



“十二五”国家重点出版物出版规划项目

国家重大基础研究发展计划项目

《我国南方致洪暴雨监测与预测的理论和方法研究》系列专著之六

系列专著主编：张人禾 周秀骥 倪允琪

顾问：陶诗言

GRAPES 暴雨数值 预报系统

沈学顺 周秀骥 等 著



气象出版社

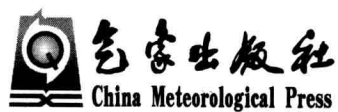
China Meteorological Press



国家科学技术学术著作出版基金资助出版

GRAPES 暴雨数值预报系统

沈学顺 周秀骥 薛纪善 等 著
陈德辉 张义军 万齐林



内容简介

本书立足于总结我国自主发展灾害天气数值预报系统的新技术,其创新性的内容包括:在高分辨率暴雨模式发展中充分考虑了我国夏季梅雨期水汽水平分布的强梯度、小尺度变化剧烈等天气气候特点;针对暴雨预报中重要的云物理过程发展了复杂云物理方案,与国外同类方案相比,在物理上更加完善;针对我国的观测资料状况和暴雨发生发展的特点,发展了中小尺度预报同化快速循环系统和短时临近预报系统;针对我国雷达资料在数值预报中应用的空白状况,发展了业务上可行的雷达径向风和反射率资料的同化技术;在国内第一次发展了闪电数值预报系统。书中内容体现了中国科学家在暴雨数值预报研究方面的研究水平,其部分成果已经在日常天气预报业务中发挥着重要作用,并被国际数值预报界借鉴。该书成果随着今后不断的业务转化,将为我国减灾防灾提供强有力的科学工具。

本书的主要读者对象为大专院校硕士、博士生和教师、科研院所的研究人员以及从事天气预报的业务人员,尤其是对致力于自主发展我国数值预报系统的研究和业务人员来说,是一本很好的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

GRAPES 暴雨数值预报系统/沈学顺等著.

—北京:气象出版社,2012.5

(我国南方致洪暴雨监测与预测的理论和研究方法研究系列专著;6)

ISBN 978-7-5029-5486-4

I. ①G… II. ①沈… III. ①暴雨预报-数值天气预报-气象业务自动化系统
IV. ①P457.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 093708 号

GRAPES Baoyu Shuzhi Yubao Xitong

GRAPES 暴雨数值预报系统

沈学顺 等著

出版发行:气象出版社

地 址:北京市海淀区中关村南大街 46 号

总 编 室:010-68407112

网 址:<http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑:李太宇 王祥国

责任校对:赵 媛

封面设计:蓝色航线

印 刷:北京中新伟业印刷有限公司

开 本:787 mm×1092 mm 1/16

字 数:310 千字

版 次:2013 年 10 月第 1 版

定 价:58.00 元

邮政编码:100081

发 行 部:010-68409198

E-mail: qxchs@cma.gov.cn

终 审:周诗健

责任技编:吴庭芳

印 张:12

印 次:2013 年 10 月第 1 次印刷

序

中国气象科学研究院主持的“国家重点基础研究发展计划”项目（即“973”项目）“我国南方致洪暴雨监测与预测的理论和方法研究”（2005—2009年）课题组在暴雨的遥感监测技术、南方暴雨的结构与机理研究、暴雨预报理论和方法以及我国南方暴雨野外科学试验等方面取得了一系列重要研究成果，其中包括遥感监测和数值预报模式系统的应用软件系统，在国内外重要学术刊物上发表的702篇学术论文（其中SCI文章212篇）。在此基础上，课题组专家又进一步总结、完成了研究成果系列专著。这套系列专著反映了我国近年来在暴雨机理、监测与预测方面的最新研究成果，并将研究成果与提高气象观测预报业务能力相结合，注重研究成果的业务应用，体现了国家“973”项目面向国家需求的正确方向，也体现了项目组研究人员对基础研究成果在气象业务中应用的重视。为此，我对该课题组取得的丰硕研究成果和系列专著的出版表示由衷的祝贺，也对课题组为研究成果的应用所付出的努力表示衷心的感谢。这套系列专著既对深入研究我国暴雨问题起着进一步推动作用，又对于大气科学及相关领域的科研、业务、管理人员以及广大读者来说，具有很好的参考价值。

在近代科学发展中，基础科学具有根本性的意义，是一切科学技术创新的源泉。开展基础科学研究对于整个学科的发展具有很重要的意义。如何将大气科学基础研究的成果转化为气象业务应用技术，这是大气科学领域科学家们面临的现实问题。如何把大气科学及相关交叉学科的基础研究成果应用到各种尺度的大气现象及其运动的监测，并做出正确的预测，这更是中国大气科学领域科学家们必须面对并努力解决的问题。科学家的责任在于从科学实践中不断推进科学基础研究的进步，并造福于人类。因此，我很高兴地通过这套系列专著看到，我国有一批大气科学研究的科学家从提升气象业务能力出发研究大气科学的基础问题，推动基础研究成果应用于实际气象业务中。这确实是大气科学研究本身进步的表现。

