

全国普通高校
电子信息与
电气学科
基础规划教材

信号与系统

郭改枝 俞宗佐 郭 瑛 编著



清华大学出版社

全国普通高校电子信息与电气学科基础规划教

信号与系统

郭改枝 俞宗佐 郭瑛 编著

TN 911.6-X3

93



北航

C1694160

清华大学出版社

北京

185500310

内 容 简 介

本书主要介绍连续时间信号与系统的基本概念及时域分析方法、离散时间信号与系统及时域分析方法、三大变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z变换)、系统的状态变量分析法等内容。为了让学生在学习信号与系统基本知识的同时,掌握计算机辅助分析的方法,本书加入了 MATLAB 实践部分,使用 MATLAB 对每章讲述的重点、难点内容进行形象、直观的计算机模拟与仿真实现,从而加深对信号与系统基本原理、方法及应用的理解决,为了帮助读者掌握所学内容,提高分析和解决问题的能力,书中每章均附有习题,书后附有各章典型习题的参考答案。

本书适合作为普通高等学校电子信息类专业和相近专业的本科生和工程硕士研究生的教材及非电子信息类专业硕士研究生教材,也可作为科技人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/郭改枝等编著.--北京:清华大学出版社,2013

全国普通高校电子信息与电气学科基础规划教材

ISBN 978-7-302-33715-7

I. ①信… II. ①郭… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 204659 号

责任编辑:梁 颖 薛 阳

封面设计:傅瑞学

责任校对:李建庄

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:23

字 数:574 千字

版 次:2013 年 11 月第 1 版

印 次:2013 年 11 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:39.00 元

产品编号:050290-01

前言

本书是为高等院校电子技术类专业编写的教学用书。“信号与系统”课程的目的是使学生掌握信号、系统、网络系统函数、频谱、时域分析、频域分析等基本概念。掌握线性系统的时域、频域、复频域分析方法。培养学生分析问题与解决问题的能力,同时为学生学习后续的通信原理、数字信号处理课程打下扎实的理论基础。

本书共分7章。第1章介绍连续时间信号与系统的基本概念;第2章介绍连续信号与系统的时域分析方法;第3章介绍离散时间信号与系统及时域分析方法;第4~6章分别介绍三大变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换、 Z 变换);第7章介绍系统的状态变量分析法。全书采用国际单位制。为了帮助读者掌握所学内容,提高分析和解决问题的能力,书中每章末均附有习题,书后附有各章典型习题的参考答案。本书还有配套的习题指导,可以为读者提供课后习题的解题思路和指导。

为了适应信息时代的发展需要,让学生在学习信号与系统基本知识的同时,掌握计算机辅助分析的方法,本书在每章的最后一节加入了MATLAB实践部分,使用MATLAB对本章讲述的重点、难点内容进行形象、直观的计算机模拟与仿真实现,从而加深对信号与系统基本原理、方法及应用的理 解,使读者从基本理论过渡到实际应用。在每章的习题中也有配套的MATLAB上机练习题,供读者进行上机实践。

本书在编写过程中注意保持了教学内容的完整性,同时汲取了校内外多位教师的宝贵意见,反复调整了本书的章节安排,力求能系统地介绍信号与系统理论的基本概念和基本分析方法。在写作中,力求做到层次清楚,语言简洁流畅,重点突出,便于读者循序渐进地系统学习,领会重点和难点内容。MATLAB部分的所有实例均通过实际上机调试,并在附录中专门介绍了MATLAB软件的使用,实践性强,适合初学者使用。

本书的第1~5章的信号与系统理论部分由郭改枝执笔完成,第6章和第7章及附录以及本书各章的MATLAB实践部分均由俞宗佐执笔完成,书中的习题及配套的习题指导全部由郭瑛完成,全书由郭改枝统稿。

本书还有配套的资料、习题及课外考研辅导系列书随后出版。

本书是在内蒙古师范大学各级领导和相关教师的关心和支持下完成的,在编写过程中得到了内蒙古大学李树华教授的指导,在修订过程中得到了内蒙古师范大学计算机专业研究生的帮助,在此谨表示衷心的感谢。

