

MATRIX ANALYSIS AND APPLICATIONS
矩阵分析与应用

Second Edition

(第2版)

张贤达 著
Zhang Xianda



清华大学出版社

014006459

0151.21
20-2

MATRIX ANALYSIS AND APPLICATIONS
矩阵分析与应用 (第2版)

Second Edition

张贤达 著
Zhang Xianda



0151.21

20-2



北航 C1693498

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统、全面地介绍矩阵分析的主要理论、具有代表性的方法及一些典型应用。全书共 10 章,内容包括矩阵代数基础、特殊矩阵、矩阵微分、梯度分析与最优化、奇异值分析、矩阵方程求解、特征分析、子空间分析与跟踪、投影分析、张量分析。前 3 章为全书的基础,组成矩阵代数;后 7 章介绍矩阵分析的主体内容及典型应用。为了方便读者对数学理论的理解以及培养应用矩阵分析进行创新应用的能力,本书始终贯穿一条主线——物理问题“数学化”,数学结果“物理化”。与第 1 版相比,本书的篇幅有明显的删改和压缩,大量补充了近几年发展迅速的矩阵分析新理论、新方法及应用。

本书为北京市高等教育精品教材重点立项项目,适合于需要矩阵知识较多的理科和工科尤其是信息科学与技术(电子、通信、自动控制、计算机、系统工程、模式识别、信号处理、生物医学、生物信息)等各学科有关教师、研究生和科技人员教学、自学或进修之用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

矩阵分析与应用/张贤达著. —2 版. —北京:清华大学出版社,2013

ISBN 978-7-302-33859-8

I. ①矩… II. ①张… III. ①矩阵分析 IV. ①O151.21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 215838 号

责任编辑:王一玲

封面设计:傅瑞学

责任校对:白 蕾

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:42.5 字 数:1008 千字

版 次:2004 年 10 月第 1 版 2013 年 11 月第 2 版 印 次:2013 年 11 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:89.00 元

产品编号:055920-01

第 2 版序言

《矩阵分析与应用》于 2004 年 10 月出版以来,已先后印刷发行 14300 册,2008 年获清华大学优秀教材一等奖,2011 年获北京市高等教育精品教材重点项目资助;截至 2013 年 8 月,已被 SCI 他引 220 余次,Google 学术搜索他引 740 余次,CNKI 中国引文数据库他引 1400 余次。

最近几年,矩阵理论经历了巨大的变化:矩阵分析的理论和方法在物理、力学、信号处理、图像处理、无线通信、计算机视觉、机器学习、生物信息学、医学图像处理、自动控制、系统工程、航空航天等学科中获得了广泛的应用,有力地推动了这些学科的创新研究。同时,这些学科的新应用又催生了矩阵分析的一批新理论和新方法。

为了适应矩阵分析与应用的新发展,根据从 2004 年在清华大学开设的研究生学位课程“矩阵分析与应用”的课堂教学实践,笔者对《矩阵分析与应用》一书进行了重大修改。修改的主要宗旨是:以工学和工程应用为主要背景,论述矩阵分析的典型理论、方法和应用;同时重点介绍最近几年涌现出来的矩阵分析的新理论、新方法与新应用。为了方便读者对数学理论的理解以及培养应用矩阵分析进行创新应用的能力,本书的修改始终贯穿一条主线——物理问题“数学化”,数学结果“物理化”:从物理问题的数学建模出发,引出矩阵问题;对得到的矩阵分析结果尽可能给予物理解释,赋予其物理含义。

新版仍由 10 章组成,内容可以分为以下两部分。

第 1 部分为“矩阵代数”:包括矩阵代数基础(第 1 章)、特殊矩阵(第 2 章)和矩阵微分(第 3 章),共 3 章。

第 2 部分为“矩阵分析与应用”:包括梯度分析与最优化(第 4 章)、奇异值分析(第 5 章)、矩阵方程求解(第 6 章)、特征分析(第 7 章)、子空间分析与跟踪(第 8 章)、投影分析(第 9 章)和张量分析(第 10 章),共 7 章。