当前，我国气象工作者正在按照国务院提出的“到2020年，要努力建成结构完善、功能先进的气象现代化体系”的战略目标努力工作。要实现这一宏伟

目标，必须依靠科技进步的推动，其中要努力解决气象业务服务中的一系列基础科学问题。因此，重视国家重大项目的研究，包括国家“973”项目的研究，对于提升我国气象业务服务能力和水平，加快实现气象现代化具有十分重要的意义。中国气象局将继续支持广大科技工作者围绕气象业务服务需求，开展大气科学基础理论研究、应用研究和研究成果的推广应用。

郑国光

（中国气象局局长）

2012年4月于北京

目 录

序

第 1 章 绪 论	(1)
第 2 章 高分辨率非静力 GRAPES 模式	(4)
2.1 GRAPES 模式基本方程组	(4)
2.2 方程组的离散化和数值计算	(5)
2.3 高精度守恒水物质平流方案	(8)
2.4 水物质方程求解	(13)
2.5 边界条件	(16)
2.6 模式有效地形及地形滤波	(17)
2.7 依赖地形坡度的通量修正型单调水平扩散	(21)
第 3 章 模式物理过程	(25)
3.1 双参数混合相态微物理方案	(25)
3.2 非局地边界层参数化	(30)
3.3 陆面过程参数化	(35)
第 4 章 GRAPES 雷电数值预报模式	(41)
4.1 雷暴云起电、放电数值模式的发展和试验	(41)
4.2 雷暴起电—放电模式与 GRAPES 暴雨模式的耦合	(62)
4.3 雷电预报模式的建立和试验	(64)
第 5 章 GRAPES 中尺度模式面资料同化系统	(73)
5.1 三维变分同化基本原理	(73)
5.2 GRAPES 中尺度模式面三维变分同化系统	(79)
5.3 小结	(82)
第 6 章 雷达探测资料同化	(84)
6.1 引言	(84)
6.2 多普勒雷达探测资料同化方案	(85)
6.3 讨论	(91)
第 7 章 暴雨预报与模式验证	(92)
7.1 GRAPES 暴雨数值预报模式系统构成	(92)
7.2 水物质平流方案对暴雨数值预报的影响	(93)
7.3 不同复杂程度陆面过程对暴雨数值预报的影响	(103)
7.4 雷达资料同化和数值预报试验	(130)
第 8 章 GRAPES 中尺度逐时同化预报循环系统	(147)
8.1 中尺度逐时同化预报循环系统概述	(147)
8.2 中尺度逐时同化预报循环系统介绍	(147)

8.3 实时运行及结果分析	(152)
第9章 GRAPES 暴雨临近预报系统	(164)
9.1 主要技术特征	(164)
9.2 数据输入	(166)
9.3 具体实现步骤	(167)
9.4 应用结果举例及评估	(167)
9.5 结论与讨论	(174)
参考文献.....	(175)

第1章 绪 论

中国的暴雨突发性、地域性、季节性特征明显,各地发生的暴雨其天气背景各不相同,造成暴雨的对流活动和对流系统呈现出较强的非线性多尺度相互作用的特点,且又与中国复杂的地形和下垫面有着很大的关系。中国暴雨的这些特点使得暴雨预报预警与一般的天气预报相比难度大得多。

综合利用卫星、雷达监测结果并根据局地天气形势及其他动力、热力学诊断方法对未来暴雨的发生做出预报,是当前主观预报的主要手段。数值预报是暴雨客观、定量预报的重要科学技术手段,日益受到各国预报业务中心和数值预报研究界的重视。然而,暴雨数值预报面临的科学问题还很多,与传统的数值预报相比具有更大的困难。归纳起来,暴雨数值预报面临的科学问题有:(1)目前的中尺度数值预报模式缺乏足够高的空间分辨率,不能正确描述与暴雨发生、发展有着密切关系的中小尺度动力学过程。(2)暴雨的产生与发展和水汽场的空间分布特点、水汽的辐散辐合以及水物质之间的相变密切相关,而这些水物质场往往具有空间分布不连续、强梯度的特点,且其中小尺度变率非常大。目前的中尺度模式在描写水物质场的这些特点方面缺乏足够的精度和合理性。(3)取决暴雨数值预报成功的关键因素之一是模式对造成暴雨的中小尺度对流单体的发生、发展及其组织化的描写能力,而目前的模式这方面的能力还远远不够。而积云对流活动在模式中的表述很大程度上取决于模式对云物理过程及相关的非绝热物理过程的合理描述。这要求模式具有云可分辨尺度的分辨率的同时,需要显式的云物理计算方案而不是积云对流参数化。对中国的暴雨数值预报而言,目前的模式对中国暴雨的云物理过程的研究和模式应用还远远不够。(4)由于模式积云对流的发生、发展不仅与合理描写水物质相变的云物理过程有关,而且与边界层过程、陆—气相互作用过程、下垫面的非均匀性描写等都密切相关,这些过程在中尺度模式中的表述还不完善,这也限制了模式的暴雨数值预报能力。(5)暴雨数值预报与传统的数值预报一样是一个初值问题,而且它对初值的要求与传统数值预报相比更高。首先暴雨数值预报的初值必须包括产生对流活动并成云致雨的中小尺度信息,而现有的常规观测资料尚难做到这一点,其次现有的同化系统也必须改进完善。尤其是,暴雨数值预报的初值中必须包含云的信息,而且初值中云的信息必须与初值中的其他动力、热力学变量相协调。目前的模式系统很难做到这一点。上述这些缺陷极大地限制了暴雨数值预报水平的提高。