限于编者水平,错误与不妥之处在所难免,敬请读者批评指正。请使用如下电子邮件地址联系。E-mail:ciecggz@imnu.edu.cn。

编 者

2013年9月

目 录

第 1 章 信号与线性时不变系统	1
1.1 信号与系统	1
1.1.1 如何理解信号	1
1.1.2 如何理解系统	2
1.2 信号的描述及分类	2
1.2.1 信号的分类	2
1.2.2 常用信号	5
1.3 信号的运算	8
1.3.1 概念	8
1.3.2 信号的其他运算	11
1.4 奇异信号	11
1.4.1 单位斜变信号	11
1.4.2 单位阶跃信号 $u(t)$	12
1.4.3 单位冲激信号 $\delta(t)$	14
1.4.4 冲激偶信号 $\delta'(t)$	17
1.5 信号的分解	20
1.6 系统模型及其分类	23
1.6.1 系统模型	23
1.6.2 系统的分类	25
1.6.3 系统的联结	27
1.7 信号与系统的应用	27
1.8 连续时间信号产生与运算的 MATLAB 实现	28
1.8.1 MATLAB 中连续时间信号的表示	28
1.8.2 MATLAB 中连续时间信号的运算	32
习题	34
第 2 章 连续时间系统的时域分析	38
2.1 系统分析方法	38
2.2 微分方程的建立与求解	39
2.2.1 微分方程的建立	39
2.2.2 解微分方程	41
2.2.3 常用到的概念	43
2.3 起始点的跳变——从 0_- 到 0_+ 状态的转换	45
2.3.1 起始点的跳变——从 0_- 到 0_+ 状态的转换	45

2.3.2	几个重要概念	45
2.3.3	从 0_- 到 0_+ 状态的转换	45
2.3.4	确定初始备件的方法	46
2.3.5	$\delta(t)$ 函数匹配法(平衡法)确定初始条件	48
2.4	零输入响应和零状态响应	50
2.4.1	基本概念	50
2.4.2	完全响应的求解过程	50
2.4.3	线性特性	52
2.5	冲激响应与阶跃响应	52
2.5.1	冲激响应 $h(t)$	52
2.5.2	阶跃响应 $g(t)$	54
2.6	卷积	55
2.7	卷积的性质	59
2.7.1	卷积的性质	59
2.7.2	卷积的应用	65
2.8	信号的相关	66
2.8.1	信号的自相关函数	66
2.8.2	信号的互相关函数	69
2.8.3	相关与卷积的关系	70
2.9	用 MATLAB 实现连续时间系统的时域分析	71
2.9.1	MATLAB 中连续时间系统零状态响应求解	71
2.9.2	卷积的实现	73
	习题	76
第3章	离散信号与离散系统	80
3.1	序列——离散时间信号	80
3.1.1	概念	80
3.1.2	离散时间信号的运算	81
3.1.3	几种典型序列	84
3.2	离散系统的数学模型——常系数差分方程	89
3.3	离散时间系统的特点	91
3.4	离散时间系统的模拟	92
3.4.1	离散时间系统运算单元	92
3.4.2	离散时间系统的阶数	93
3.5	求解常系数的差分方程	94
3.5.1	用迭代法(或称递推法)求解常系数差分方程	94
3.5.2	用时域经典法(齐次解+特解)求解常系数差分方程	96
3.6	离散时间系统的单位样值(单位冲激)响应	100
3.6.1	单位样值响应的求解方法	100

3.6.2	因果系统与稳定系统	104
3.7	卷积(卷积和)	104
3.7.1	序列的卷积和	104
3.7.2	卷积和的计算	106
3.8	离散信号的自相关函数	110
3.9	离散时间信号与系统时域分析的 MATLAB 实现	112
3.9.1	MATLAB 中离散时间信号的表示	112
3.9.2	离散时间信号的简单时域变换	114
3.9.3	离散系统的时域响应	116
3.9.4	离散时间信号的卷积(卷积和)	118
	习题	120
第 4 章	信号的频域分析——傅里叶变换	124
4.1	周期信号的傅里叶级数分析	125
4.1.1	三角函数形式的傅里叶级数	125
4.1.2	指数形式的傅里叶级数	129
4.1.3	函数的对称性与傅里叶系数的关系	132
4.1.4	傅里叶有限项级数与最小方均误差	133
4.2	典型周期信号的傅里叶级数	135
4.3	傅里叶变换——非周期信号的频谱分析方法	141
4.3.1	定义的引出	141
4.3.2	傅里叶变换的含义	142
4.3.3	傅里叶变换存在的条件	142
4.4	几种典型非周期信号的傅里叶变换	143
4.4.1	矩形脉冲信号	143
4.4.2	单、双边指数信号	144
4.4.3	符号函数 $\text{sgn}(t)$	146
4.4.4	升余弦函数	147
4.5	冲激函数和阶跃函数的傅里叶变换	148
4.5.1	冲激函数的傅里叶变换	148
4.5.2	冲激偶函数的傅里叶变换	149
4.5.3	阶跃函数的傅里叶变换	150
4.6	傅里叶变换的基本性质	150
4.6.1	对称性	150
4.6.2	线性特性	152
4.6.3	奇、偶、虚、实特性	152
4.6.4	尺度变换特性——时频展缩特性	153
4.6.5	时移特性	155
4.6.6	频移特性	157