与第 1 版相比,第 2 版的主要修订内容如下:

(1) 章的变动:删去了第 1 版的“Toeplitz 矩阵”(第 3 章)和“矩阵的变换与分解”(第 4 章)两章,增设了“矩阵微分”(第 3 章)和“张量分析”(第 10 章)两章;另将第 1 版的“总体最小二乘方法”(第 7 章)加以大量修改和扩充,更名为“矩阵方程求解”(第 2 版第 6 章)。

(2) 删除的主要内容:

- ① 比较容易和比较难的数学证明,前者变作习题,后者改为参阅有关参考文献;
- ② 工学和工程中应用比较窄的一些矩阵分析理论和方法;
- ③ 专业性比较强的应用举例。

(3) 新增矩阵分析与应用的主要内容:

- ① 稀疏表示与压缩感知(1.12 节);
- ② 矩阵微分与梯度矩阵辨识、Hessian 矩阵辨识(第 3 章);

- ③ 凸优化理论 (4.3 节)、平滑凸优化的一阶算法 (4.4 节)、非平滑凸优化的次梯度法 (4.5 节)、非平滑凸函数的平滑凸优化 (4.6 节) 以及原始-对偶内点法 (4.9 节);
- ④ 矩阵完备 (5.6 节);
- ⑤ Tikhonov 正则化与正则 Gauss-Seidel 法 (6.2 节);
- ⑥ 非负矩阵分解 (6.6 和 6.7 节);
- ⑦ 稀疏矩阵方程求解 (6.8 和 6.9 节);
- ⑧ 张量分析及非负张量分解 (第 10 章)。

它们多数是近几年发展迅速的矩阵分析新理论、新方法及应用。

虽然本书增加了大量新内容,但是由于删除、修改了更多的内容,所以全书的篇幅反而有比较明显的缩减。

在“矩阵分析与应用”研究生学位课程的教学实践和本书的修订中,韩芳明、李细林、李剑、苏泳涛、丁子哲、高秋彬、王锬、常冬霞、王曦元、陈忠、栾天祥等博士和邹红星教授提供了一些很好的建议;王锬、陈忠和郑亮为本书绘制了部分插图。符玺、毛洪亮、石群、周游、金成等博士研究生和杨哲硕士研究生认真校对了本书初稿。在此一并向他们表示谢意!

本书的修订得到了国家自然科学基金委重大项目 and 多个基金项目、教育部博士点专项基金、清华信息科学与技术国家实验室、国防重点实验室基金、航天支撑技术基金以及 Intel 公司等课题资助。

全书由笔者使用 \LaTeX 撰写及排版,多数插图也由笔者用 \LaTeX 绘制。

张贤达

2013 年 8 月于清华大学

首版前言

矩阵不仅是各数学学科,而且也是许多理工学科的重要数学工具。就其本身的研究而言,矩阵理论和线性代数也是极富创造性的领域。它们的创造性又极大地推动和丰富了其他众多学科的发展:许多新的理论、方法和技术的诞生与发展就是矩阵理论和线性代数的创造性应用与推广的结果。可以毫不夸张地说,矩阵理论和线性代数在物理、力学、信号与信息处理、通信、电子、系统、控制、模式识别、土木、电机、航空和航天等众多学科中是最富创造性和灵活性,并起着不可替代作用的数学工具。

作者在从事信号处理、神经计算、通信和模式识别的长期科学研究中,深刻感受到矩阵分析在科学研究中所起的重要作用,并体现在作者和合作者在国际权威和著名杂志发表的一系列论文中。另一方面,在十余年的研究生教学中,笔者对工科尤其是信息科学与技术各学科的研究生在矩阵理论与线性代数方面知识的不足与欠缺颇有体会。矩阵分析理论与方法的重要性,以及作者的教学和研究体会,催发了作者著作本书的意愿。虽然作者的《信号处理中的线性代数》一书曾由科学出版社于1997年出版,但本书无论是在体系结构上,还是在内容的组织与安排上,与《信号处理中的线性代数》大不相同。