在科技部“十五”攻关项目和中国气象局的大力支持下,经过几十名科学家的共同努力,研究发展了中国新一代集全球与区域同化及预报为一体的数值预报系统,此系统被称之为“全球与区域同化及预报系统”(Global/Regional Assimilation and Prediction Enhanced System),英文名简称为 GRAPES。整个系统包括非静力全球与区域预报模式、全球与区域变分资料同化系统。GRAPES 模式的发展借鉴了国际上近年流行的多种用途预报模式框架一体化设计的理念,其核心是一个经纬网格的非静力模式,可以设为全球或有限区域。采用半拉格朗日半隐

式积分方案。此动力框架经过包括密度流、地形重力波、热泡、平衡流及针对全球模式的 Held 和 Suarez 试验、针对全球长波系统的 Rossby-Haurwitz 波试验,验证了模式动力框架的正确性。模式提供了多种物理参数化方案供使用者选择,包括显式云降水过程、对流参数化、边界层过程、陆面过程、辐射过程、大气中的扩散与地形重力波拖曳等。以 GRAPES 为基础分别构建了全球同化预报系统 GRAPES-GFS 与中尺度同化预报系统 GRAPES-Meso。后者从 2006 年起成为国家气象中心的业务区域模式,并在一部分区域气象中心作为区域业务预报系统。前者正在做业务化前的连续试验,可望在不久的将来成为中国的业务中期数值预报系统。

根据上述暴雨数值预报存在的科学问题及 GRAPES 模式的已有成果,以 GRAPES-Meso 动力学框架为基础,通过高精度水物质标量平流方案的研发、正确反映模式大气和地形作用的有效地形概念的引入等精细化改进,同时耦合自主发展的复杂云模式、本地化的精细陆面过程、非局地边界层过程以及雷电模式,构成了高分辨率非静力暴雨数值预报模式。

暴雨数值预报的初值必须包括产生对流活动并成云致雨的中小尺度信息。这一点是常规资料同化做不到的。1998 年启动的中国新一代天气雷达网(CINRAD)所建设的全国 150 多部多普勒天气雷达,为解决此问题创造了条件。雷达能观测到降水粒子的三维分布,多普勒雷达还可以观测到径向风场的信息,而且具有足以分辨中小尺度天气系统的较高分辨率。因此,为解决 GRAPES 暴雨数值预报模式初值中云及相关动力学变量的信息,发展了基于多普勒雷达观测资料的云信息同化。多普勒雷达观测可以获取反射率因子和径向速度两种资料,其中径向风资料包含了大气风场的信息,反射率因子中包含有水凝物和对流信息。因此,通过同化雷达径向速度和反射率因子资料可以修正背景场中中尺度系统的信息。

由于产生暴雨的中小尺度系统具有发展快、局地性强的特点,在模式初值中及时捕捉到这些信息对于提高模式对暴雨等强天气的预报能力具有重要意义。开发中尺度逐时同化预报循环系统,不仅可以引入大量高时空分辨的观测信息来改善预报初值,提供尽可能准确的预报初值,而且也可以利用最新的观测资料快速更新初值,及时制作预报,为短时临近预报服务。预报系统真正有效制作短时临近预报,一方面要在高频循环同化预报中能够有效地抑制虚假扰动的增长,另外一方面要尽可能缩短模式的起转时间,使得模式短时效的预报真正有效。基于上述考虑,以 GRAPES 暴雨模式及 GRAPES 三维变分(3DVAR)作为核心模块,建立了逐时循环同化预报和每 3 h 间隔的滚动预报系统。

通过上述对暴雨数值预报至关重要的科学技术的研究和预报系统发展,将为中国暴雨数值预报的业务应用奠定重要基础。本书是在科技部“十一五”科技支撑项目“灾害天气精细数值预报系统及短期气候集合预测研究”第 2 课题“灾害天气精细数值预报技术”及 973 项目“我国南方致洪暴雨监测与预测的理论和方法研究”第 6 课题“高分辨、非静力中尺度暴雨数值预报模式的发展”的共同支持下,中国气象科学研究院、国家气象中心、广东省气象局、广州热带海洋气象研究所、上海市气象局等单位共同合作完成。本书是在上述项目资助下完成的已发表论文、著作和尚未发表的研究成果的基础上,经过重新归纳、提炼和整理而成的,系统反映了中国在 GRAPES 暴雨数值预报方面的研究成果,体现了中国暴雨数值预报研究的水平。另外,由于本书仅限于 GRAPES 暴雨数值预报系统的成果,不涉及中国其他相关的成果,其不全面之处敬请谅解。

本书共分为九章,除引言外,第 2 章和第 3 章分别介绍了高分辨率 GRAPES 模式动力框架、模式物理过程,部分内容与科学出版社出版的《数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应