4.6.7	微分特性	158
4.6.8	积分特性——时域积分	160
4.6.9	卷积特性	162
4.7	周期信号的傅里叶变换	166
4.7.1	正(余)弦信号的傅里叶变换	166
4.7.2	其他周期信号的傅里叶变换	166
4.7.3	周期性脉冲序列的傅里叶级数系数 F_n 与 $F[f_0(t)]$ 的关系	167
4.8	抽样信号的傅里叶变换	170
4.8.1	时域抽样	171
4.8.2	频域抽样	173
4.9	抽样定理	174
4.10	连续线性时不变系统的频域分析方法	175
4.10.1	系统在非周期信号激励下的响应	175
4.10.2	系统在周期信号激励下的响应	181
4.11	无失真传输	184
4.12	理想低通滤波器的单位冲激响应	186
4.13	理想低通滤波器的阶跃响应	189
4.14	调制与解调	192
4.14.1	调制信号	192
4.14.2	双边带传输抑制载波	192
4.14.3	单边带传输抑制载波	193
4.15	激励和响应的能量谱与功率谱	195
4.15.1	能量有限信号和功率有限信号	195
4.15.2	能量谱	196
4.15.3	功率谱	196
4.15.4	系统特性对激励信号自相关函数的影响	197
4.15.5	周期信号的功率谱	197
4.16	佩利——维纳准则和希尔伯特变换	199
4.16.1	佩利——维纳准则	199
4.16.2	希尔伯特变换	201
4.17	连续时间系统频域分析的 MATLAB 实现	204
4.17.1	连续时间信号的傅里叶变换与逆变换	204
4.17.2	周期信号的频谱	205
4.17.3	非周期信号的频谱	206
习题		209
第 5 章 连续时间信号的复频域分析		214
5.1	引言	214
5.2	拉普拉斯变换(LT)的定义及其收敛域	215

5.2.1	由傅里叶变换引出拉普拉斯变换	215
5.2.2	(单边)拉氏变换的收敛域	215
5.2.3	常用信号的拉氏变换	216
5.3	拉氏变换的基本性质	218
5.3.1	线性特性(叠加性)	218
5.3.2	时域微分特性	218
5.3.3	时域积分定理	219
5.3.4	延时(时域平移)	221
5.3.5	S域平移	221
5.3.6	尺度变换	222
5.3.7	初值定理	222
5.3.8	终值定理	223
5.3.9	S域微分定理	224
5.3.10	S域积分定理	225
5.3.11	时域卷积特性	225
5.4	拉氏变换逆变换	226
5.4.1	部分分式分解	226
5.4.2	部分分式分解方法的几种情况	226
5.4.3	用留数定理求逆变换	230
5.5	用拉氏变换法分析电路、S域元件模型	231
5.5.1	对微分方程进行拉氏变化(LT)	231
5.5.2	用“S域元件模型法”求解	232
5.6	系统函数 $H(s)$	236
5.6.1	$H(s)$ 的概念	236
5.6.2	$H(s)$ 的求法	237
5.7	由 $H(s)$ 的零、极点分布决定系统的时域特性	238
5.7.1	零、极点的概念	238
5.7.2	由 $H(s)$ 的极点分布决定 $h(t)$ 的函数特性	239
5.7.3	$H(s)$ 零点分布的情况只影响到时域函数的幅度和相位	240
5.7.4	$H(s)$, $E(s)$ 极点分布与自由响应,强迫响应特征的对应	241
5.8	由系统函数零极点分布决定频响特性	242
5.8.1	频响特性	242
5.8.2	频响曲线	243
5.9	线性系统的稳定性	248
5.9.1	了解稳定性的含义	248
5.9.2	稳定性的定义	248
5.9.3	判断稳定性的方法	249
5.10	连续时间系统 S域分析的 MATLAB 实现	250
5.10.1	利用 MATLAB 求解拉氏变换及拉氏逆变换	250

