、右心房和左、右心室收缩和舒张活动几乎是同步进行的。另一方面,无论心房或心室,收缩期均短于舒张期。心动周期的持续时间与心跳频率有关,心率过快,心动周期时间就过短,心房和心室的舒张时间也过少,这样就会影响心脏内血液充盈程度,降低每次心搏的输出量。

实例 6. 蜕皮(tuipi)。昆虫纲和甲壳纲等节肢动物的体表具有坚硬的角质层,虽有保护身体的作用,但限制动物的生长发育。因此,在胚后发育过程中,必须进行一次或数次脱去旧表皮,再长出宽大的新表皮后,才变成成虫,这种现象称为蜕皮。只有这样,虫体才能得以继续充分生长发育。显然,蜕皮现象是自然界存在的周期性自然现象。但蜕皮的准备和蜕皮过程是连续进行的。此外,脊椎动物爬行类的蜕皮现象尤为明显,如蜥蜴和蛇具有双层角质层,其外层在定期蜕皮时脱掉;蛇的外层角质层连同眼球外面透明的皮肤,约 2 个月完整地脱落 1 次。

实例 7. 自出生之日起,人的情绪、体力、智力等心理、生理状况就呈周期变化。根据心理学家的统计,人体节律分为体力节律、情绪节律和智力节律三种。这些节律的时间周期分别为 23 天、28 天、33 天。每个节律周期又分为高潮期、临界日和低潮期三个阶段。以上三个节律周期的半数临界日,这就是说 11.5 天、14 天、16.5 天分别为体力节律、情绪节律和智力节律的临界日。临界日的前半期为高潮期,后半期为低潮期。生日前一天是起始位置(平衡位置),根据自己的出生日期,就能绘制出自己的体力、情绪和智力曲线,并总结出自己在什么时候应当控制情绪,在什么时候应当鼓励自己,在什么时候应当加强锻炼,在什么时候应当保持体力,以便更好地做好工作。这是人们充分利用人体自身的周期规律、顺应自然的又一典例。

实例 8. 化学元素的性质取决于核外电子的分布, 而核外电子的分布是周期性地重复着类似的排列, 于是, 元素的性质也就出现了周期性的变化, 根据这些变化科学家制定了元素周期表, 以揭示元素周期性变化规律, 最著名的有门捷列夫的元素周期表等. 物理学科中这种周期性运动变化规律更是大量存在, 如单摆的简谐运动、交流电的电压变化规律等.

根据以上实例, 教师与学生一起归纳提高: 在我们生活的周围存在着大量的周期规律, 充分认识这些规律, 就能更好地造福于人类、造福于社会, 而本章三角函数正是刻画周期现象的一类重要数学模型. 学习中要通过具体现象细心观察、类比、思考、交流、讨论, 感知周期现象的存在, 并用学到的数学知识再应用于实践. 由此可见, 数学来源于生活, 又指导生活, 学好数学对我们来说是多么的重要. 这也就理解了为什么数学家说“数学不仅是人类语言, 也是宇宙语言”的道理.

讨论结果: (1)~(4)略.

应用示例

例 1 地球围绕着太阳转(图 2), 地球到太阳的距离 y 随时间 t 的变化是周期性的吗?

活动: 教师引导学生回忆物理学的相关知识, 结合函数的概念进行思考分析.

解: 根据物理学知识, 我们知道在任何一个确定的时刻, 地球与太阳的距离 y 是唯一确定的, 每经过一年地球围绕着太阳转一周. 无论从哪个时刻 t 算起, 经过一年时间, 地球又回到原来的位置, 所以, 地球与太阳的距离是周期变化的.

点评: 理解周期现象及相关知识.

例 2 图 3 是钟摆的示意图. 摆心 A 到铅垂线 MN 的距离记为 y , 钟摆偏离铅垂线 MN 的角记为 θ . 根据物理知识, y 与 θ 都随时间的变化而周期性变化.

例 3 图 4 是水车的示意图. 水车上 A 点到水面的距离为 y . 假设水车 5 min 转一圈, 那么 y 的值每经过 5 min 就会重复出现, 因此, 距离 y 随时间 t 的变化规律也具有周期性.

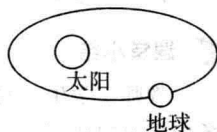


图 2

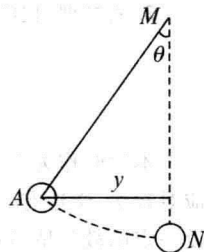


图 3

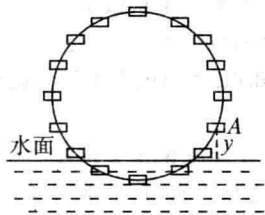


图 4

点评: 抓住周期现象与函数的内在联系, 从众多变量中找出具有反映周期现象本质的两个量, 其因变量的值随着主变量每隔一定的变化时都会重复出现. 培养学生善于从众多复杂现象中迅速抓住本质的能力.

变式训练

走路时我们的手臂自然地随步伐周期性的摆动, 那么手臂的摆动满足什么规律呢?

解: 如图 5, 以 ON 代表手臂的垂直位置, 当手臂摆动到 OP 位置时, 设 $\theta = \angle PON$ 为摆动的幅角, y 为 P 点离开直线 ON 的水平距离, r 为手臂的

备课札记

长度,根据初中平面几何知识可知 $y=r\sin\theta$.

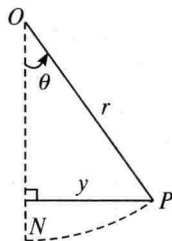


图 5

知能训练

课本习题 1—1 1、2.