用》(薛纪善等,2008)有类似之处,主要是为保持本书内容的完整性,且该书的作者亦为本书主要作者。第4章介绍了973项目支持下开发的GRAPES雷电数值预报模式。第5章介绍了GRAPES中尺度资料同化系统。第6章为雷达资料同化。第7章重点介绍了GRAPES暴雨数值预报系统的应用成果。第8章和第9章分别为GRAPES中尺度逐时同化预报循环系统和GRAPES暴雨临近预报系统。

各章的撰写人分别为:第1章:沈学顺,周秀骥;第2章:沈学顺,陈德辉,王明欢,薛纪善;第3章:沈学顺,楼小凤,孙晶,史月琴,胡志晋,孙健,黄丽萍;第4章:张义军,王飞;第5章:薛纪善,陆慧娟;第6章:刘红亚,薛纪善,顾建峰;第7章:沈学顺,王明欢,刘红亚,陈晓丽;第8章:万齐林,陈子通;第9章:冯业荣,万齐林,陈德辉。各章初稿由沈学顺统稿,最终稿由沈学顺负责审定。

第2章 高分辨率非静力 GRAPES 模式

GRAPES 系统是在科技部“十五”科技攻关项目“中国气象数值预报系统技术创新研究”支持下自主开发的中国新一代数值预报系统。GRAPES 系统主要由模式和变分同化系统构成(薛纪善等,2008)。GRAPES 模式采用完全可压缩的非静力平衡动力学方程组,同时为兼顾较粗分辨率和高分辨率的不同应用,模式中设置了静力和非静力平衡的开关系数。垂直方向采用地形追随高度坐标(Gal-Chen 和 Somerville, 1975),水平方向采用经纬度球面坐标。预报变量包括水平和垂直风速、位温、无量纲气压以及水物质的混合比。时间积分使用两个时间层的半隐式半拉格朗日方案(Semi-implicit Semi-Lagrangian; SISL),使得模式可同时兼顾计算精度、计算稳定性和计算效率。模式中的标量平流采用准单调正定的半拉格朗日方案,动量方程组的求解采用三维矢量离散化技术以避免模式中曲率项的显式计算。GRAPES 暴雨数值预报模式是在上述 GRAPES 模式的基础上通过高精度平流方案的研发、模式有效地形的引入以及复杂陆面过程的本地化应用、非局地边界层方案的引入、混合相态云物理方案的发展等进一步的开发工作而形成的。

有关模式的详细推导请参考《数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用》(薛纪善等,2008)。这里只给出模式基本方程组和离散化方法,重点描述新研发的高精度标量平流方案以及为形成暴雨数值预报模式而本地化和研发的物理过程。

2.1 GRAPES 模式基本方程组

GRAPES 模式采用球坐标系下的完全可压缩方程组,考虑浅层大气近似,垂直方向采用高度地形追随坐标(Gal-Chen 和 Somerville, 1975)。方程组如下(薛纪善等,2008):

动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} = & -c_p \theta \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda} - \frac{\Delta Z_\varepsilon \phi_{sx}}{\Delta Z_s} \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon} \right] + f_v + F_u \\ & + \delta_M \left\{ \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} - \frac{u \cdot w}{a} \right\} - \delta_\varphi \{ f_\varphi w \} \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} = & -c_p \theta \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \frac{\Delta Z_\varepsilon \phi_{sy}}{\Delta Z_s} \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon} \right] - f_u + F_v \\ & - \delta_M \left\{ \frac{u^2 \tan \varphi}{a} + \frac{vw}{a} \right\} \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

$$\delta_{NH} \frac{dw}{dt} = -\frac{Z_T c_p \theta}{\Delta Z_s} \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon} - g + F_w + \delta_M \left\{ \frac{u^2 + v^2}{a} \right\} + \delta_\varphi \{ f_\varphi u \} \quad (2.1.3)$$

连续方程:

$$(\gamma - 1) \frac{d\Pi}{dt} = -\Pi D_3 + \frac{F_\theta^*}{\theta} \quad (2.1.4)$$

其中 $\gamma = \frac{c_p}{R}$

热力学方程:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{F_\theta^*}{\Pi} \quad (2.1.5)$$

其中 $F_\theta^* = \frac{Q_T + F_T}{c_p}$

水物质守恒方程:

$$\frac{dq}{dt} = Q_q + F_q \quad (2.1.6)$$

其中, $\hat{z} = Z_T \frac{z - Z_s(x, y)}{Z_T - Z_s(x, y)}$ 为垂直坐标。这里 Z_s 和 Z_T 分别为地形高度和模式层顶高度, ϕ_{sx} 和

ϕ_{sy} 是地形坡度, 分别为: $\phi_{sx} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}$, $\phi_{sy} = \frac{1}{a} \frac{\partial Z_s}{\partial \varphi}$; $\Delta Z_s = Z_T - Z_s(x, y)$, $\Delta Z_z = Z_T - z$,

$\Delta Z_{\hat{z}} = Z_T - \hat{z}$ 。 Π 为 Exner 无量纲气压变量: $\Pi = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}$, $\delta_M, \delta_\varphi, \delta_{NH}$ 可取 0 或 1, 分别为曲率修正项开关、地球自转偏向力修正项开关、垂直加速度开关(静力 / 非静力平衡近似开关)。 Q_T 是非绝热加热项, Q_q 是水汽源汇项, $F_x(x = \vec{V}, T, q)$ 是湍流扩散。三维散度 D_3 可表示为:

$$D_3 = D_3|_{\hat{z}} - \frac{1}{\Delta Z_s} (u\phi_{sx} + v\phi_{sy})$$

其中

$$D_3|_{\hat{z}} = \left(\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\cos \varphi v)}{\partial \varphi} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} \right)_z$$