5.10.2	利用 MATLAB 实现部分分式的展开	251
5.10.3	利用 MATLAB 得到系统函数 $H(s)$ 的零极点图	251
5.10.4	利用 MATLAB 分析系统的频率特性	252
习题		254
第 6 章	Z 变换、离散时间系统的 Z 域分析	259
6.1	从连续信号抽样的拉普拉斯变换到 Z 变换	259
6.2	Z 变换定义、典型序列的 Z 变换	260
6.2.1	Z 变换定义	260
6.2.2	典型序列的 Z 变换	260
6.3	Z 变换的收敛域	265
6.3.1	Z 变换的收敛域定义	265
6.3.2	级数收敛的充分必要条件	265
6.4	逆 Z 变换	267
6.5	Z 变换的基本性质	274
6.6	Z 变换与拉普拉斯变换的关系	282
6.6.1	z 平面与 s 平面的映射关系	282
6.6.2	Z 变换与拉氏变换表达式的对应关系	283
6.7	利用 Z 变换解差分方程	284
6.8	离散时间系统的系统函数	286
6.8.1	单位样值响应与系统函数	287
6.8.2	系统函数的零极点分布对系统特性的影响	288
6.9	离散时间系统信号流程图表示法及系统函数结构图	290
6.9.1	用信号流程图表示离散时间系统	290
6.9.2	系统函数结构图	292
6.10	离散系统的 Z 域分析在 MATLAB 中的实现	296
6.10.1	Z 变换和逆 Z 变换的 MATLAB 实现	296
6.10.2	用 MATLAB 实现部分分式的展开	297
6.10.3	用 MATLAB 得到系统函数 $H(z)$ 的零极点图	297
6.10.4	用 MATLAB 分析系统的频率特性	298
习题		299
第 7 章	系统的状态变量分析	303
7.1	状态变量与状态方程	303
7.1.1	系统用状态变量描述的基本术语	304
7.1.2	系统的状态变量描述	305
7.2	连续时间系统状态方程的建立	307
7.2.1	根据电路图列写状态方程	307
7.2.2	由系统的模拟框图或信号流程图建立状态方程	309

7.2.3 由微分方程或系统函数建立状态方程	310
7.3 离散时间系统状态方程的建立	313
7.3.1 由系统框图或信号流图建立状态方程	313
7.3.2 由差分方程或系统函数建立状态方程	314
7.4 连续时间系统状态方程的求解	315
7.4.1 时域解法	315
7.4.2 变换域解法	317
7.5 离散时间系统状态方程的求解	318
7.5.1 时域解法	318
7.5.2 变换域解法	319
7.6 系统的可控制性与可观测性	321
7.7 系统状态变量分析的 MATLAB 实现	322
7.7.1 用 MATLAB 实现系统微分方程到状态方程的转换	322
7.7.2 用 MATLAB 由系统的状态方程求系统函数	323
7.7.3 用 MATLAB 求解连续系统状态方程	324
7.7.4 用 MATLAB 求解离散系统状态方程	325
习题	327
 附录 A MATLAB 简介	 332
 习题答案	 343
 参考文献	 355

第1章 信号与线性时不变系统

[教学目的和要求]

掌握信号与系统的基本概念,了解信号的描述、分类、运算、分解及系统的模型、分类与分析方法,重点掌握并理解奇异信号的定义、性质和线性时不变系统的特点。

[教学内容]

1. 信号与系统。
2. 信号的描述、分类和典型示例。
3. 信号的运算与分解。
4. 阶跃信号与冲激信号。
5. 系统模型及其分类。
6. 线性时不变系统。
7. 连续时间信号产生与运算的 MATLAB 实现。

[教学重点与难点]

教学重点:

1. 阶跃信号与冲激信号。
2. 线性时不变系统。

教学难点:

冲激信号与冲激偶信号的性质。

1.1 信号与系统

在信号与系统中,有两大系统分别为连续(信号)系统和离散(信号)系统;三大变换分别为傅里叶变换、拉氏变换和 Z 变换。

1.1.1 如何理解信号

在信息化社会,总存在信息的产生、交换和传播。信号是带有信息(如语言、图像、数据等)的随时间(和空间)变化的物理量。信号都携带一定的消息。由于形式的不同,有电信号、光信号、声音信号等。总之信息是消息的内容。消息是信息的形式。信号是消息的载体,与消息一一对应。例如,古代战争中使用的“烽火台”,实现的是光信号的传输;“鸣金收兵”,实现的是声信号的传输;自从贝尔发明了电话,实现电信号的传输后,各种通信方式得

到大力发展。现在我们使用的固定电话网、移动通信网、各类计算机网形成了一门新的技术——“信息技术”。

信号主要从三个方面进行处置：①信号的处理(如整流、滤波、放大等)；②信号的交换(如交换机对信号的作用)；③信号的传输(如通信网中信号从甲传到乙)。不论是哪方面，都会涉及对信号进行各种分析，例如，如何描述用到的信号，是否需要将其分解为若干分量，该信号具备哪些特征，怎样对信号进行相应的变换以得到更适合或更便于使用的信号等。

学习“信号与系统”这门课程的目的是：掌握关于信号分析的理论基础知识。除此之外，还会学习有关“系统”的分析方法。

1.1.2 如何理解系统

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

结合已经熟悉的“电路”概念来理解系统。通俗地讲，经常提到的通信系统、电力系统、导航系统等，都是由各种具体的电路来构成的。换句话说“电路”作为一个基本的“系统”，其功能就是为了完成前面讲的对信号的各种处理、变换以及传输。在通信中，信号的形式可以是窄带随机信号和宽平稳随机信号；而传输的过程，可以使用有线信道、无线信道或者光纤，还应注意各种噪声的处理。

很多情况下，“电路”和“系统”这两个名词可以通用，二者的区别仅在于考虑问题的角度不同：“系统”，是针对给定的信号形式以及在传输和处理时有哪些要求，从全局意义上考虑其应具备怎样的功能和特性；“电路”，则是具体确定为了实现该系统，应具有何种结构和参数。

例如，对于稳压器，从系统的角度来分析，考虑输入与输出的相关信息及功能特性，输入220V-50Hz的交流信号，输出用户需求的直流信号。从电路的角度分析，考虑组成电路的结构和参数，稳压器的电路结构分为变压器、整流、滤波、稳压四部分。从所选取的参数来分析，要考虑变压器的大小、整流管大小、滤波电容的容量等参数，以及在稳压电路中调整管、比较管、稳压管、取样电路中的取样电阻的大小。各种参数的选取依据是离不开用户需求的。无论从系统分析还是从系统综合来说，什么样的信号就在什么样的系统中运行，模拟信号在模拟系统中运行，数字信号在数字系统中运行。总之，信号与系统的关系是：信号是离不开系统的，信号与系统是不可分离的。

1.2 信号的描述及分类

常用信号的描述方法有3类：①数学表达式(最基本、最常用)；②画信号波形(最直观)；③进行频谱分析、各类正交变换以及其他方式来描述。这3种方法不仅适用于连续信号，也适用于数字信号。

1.2.1 信号的分类

1. 根据函数值是否确定分为确定信号与随机信号

确定信号：若信号被表示为一个确定的时间函数，对于指定的某一时刻，可确定一个相

应的函数值则该信号称为确定信号。例如,正弦信号是一个确定信号,如图 1-1 所示。

实际传输的信号往往具有不可预知的不确定性,这种信号称为随机信号或不确定信号。随机信号不能给出确切的时间函数,只可能知道它的统计特性,如在某时刻出现某一数值的概率,如图 1-2 所示。

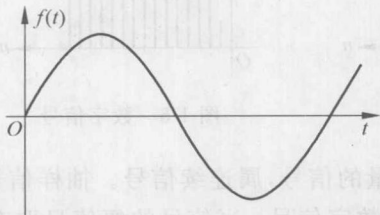


图 1-1 确定信号

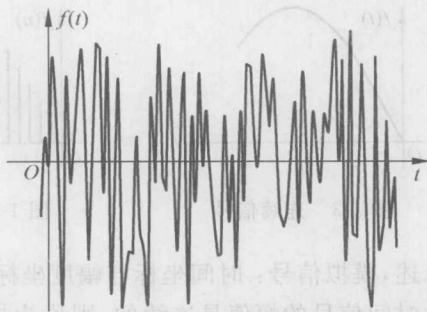


图 1-2 随机信号

在一定条件下,随机信号会表现出某种确定性,所以首先要研究确定信号,在此基础上,根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