国内外出版了不少深受读者喜爱的矩阵理论和线性代数的书,而本书试图从一个新的角度,提出从矩阵的梯度分析、奇异值分析、特征分析、子空间分析、投影分析出发,构筑论述矩阵分析的一个新体系。此外,在国内外的有关书中,涉及矩阵理论和线性代数的应用时,一般侧重于某一、二个特定的学科,本书则介绍矩阵分析在数理统计、数值计算、信号处理、电子、通信、模式识别、神经计算、系统科学等多学科中的大生应用。鉴于本书介绍的理论与应用的广泛性,故取名《矩阵分析与应用》。

全书共分10章,其主要内容可概括如下:

(1) 矩阵分析的基础知识(第1~4章):矩阵与线性方程组、特殊矩阵、Toeplitz矩阵、矩阵的变换与分解。

(2) 梯度分析(第5章):包括一阶梯度和二阶梯度的计算,以及实现最优化的梯度算法及其重要改进(递推最小二乘算法、共轭梯度算法、仿射投影算法和自然梯度算法)。

(3) 矩阵的奇异值分析(第6~7章):第6章介绍奇异值分解及其各种推广(乘积奇异值分解、广义奇异值分解、约束奇异值分解、结构奇异值)。第7章是奇异值分解在线性代数中的应用,介绍总体最小二乘方法、约束总体最小二乘、结构总体最小二乘。

(4) 矩阵的特征分析(第8章):包含矩阵的特征值分解以及各种推广(广义特征值分解、Rayleigh商、广义Rayleigh商、二次特征值问题、矩阵的联合对角化)。

(5) 子空间分析(第9章):子空间的构造、特征子空间分析方法、子空间的跟踪。

(6) 投影分析(第10章):包含沿着矩阵的基本空间(列空间或者行空间),到另一基本空间的正交投影和斜投影。

本书试图在以下方面形成特点:

(1) 加大选材的广度和深度,充分体现内容的新颖性和先进性。为了与矩阵理论的国

际新发展“接轨”，书中系统地介绍了矩阵分析的一些新领域、新理论和新方法，如总体最小二乘方法及其推广，二次特征值问题，矩阵的联合对角化，斜投影，子空间方法，仿射投影算法和自然梯度算法等。

(2) 突出矩阵分析理论与科学技术应用的密切结合。本书在介绍每一种重要理论与方法的同时，都会选择介绍相应的应用。而在应用例子的选择上，则尽可能包括比较多的学科。事实上，本书的应用举例不仅涉及数理统计和数值计算等数学领域，更包括了信号处理、电子、通信、模式识别、神经计算、雷达、图像处理、系统辨识等信息科学与技术的不同学科与领域。

(3) 强调创新能力的培养。书中介绍大量应用例子时，侧重于讲述应用的基本机理，其出发点是让读者体会矩阵分析的灵活性与创新性，学会如何使用矩阵分析的工具，进行创新研究。

为便于读者理解重要的概念和方法，书中穿插了大量的例题。为了方便读者检验学习效果，全书在参考全国硕士研究生招生部分数学试题和其他有关文献的基础上，选编了 340 余道习题。此外，本书不仅汇总了矩阵分析有关的大量数学性质和公式，而且汇编了 820 余条索引，可供读者作为一本矩阵手册使用。

本书是从一个工科研究和教学人员的视角进行材料的选择和内容论述的。作者在著作本书的过程中，参考了大量的国外有关矩阵分析与线性代数的论文和著作，其中以 SIAM 的多种杂志为主要参考文献源；而应用的举例则主要参考 IEEE 的几家汇刊。虽然作者竭力而为，但囿于理解水平和能力，书中未能如愿乃至不妥，甚至错误之处可能不乏其例。在此，诚恳希望诸位专家、同仁和广大读者不吝赐教。

作者原本打算对《信号处理中的线性代数》一书作较大修改，最终变成了重写，始自本人在西安电子科技大学任特聘教授之际，完成于回到清华大学任教二年之后，历时四载有余。然而，本书系作者积十余年教学和二十余年科学研究之体会与成果而成，借此机会感谢教育部“长江学者奖励计划”、国家自然科学基金委重大项目 and 多个基金项目、教育部博士点专项基金、国防重点实验室基金、航天支撑技术基金以及 Intel 公司等课题资助。