其余符号与通常的符号意义相同。

2.2 方程组的离散化和数值计算

上述方程组通过引入满足静力平衡关系的参考廓线进行离散化, 参考大气可选择温度是高度的函数或等温大气或国际标准大气分布。引入“参考大气”的重要目的是消除垂直运动方程中满足静力平衡的分量, 使垂直运动方程中重力与气压梯度力之间由“大项平衡”变为“扰动小项平衡”, 使之降低与方程中其他项的“量级差”, 从而有效地提高垂直运动方程的计算精度。具体的离散化方法和推导详见《数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用》(薛纪善等, 2008)。GRAPES 暴雨数值预报模式只对动量方程、连续方程和热力学方程采用线性化处理, 离散化后的方程组为:

运动方程:

$$\frac{du}{dt} = L_u + N_u \quad (2.2.1)$$

$$\frac{dv}{dt} = L_v + N_v \quad (2.2.2)$$

$$\delta_{NH} \frac{d\tau_w}{dt} = L_w + N_w \quad (2.2.3)$$

连续方程:

$$\frac{d\Pi'}{dt} = L_{\Pi} + N_{\Pi} \quad (2.2.4)$$

热力学方程:

$$\frac{d\theta'}{dt} = L_{\theta} + N_{\theta} \quad (2.2.5)$$

求解水物质守恒方程时不采用本节所述的离散化方法,详细解法请参阅 2.3 节。这里的线性项 $L_x (x=u, v, w, \Pi, \theta)$ 与非线性项 $N_x (x=u, v, w, \Pi, \theta)$ 可以容易导出,分别表示为:

$$L_u = -c_p \tilde{\theta} \cdot \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Pi'}{\partial \lambda} + Z_{sx} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} \right] - c_p Z_{sx} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \varepsilon} (\tilde{\theta} + \theta') + fv - \delta_{\varphi} (f_{\varphi} w) \quad (2.2.6)$$

$$N_u = -c_p \theta' \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Pi'}{\partial \lambda} + Z_{sx} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} \right] + F_u + \delta_M \left(\frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} - \frac{u \cdot w}{a} \right) \quad (2.2.7)$$

$$L_v = -c_p \tilde{\theta} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varphi} + Z_{sy} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} \right] - c_p Z_{sy} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \varepsilon} (\tilde{\theta} + \theta') - fu \quad (2.2.8)$$

$$N_v = -c_p \theta' \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varphi} + Z_{sy} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} \right] + F_v - \delta_M \left(\frac{u^2 \tan \varphi}{a} + \frac{vw}{a} \right) \quad (2.2.9)$$

$$L_w = -Z_{st} c_p \tilde{\theta} \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} + \frac{\theta'}{\theta} g + \delta_{\varphi} (f_{\varphi} u) \quad (2.2.10)$$

$$N_w = -Z_{st} c_p \theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial \varepsilon} + F_w + \delta_M \left(\frac{u^2 + v^2}{r} \right) \quad (2.2.11)$$

$$L_{\Pi} = \frac{\hat{w} g}{c_p \tilde{\theta} Z_{st}} - \frac{\tilde{\Pi} D_3}{(\gamma - 1)} \quad (2.2.12)$$

$$N_{\Pi} = -\frac{\Pi' D_3}{(\gamma - 1)} + \frac{F_{\theta}^*}{(\gamma - 1) \theta} \quad (2.2.13)$$

$$L_{\theta} = -\hat{w} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \varepsilon} \quad (2.2.14)$$

$$N_{\theta} = \frac{F_{\theta}^*}{\Pi} \quad (2.2.15)$$

其中, $\Pi(\lambda, \varphi, \varepsilon, t) = \tilde{\Pi}(\varepsilon) + \Pi'(\lambda, \varphi, \varepsilon, t)$

$\theta(\lambda, \varphi, \varepsilon, t) = \tilde{\theta}(\varepsilon) + \theta'(\lambda, \varphi, \varepsilon, t)$

$T(\lambda, \varphi, \varepsilon, t) = \tilde{T}(\varepsilon) + T'(\lambda, \varphi, \varepsilon, t)$

这里, $\tilde{\Pi}$ 、 $\tilde{T}$ 、 $\tilde{\theta}$ 表示参考大气廓线; Π' 、 T' 、 θ' 表示偏离参考大气状态的扰动量, 其余符号与通常符号的意义相同。