确定信号可分为周期信号与非周期信号。

周期信号以一定时间间隔周而复始,而且无始无终,可表示为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots (\text{任意整数})$$

其中, T 为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程,便可确定它在任一时刻的数值。

非周期信号在时间上不具有周而复始的特性,若令周期信号的周期 T 趋于无限大,则成为非周期信号。

2. 根据所定义的时间范围分为连续信号与离散信号

连续信号随时间连续变化,表示为 $f(t) (-\infty < t < \infty)$ 。最常见的连续信号是模拟信号(在时间轴和幅度轴上都连续),如图 1-3 所示。若 $f(t) (0 \leq t < \infty)$ 且 $f(t) = 0 (t < 0)$ 的信号称为因果信号。连续信号经过加、减、乘、除、微分、积分后一般还是连续信号。在信号与系统中,把存在有限个间断点的信号也表示为连续信号。

离散信号: 在时间轴上只有若干个间断点才有数值,而其他点没有意义的信号称为离散信号,表示为 $f(n) (-\infty < n < \infty)$,一般 n 是取负无穷到正无穷之间包含零点的一系列整数。

【例 1-1】离散信号示例

$$f(n) = \begin{cases} 1 & n = -1 \\ 2 & n = 0 \\ 3 & n = 1 \\ 2 & n = 2 \\ 1 & n = 3 \\ 0 & n \text{ 为其余值} \end{cases}$$

$$x(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ 3 & n = 2 \\ 1 & n = 3 \\ 0 & n \text{ 为其余值} \end{cases}$$

若离散信号 $n < 0$ 时所有数值为零, 即 $x(n) = 0 (n < 0)$, 则称该离散信号为**因果信号**, 可理解为只在某些离散的时刻有函数值, 在其他时间段没有定义。

离散信号又进一步可分为**抽样信号**(幅度连续)和**数字信号**(幅度离散), 如图 1-4 和图 1-5 所示。

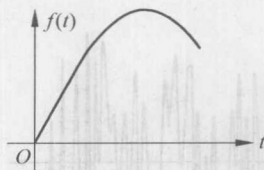


图 1-3 连续信号

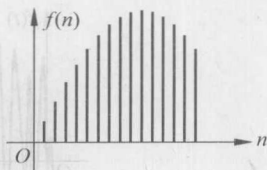


图 1-4 抽样信号

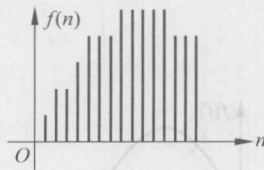


图 1-5 数字信号

总述, 模拟信号: 时间坐标与幅度坐标均为连续量的信号, 属连续信号。抽样信号: 如果离散时间信号的幅值是连续的, 则称为抽样信号。数字信号: 当信号的幅值只取有限个离散量时, 处于离散量之间的幅度以最接近的离散量近似, 这称为信号幅度的量化; 经过幅度量化的离散信号称为数字信号。

3. 根据信号自变量的个数分为一维信号与多维信号

一维指自变量的个数是一个, **多维**一般指自变量的个数有多个。例如, 一维信号通常是以时间为变量的函数, 一张黑白图像的任一点的光强度, 是二维平面坐标中两个变量的函数。

4. 根据信号是否可积分为能量信号和功率信号

在分析能量谱和功率谱中, 如果把信号 $x(t)$ 看做是随时间变化的电压或电流, 则当信号 $x(t)$ 通过 1Ω 的电阻时, 其在时间间隔 $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ 内所消耗的能量称为归一化能量, 即

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

而在上述时间间隔 $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ 内的平均功率称为归一化功率, 即

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

对于离散时间信号 $x(n)$, 其归一化能量 E 与归一化功率 P 的定义分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2, \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

若信号的归一化能量为非零的有限值, 且其归一化功率为零, 即 $0 < E < \infty, P = 0$, 则该信号为**能量信号**, 如单矩形脉冲信号; 若信号的归一化能量为无限值, 且其归一化功率为非零的有限值, 即 $E \rightarrow \infty, 0 < P < \infty$, 则该信号为**功率信号**, 如直流信号与周期信号。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号, 但却有少数信号既不是能量信号也不是功率信号。