课堂小结

教师与学生一起回顾本节课都学到了哪些数学知识与数学方法,怎样从杂乱无章的现象中探寻规律. 与学生一起探寻周期性变化规律对国家建设、制定未来计划,以及我们的学习、生活都发挥着哪些积极作用. 数学的伟大使命在于从混沌中发现规律,让我们借助本节的方法体会整章的风貌,让本章的探究体会为我们今后的学习插上翅膀.

作业

1. 课本习题 1—1 3.
2. 从物理、化学、生物、地理、历史等其他学科中举出周期现象的例子.

设计感想

本课时作为全章第一节开头,有仰望全章、激发探究、投石问路之意,因此在教案设计上应对教法、学法有一定设计,并对全章略做提点,也算抛砖引玉,以解学生之疑. 本节通过创设一定的教学情境,让学生感知周期现象,并引导学生从数学的角度来分析探究这种现象,目的是让学生初步探寻领悟周期现象中蕴含的数学方法,感受身边存在的大量的周期现象的实例,以便于进一步学习三角函数的有关知识. 本节内容实际上就是引导学生通过大量的类似现象来寻找规律.

引导学生经历探索规律的过程这一步对学生来说至关重要,一开始不可要求学生机械地套用课本实例. 因为每个问题都有着多种变化因素,每个学生都有着自己独特的体验,有了探索规律的过程,学生在面对新的现象或问题时,才能主动应用相关的策略,找到解决问题的方法. 所以在教学时不能因为贪图省事而简单地告诉学生这个是周期现象,让学生放弃了自主探索、合作交流的机会,那才真是捡了芝麻丢了西瓜.

习题详解

习题 1—1

1. 解:由题意知钟摆的周期为 $T=1.8$ 秒.

$\therefore 1$ 分钟 $=1.8 \times 33 + 0.6$ 秒,又 $\frac{1}{4}T=0.45$,

$\therefore$ 钟摆在铅垂线的左边.

点拨:根据钟摆的周期,可知在第一、四个 $\frac{1}{4}T$ 钟摆在铅垂线的左边,在第二、三个 $\frac{1}{4}T$ 钟摆在铅垂线的右边.

2. 解:由题意,知钟摆的周期为 T ,则 $\frac{3}{4}T=5$,所以 $T=\frac{20}{3}$.

所以第三次经过 M 点需要 $\frac{20}{3}-2=\frac{14}{3}$ 秒.

点拨:根据题意,求出质点的运动周期即可.

3. 点拨:由摩天轮的转动周期,得 8 小时内转动 24 圈,设每人只坐一圈且每次坐满,则最多乘坐 $24 \times 8 \times 4 = 768$ 人.

备课资料

一、周期现象

1. 植物开花有早有晚,并随光照时间的长短而变化,这是周期现象吗?请解释这一现象.

地球上不同纬度地区,在植物生长季节里每天昼夜长短比例不同,对植物的开花结实有明显的影响,这叫作光周期现象.根据植物对光周期反应的不同,可分为长日照植物、短日照植物和中间性植物.长日照植物在生长过程中有一段时间每天需要有 12 小时以上的光照时数才能开花,光照时间越长,开花越早.短日照植物,每天光照时数在 12 小时以下才能开花,在一定范围内黑暗期越长,开花越早.中间性植物,对光照长短没有严格要求,只要生存条件适宜就可开花结实.在农业生产和园艺植物栽培中,花期的控制以及引种工作中,研究植物的光周期现象具有重要的意义.动物也有明显的光周期现象,在脊椎动物中表现得最典型的就是一些鸟类,很多鸟类的迁徙都是由日照长短的变化而引起的.由于日照长短的变化是地球上最严格和最稳定的周期变化,所以是生物节律最可靠的信号系统.鸟类在不同年份迁离某地和到达某地的时间都不会相差几日,如此严格的迁徙规律是任何其他因素(如温度的变化,食物的短缺等)都不能解释的.同样,各种鸟类每年开始繁殖的时间也是由日照时间的长度变化决定的.

2. 流星雨是周期性的现象吗?

流星雨是周期性的现象,每年都有,有三大流星雨最为著名.

英仙座流星雨,英仙座流星雨每年固定在 7 月 17 日到 8 月 24 日这段时间出现,它不仅数量多,而且几乎从来没有在夏季星空中缺席过,其地位列全年三大周期性流星雨之首.彗星 Swift-Tuttle 是英仙座流星雨之母,1992 年该彗星通过近日点前后,英仙座流星雨大放异彩,流星数目达到每小时 400 颗以上.

天龙座流星雨,天龙座流星雨在每年的 10 月 6 日至 10 日左右出现,极大日是 10 月 8 日,该流星雨是全年三大周期性流星雨之一,最高时流量可以达到每小时 120 颗,其极大日一般接近新月,月光影响小,为观测者提供了很好的观测条件,Giacobini-Zinner 彗星是天龙座流星雨的本源.

天琴座流星雨,天琴座流星雨一般出现于每年的 4 月 19 日至 23 日,通常 22 日是极大日,该流星雨是我国最早记录的流星雨,在古代典籍《春秋》中就有对其在公元前 687 年大爆发的生动记载.彗星 1861I 的轨道碎片形成了天琴座流星雨,该流星雨作为全年三大周期性流星雨之一,在天文学中占有着极其重要的地位.

二、如何理解周期现象与三角函数的关系

我们是生活在周期变化的世界中,大到地球、月亮,小到原子、电子都在周期地运动,时间在年复一年,月复一月,日复一日地变化,所有的生物都会生老病死,等等.研究周期变化