上述线性化后的方程组, 时间离散采用非中央两个时间层半隐式一半拉格朗日时间差分方案 (Semazzi, *et al.*, 1995)。对矢量场 (u, v 和 w) 的离散, 同时采用“矢量离散化” (Bates, *et al.*, 1990) 技术联立处理动量方程组得到时间离散形式, 以避免动量方程组中显式出现曲率项, 提高动量方程在高纬度和极区的计算精度。经过推导, 可以容易得到时间离散化后的预报方程组有如下的简单形式:

$$(\theta')^{n+1} = \Delta t \alpha_\epsilon L_\theta^{n+1} + A_\theta \quad (2.2.16)$$

$$(\Pi')^{n+1} = \Delta t \alpha_\epsilon L_\Pi^{n+1} + A_\Pi \quad (2.2.17)$$

$$u^{n+1} = \Delta t \alpha_\epsilon L_u^{n+1} + A_u \quad (2.2.18)$$

$$v^{n+1} = \Delta t \alpha_\epsilon L_v^{n+1} + A_v \quad (2.2.19)$$

$$\delta_{NH} \cdot w^{n+1} = \Delta t \alpha_\epsilon L_w^{n+1} + A_w \quad (2.2.20)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_\theta &= (\theta')^n + \Delta t [\alpha_\epsilon \tilde{N}_\theta + \beta_\epsilon (L_\theta + N_\theta)^n] \\ A_\Pi &= (\Pi')^n + \Delta t [\alpha_\epsilon \tilde{N}_\Pi + \beta_\epsilon (L_\Pi + N_\Pi)^n] \\ A_u &= \Delta t \alpha_\epsilon \tilde{N}_u + \frac{Z_1 - (X_v^{n+1} \alpha_{21} + X_w^{n+1} \alpha_{31})}{\alpha_{11}} \\ A_v &= \Delta t \alpha_\epsilon \tilde{N}_v + \frac{Z'_2 - X_w^{n+1} \alpha'_{32}}{\alpha_{22}} \\ A_w &= \Delta t \alpha_\epsilon \tilde{N}_w + \frac{Z'_3}{\alpha_{33}} \end{aligned}$$

上述各符号的意义可以参见《数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用》(薛纪善等, 2008)。

将 L_θ 、 L_u 、 L_v 、 L_w 的表达式代入式 (2.2.16)、式 (2.2.18)、式 (2.2.19)、式 (2.2.20) 中, 经过推导可以得到上述预报方程的变形:

$$u = \left(\xi_{u1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{u2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{u3} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) \Pi' + \xi_{u0} + \xi_{us} \quad (2.2.21)$$

$$v = \left(\xi_{v1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{v2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{v3} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) \Pi' + \xi_{v0} + \xi_{vs} \quad (2.2.22)$$

$$\hat{w} = \left[\xi_{w1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{w2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{w3} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right] \Pi' + \xi_{w0} \quad (2.2.23)$$

$$\theta' = \left[\xi_{\theta 1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{\theta 2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{\theta 3} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right] \Pi' + \xi_{\theta 0} + \xi_{\theta s} \quad (2.2.24)$$

$$\Pi' = \xi_{\Pi 1} u + \xi_{\Pi 2} v + \xi_{\Pi 3} \hat{w} + \xi_{\Pi 4} D_3 |_\varepsilon + \xi_{\Pi 0} \quad (2.2.25)$$

由于半隐式一半拉格朗日框架中非线性平流项的计算已不存在, 或者说非线性平流项的计算已转化为拉格朗日轨迹上游点的插值计算。因此, 拉格朗日轨迹上游点的精确计算、插值计算的效率和精度是半隐式一半拉格朗日模式中需要认真考虑的因素。但是, 线性项、非线性项、赫姆霍兹方程系数的计算, 仍然需要考虑差分的精度, GRAPES 模式中采用 2 阶精度的空间差分 (中央差)。需要指出的是, 气压梯度的差分离散计算仍然需要仔细考虑, 尤其在陡峭地形处。另外, 在垂直方向离散差分计算中采用 Charney-Phillips 变量配置 (Charney 和 Phil-

lips, 1953), 水平方向离散差分计算时则采用 Arakawa-C 网格变量配置 (Arakawa 和 Lamb, 1977)。对式(2.2.21)~(2.2.25)进行空间离散化, 并将离散化后的式(2.2.21)~(2.2.24)代入式(2.2.25), 经过归并整理运算, 则将求解上述预报方程组的问题归结为求解变量为扰动气压 $(\Pi')^{n+1}$ 的椭圆方程或亥姆霍兹 (Helmholtz) 方程的问题, 这是整个 GRAPES 模式动力框架计算的关键。如式(2.2.21)~(2.2.24)所示, 其他预报变量 u^{n+1} 、 v^{n+1} 、 ω^{n+1} 、 $(\theta')^{n+1}$ 均表示为 $(\Pi')^{n+1}$ 的函数, 当 $(\Pi')^{n+1}$ 的方程求解结束后, 其他关于 u^{n+1} 、 v^{n+1} 、 ω^{n+1} 、 $(\theta')^{n+1}$ 的方程可以同时并行计算。GRAPES 模式中亥姆霍兹方程的求解, 采用带有预条件的广义共轭余差法 (Generalised Conjugate Residual method; GCR), 该方法具有对系数矩阵对称性的限制弱、收敛速度快且容易实现的优点。对于半拉格朗日计算, GRAPES 模式中采用 Ritchie 和 Beaudoin (1994) 的方法计算拉格朗日轨迹的上游点。半拉格朗日方法中计算轨迹时轨迹近似为直线, 在直角坐标系中是精度较高的近似。但在球面坐标系中, 由于变成在 (λ, φ) 空间中, 将轨迹近似为直线, 这种近似的精度会很差, 尤其是在临近极区球面曲率较大的地方。Ritchie (1987) 提出了一种在球面上计算上游点的方法, 通过引进原点在球心的直角坐标系, 将球坐标系中上游点的计算转换成在直角坐标系中的计算以此来保证上游点计算的精度。Ritchie 和 Beaudoin (1994) 为节省计算时间对 Ritchie (1987) 的方法作了进一步近似。对于模式格点位于 80°S 以南及位于 80°N 以北的情况, 由于 Ritchie 和 Beaudoin (1994) 的公式中出现包含 $\tan\phi$ 和 $\sec\phi$ 的项, 其公式不再适用。模式采用 McDonald 和 Bates (1989) 的旋转格点的办法来求近极区上游点。该方法的思想就是在半拉格朗日轨迹到达点上利用局地的正交大圆来定义一个新的局地直角坐标系, 在此新的坐标系中计算上游点, 然后通过坐标变换, 得到近极区上游点。