按用途还可分为调制信号、载波信号和已调信号, 分别在以后的章节中介绍。

1.2.2 常用信号

1. 指数信号

定义 $f(t) = Ke^{at}$ (式中 a 为实数), $\tau = \frac{1}{|a|}$ 为指数信号的“时间常数”。时间常数值越大, 则指数信号增长或衰减得越慢。有 $a > 0, a = 0, a < 0$ 三种情况, 分别表示递增、衰减、直流信号, 如图 1-6 所示。

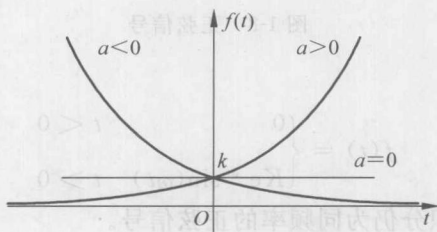


图 1-6 指数函数

单边指数衰减信号:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t > 0 \end{cases}$$

当 $t=0$ 时, $f(0)=1$, 当 $t=\tau$ 时, $f(t) = \frac{1}{e} = 0.368$, 即经过时间 τ 信号衰减到原来初值的 36.8%, 如图 1-7 所示。

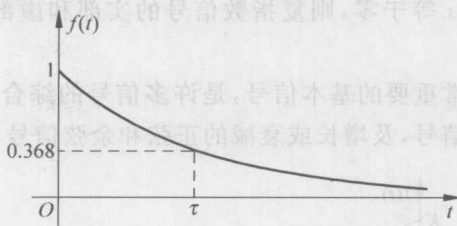


图 1-7 单边指数信号

指数信号的一个重要的特性是它对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2. 正弦信号

定义

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$$

式中, K ——振幅;

ω ——角频率;

θ ——初相位。

正弦信号通常可变为 $f(t) = K \sin\left[\omega\left(t + \frac{\theta}{\omega}\right)\right]$, 如图 1-8 所示。

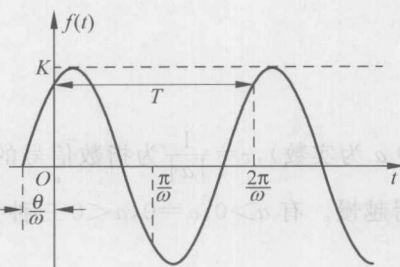


图 1-8 正弦信号

指数衰减的正弦信号：

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ K e^{-\alpha t} \sin(\omega t) & t > 0 \end{cases}$$

正弦信号对时间的微分与积分仍为同频率的正弦信号。

3. 复指数信号

定义

$$f(t) = K e^{st} = K e^{(\alpha + j\omega)t}$$

利用欧拉公式^①，可得： $f(t) = K e^{\alpha t} \cos(\omega t) + j K e^{\alpha t} \sin(\omega t)$

其中， $K e^{\alpha t}$ 是指数信号，即这里的正弦信号和余弦信号的幅度是以指数规律变化的。若 $\alpha > 0$ ，正弦、余弦信号是增幅振荡；若 $\alpha < 0$ ，正弦、余弦信号是衰减振荡；若 $\alpha = 0$ ，即 s 为虚数，则正弦、余弦信号是等幅振荡。当 $\omega = 0$ ，即 s 为实数，则复指数信号成为一般的指数信号。最后，若 $\alpha = 0$ 且 $\omega = 0$ ，即 s 等于零，则复指数信号的实部和虚部都与时间无关，成为直流信号。

复指数信号是一种非常重要的基本信号，是许多信号的综合，由它可以获得直流信号、指数信号、正弦信号、余弦信号，及增长或衰减的正弦和余弦信号，如图 1-9 所示。

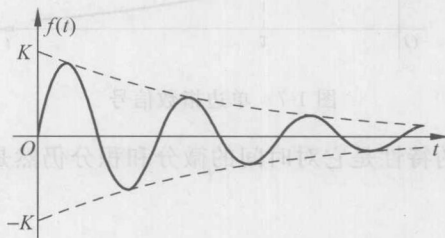


图 1-9 指数衰减的信号

^① $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$, $e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$

$\sin(\omega t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$, $\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$