全书由笔者使用 \LaTeX 撰写及排版。

张贤达

2004 年 6 月谨识于清华大学

目 录

第 1 章 矩阵代数基础	1
1.1 矩阵的基本运算	1
1.1.1 矩阵与向量	1
1.1.2 矩阵的基本运算	4
1.1.3 向量的线性无关性与非奇异矩阵	8
1.2 矩阵的初等变换	9
1.2.1 初等行变换与阶梯型矩阵	9
1.2.2 初等行变换的两个应用	11
1.2.3 初等列变换	14
1.3 向量空间、线性映射与 Hilbert 空间	15
1.3.1 集合的基本概念	16
1.3.2 向量空间	17
1.3.3 线性映射	20
1.3.4 内积空间、赋范空间与 Hilbert 空间	23
1.4 内积与范数	26
1.4.1 向量的内积与范数	26
1.4.2 向量的相似比较	30
1.4.3 矩阵的内积与范数	32
1.5 随机向量	36
1.5.1 概率密度函数	36
1.5.2 随机向量的统计描述	38
1.5.3 高斯随机向量	41
1.6 矩阵的性能指标	43
1.6.1 矩阵的二次型	44
1.6.2 行列式	45
1.6.3 矩阵的特征值	47
1.6.4 矩阵的迹	49
1.6.5 矩阵的秩	51
1.7 逆矩阵与伪逆矩阵	54
1.7.1 逆矩阵的定义与性质	54
1.7.2 矩阵求逆引理	56
1.7.3 左逆矩阵与右逆矩阵	59
1.8 Moore-Penrose 逆矩阵	61
1.8.1 Moore-Penrose 逆矩阵的定义与性质	61

1.8.2	Moore-Penrose 逆矩阵的计算	64
1.8.3	非一致方程的最小范数最小二乘解	67
1.9	矩阵的直和与 Hadamard 积	67
1.9.1	矩阵的直和	67
1.9.2	Hadamard 积	68
1.10	Kronecker 积与 Khatri-Rao 积	71
1.10.1	Kronecker 积及其性质	71
1.10.2	广义 Kronecker 积	73
1.10.3	Khatri-Rao 积	74
1.11	向量化与矩阵化	74
1.11.1	矩阵的向量化与向量的矩阵化	74
1.11.2	向量化算子的性质	77
1.12	稀疏表示与压缩感知	78
1.12.1	稀疏向量与稀疏表示	78
1.12.2	人脸识别的稀疏表示	80
1.12.3	稀疏编码	81
1.12.4	压缩感知的稀疏表示	82
	本章小结	86
	习题	86
第 2 章	特殊矩阵	101
2.1	Hermitian 矩阵	101
2.2	置换矩阵、互换矩阵与选择矩阵	103
2.2.1	置换矩阵与互换矩阵	103
2.2.2	广义置换矩阵与选择矩阵	106
2.3	正交矩阵与酉矩阵	109
2.4	带型矩阵与三角矩阵	112
2.4.1	带型矩阵	112
2.4.2	三角矩阵	113
2.5	求和向量与中心化矩阵	115
2.5.1	求和向量	115
2.5.2	中心化矩阵	116
2.6	相似矩阵与相合矩阵	117
2.6.1	相似矩阵	117
2.6.2	相合矩阵	119
2.7	Vandermonde 矩阵	120
2.8	Fourier 矩阵	123
2.8.1	Fourier 矩阵的定义与性质	123