拉格朗日时间差分方法的主要优点之一就是可以采用比欧拉方法长得多的时间步长, 但是, 由于半拉格朗日轨迹上游点是非模式网格点, 因此, 这些上游点的变量值是未知的, 每一个时间步长都需要利用上游点附近模式网格点的变量值, 通过插值计算出拉格朗日轨迹上游点的变量值。这种插值计算是很耗费计算机时间的。简单的插值方法 (如线性插值方法) 耗时小, 计算精度低, 而高阶插值方法 (如非线性高阶插值方法) 耗时大, 计算精度高。特别需要指出的是, 针对标量的半拉格朗日计算, GRAPES 模式中采用准单调正定的方案, 以保证标量场尤其是水物质场计算的正当性和保持其空间分布特点 (Bermejo 和 Staniforth, 1992)。本书的 GRAPES 高分辨率暴雨数值预报模式采用的是高精度守恒正定的水物质平流计算方法。

2.3 高精度守恒水物质平流方案

当模式分辨率提高到可以分辨或者部分分辨积云对流活动时, 模式必须考虑混合相态云物理过程。因而, 模式湿空气动力学过程需要对各种相态水物质, 作高精度平流计算。

考虑七种相态的水物质, 即水汽 (vapor)、云水 (cloud liquid water)、雨水 (rain water)、云冰 (cloud ice)、雪 (snow)、软雹 (graupel)、冰雹 (hail)。那么, 总水物质为:

$$m_w = m_v + m_c + m_r + m_i + m_{sn} + m_g + m_h \quad (2.3.1)$$

其混合比分别为: 水汽混合比 r_v , 云水混合比 r_c , 雨水混合比 r_r , 云冰混合比 r_i , 雪混合比 r_{sn} , 软雹混合比 r_g , 冰雹混合比 r_h 。总水相的混合比 r_w 为:

$$\frac{m_w}{m - m_w} = \frac{1}{m - m_w} (m_v + m_c + m_r + m_i + m_{sn} + m_g + m_h) \quad (2.3.2)$$

或者

$$r_w = r_v + r_c + r_r + r_i + r_{sn} + r_g + r_h \quad (2.3.3)$$

湿空气的定压比热容 c_{ph} 为:

$$c_{ph} = c_p + r_v c_{pv} + (r_c + r_r) c_l + (r_i + r_{sn} + r_g + r_h) c_i \quad (2.3.4)$$

其中, c_p 为空气的定压比热容, c_{pv} 为水汽的定压比热容, c_l 为液态水的定压比热容, c_i 为固态水的定压比热容。式(2.3.4)右边第2项为“汽态”水物质的定压比热容变化,第3项为“液态”水物质的定压比热容变化,第4项为“固态”水物质的定压比热容变化。若用比湿 q 表示,式(2.3.2)和式(2.3.4)可改写为:

总比湿 q_w 为:

$$\frac{m_w}{m} = \frac{1}{m} (m_v + m_c + m_r + m_i + m_{sn} + m_g + m_h) \quad (2.3.5)$$

或者

$$q_w = q_v + q_c + q_r + q_i + q_{sn} + q_g + q_h \quad (2.3.6)$$

应用式(2.3.4)和式(2.3.5),湿空气的定压比热容 c_{ph} 又可表示为:

$$c_{ph} = c_p + \frac{1}{(1 - q_w)} \cdot [q_v c_{pv} + (q_c + q_r) c_l + (q_i + q_{sn} + q_g + q_h) c_i] \quad (2.3.7)$$

虚温定义为:

$$T_v = \frac{1 + \frac{1}{\epsilon} m_v}{1 + m_v + m_c + m_r + m_i + m_{sn} + m_g + m_h}$$

因此,有

$$T_v = T \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\zeta} \right) q_v - \sum_{\chi \neq v} q_\chi \right] \quad (2.3.8)$$

湿空气的位温定义为:

$$\theta_v = \theta \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\zeta} \right) q_v - \sum_{\chi \neq v} q_\chi \right] \quad (2.3.9)$$

其中, $\zeta = \frac{R_d}{R_v}$ 。

水物质由于空间变化幅度大,分布存在大梯度和强间断。因此,通常的平流输送数值计算方案难以给出较为准确的解。例如,直接采用二阶或更高阶精度的平流计算方案时,会带来虚假的振荡和负值,并且存在着难以接受的频散误差,这将破坏标量场固有的空间分布特点和守恒性。随着数值模式分辨率的提高,尤其是在发展千米尺度的数值预报模式中,水物质分布的不连续、强梯度的现象更加突出,对平流计算精度的要求越来越高。因此,高阶精度保形正定的平流计算方案对于提高模式强降水的模拟预报精度具有重要意义。所谓标量场的保形平流计算方案就是在离散计算时尽可能地保持这些标量的空间分布特点和输送特性,使离散的解保持与连续性方程解的形状相关的某种属性,这类属性有很多称呼(如:正定、单调和无振荡),但原则上都等价于保形。

针对欧拉方法的平流计算,研究者发展了很多较高精度的正定保形方法,比如高阶精度的 Godunov 方法。它是由原来的一阶精度 Godunov 差分格式改造而成的。其中,以 Van Leer

(1979)设计的二阶精度 MUSCL (Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws) 方案以及 Colella 和 Woodward (1984) 设计的三阶精度 PPM (Piecewise Parabolic Method) 方案为代表。PPM 为了强制单调而采用了比较复杂的单元界面值的调整。中国科学家发展的欧拉格式正定保形平流方案在中尺度数值模式中得到了有效应用。Yu (1994) 针对暴雨模式的水汽平流处理, 提出了一个两步保形方案 (TSPAS, a two-step shape-preserving advection scheme), 该方案是结合 Lax-Wendroff 二阶精度方案和迎风格式的一个混合平流输送方案, 有效地改进了暴雨中尺度数值模式中的水汽计算。谢邵成 (1991) 在 Smolarkiewicz (1983) 方案的基础上, 从半拉格朗日思想出发, 设计出一种新的正定平流方案, 并应用到当时国家气象中心细网格有限区域业务预报模式中, 改善了出现负水汽的问题, 使水汽平流计算更加合理。葛孝贞等 (1997) 将高精度正定水汽输送算法引入 MM4 中尺度模式中, 研究结果表明对暴雨的模拟能力有所提高。

20 世纪 80 年代以来, 半拉格朗日方法被广泛用于气象数值模式中 (Robert, *et al.*, 1985; Tanguay, *et al.*, 1989; Ritchie, *et al.*, 1995)。半拉格朗日方法发展至今, 显示出了与欧拉方法相当的精度, 且具有较高的计算效率和较小的频散 (Staniforth 和 Cote, 1991; Pellerin, *et al.*, 1995)。同时, 半拉格朗日方法也能够较好地抑制大梯度处的误差。但是, 在大梯度和间断处附近, 标量场的计算中仍然存在计算精度和保形问题。Bermejo 和 Staniforth (1992) 设计出一个有效、简单的算法使得传统的半拉格朗日方法转化为准单调半拉格朗日方案 (Quasi-Monotone Semi-Lagrangian scheme, QMSL), 消除了虚假的极大值和极小值。该方案基于如下考虑: 在足够平滑的区域, 上游点物理量插值方案采用高阶插值; 反之, 在不太平滑的区域, 为了更好地考虑真值的正定单调属性, 加大了方案中线形插值的权重。所以, 该方案在大梯度和强间断处的计算精度不高。虽然随后有一些研究来发展单调半拉格朗日方案以及守恒的单调半拉格朗日方案 (Priestley, 1993; Bermejo 和 Conde, 2002), 但是如何在半拉格朗日模式中发展高阶精度的标量平流计算方案是提高半拉格朗日数值模式精度的重要课题, 一直备受研究者的关注。

GRAPES 暴雨数值模式是通过对 GRAPES_Meso 的精细化改进而发展起来的。GRAPES_Meso 中的水物质平流计算采用准单调半拉格朗日平流输送方案 (Bermejo 和 Conde, 1992), 对像水物质这样具有不连续分布和大梯度特点的大气物理参量的平流计算其精度不高, 是影响降水预报效果的重要因素之一。梅雨强降水是中国汛期天气的主要特点, 东亚区域对流层低层水汽水平梯度大以及小尺度变率大是东亚与梅雨相关联的特有的天气气候特征。因此, 对中国夏季降水的数值预报而言, 研究高精度的水物质平流计算方案尤显重要。另一方面, 对千米尺度高分辨率暴雨数值预报模式而言, 模式中水物质不连续、强梯度的问题更加明显, 高精度的平流计算方案其重要作用越发突出。在 GRAPES_Meso QMSL 标量平流方案的基础上, 采用了计算流体力学界新发展的一个高精度、正定保形的方案——分段有理函数法 (Piecewise Rational Method, PRM), 同时将 GRAPES_Meso 的水物质控制方程组改写为通量形式的输送方程, 并考虑半隐式半拉格朗日模式的特点, 将 PRM 方法与“积分单元格”半拉格朗日方法相结合, 在 GRAPES 高分辨率暴雨数值预报模式中实现了水汽等水物质的高精度计算, 显著提高了模式对强降水的预报精度。该方法既保留了半拉格朗日时间积分方案中积分时间步长大、计算效率高的特点, 又发挥 PRM 高精度正定保形的优势。