2.8.2 适定方程计算的初等行变换方法	124
2.8.3 FFT 算法的推导	126
2.9 Hadamard 矩阵	129
2.10 Toeplitz 矩阵	132
2.10.1 对称 Toeplitz 矩阵	132
2.10.2 Toeplitz 矩阵的离散余弦变换	134
2.11 Hankel 矩阵	136
本章小结	138
习题	138
第 3 章 矩阵微分	143
3.1 Jacobian 矩阵与梯度矩阵	143
3.1.1 Jacobian 矩阵	144
3.1.2 梯度矩阵	145
3.1.3 偏导和梯度计算	147
3.2 一阶实矩阵微分与 Jacobian 矩阵辨识	152
3.2.1 一阶实矩阵微分	152
3.2.2 标量函数的 Jacobian 矩阵辨识	153
3.2.3 实值矩阵函数的 Jacobian 矩阵辨识	161
3.3 二阶实矩阵微分与 Hessian 矩阵辨识	164
3.3.1 Hessian 矩阵	164
3.3.2 Hessian 矩阵的辨识原理	165
3.3.3 Hessian 矩阵的辨识方法	168
3.4 共轭梯度与复 Hessian 矩阵	170
3.4.1 全纯函数与复变函数的偏导	170
3.4.2 复矩阵微分	174
3.4.3 复 Hessian 矩阵	179
3.5 复梯度矩阵与复 Hessian 矩阵的辨识	182
3.5.1 实标量函数的复梯度矩阵辨识	182
3.5.2 矩阵函数的复梯度矩阵辨识	184
3.5.3 复 Hessian 矩阵辨识	187
本章小结	189
习题	189
第 4 章 梯度分析与最优化	193
4.1 实变函数无约束优化的梯度分析	193
4.1.1 单变量函数 $f(x)$ 的平稳点与极值点	194
4.1.2 多变量函数 $f(\mathbf{x})$ 的平稳点与极值点	196

4.1.3	多变量函数 $f(\mathbf{X})$ 的平稳点与极值点	198
4.1.4	实变函数的梯度分析	200
4.2	复变函数无约束优化的梯度分析	202
4.2.1	多变量复变函数 $f(z, z^*)$ 的平稳点与极值点	202
4.2.2	多变量复变函数 $f(\mathbf{Z}, \mathbf{Z}^*)$ 的平稳点与极值点	204
4.2.3	无约束最小化问题的梯度分析	206
4.3	凸优化理论	209
4.3.1	标准约束优化问题	209
4.3.2	凸集与凸函数	211
4.3.3	凸函数辨识的充分必要条件	214
4.3.4	凸优化方法及其梯度分析	216
4.4	平滑凸优化的一阶算法	222
4.4.1	梯度法与梯度投影法	222
4.4.2	共轭梯度算法	227
4.4.3	收敛速率	231
4.4.4	Nesterov 最优梯度法	232
4.5	非平滑凸优化的次梯度法	240
4.5.1	次梯度与次微分	240
4.5.2	逼近函数	243
4.5.3	共轭函数	244
4.5.4	原始-对偶次梯度算法	246
4.5.5	投影次梯度法	248
4.6	非平滑凸函数的平滑凸优化	249
4.6.1	非平滑函数的平滑逼近	249
4.6.2	逼近梯度法	252
4.7	约束优化算法	256
4.7.1	Lagrangian 乘子法与对偶上升法	256
4.7.2	罚函数法	257
4.7.3	增广 Lagrangian 乘子法	261
4.7.4	交替方向乘子法	263
4.8	Newton 法	266
4.8.1	无约束优化的 Newton 法	266
4.8.2	无约束优化的复 Newton 法	268
4.8.3	等式约束优化的 Newton 法	269
4.8.4	等式约束优化的复 Newton 法	272
4.9	原始-对偶内点法	274
4.9.1	非线性优化的原始-对偶问题	274

4.9.2 一阶原始-对偶内点法	275
4.9.3 二阶原始-对偶内点法	277
本章小结	280
习题	280
第5章 奇异值分析	285
5.1 数值稳定性与条件数	285
5.2 奇异值分解	288
5.2.1 奇异值分解及其解释	288
5.2.2 奇异值的性质	292
5.2.3 秩亏缺最小二乘解	296
5.3 乘积奇异值分解	298
5.3.1 乘积奇异值分解问题	298
5.3.2 乘积奇异值分解的精确计算	299
5.4 奇异值分解的应用	301
5.4.1 静态系统的奇异值分解	301
5.4.2 图像压缩	304
5.5 广义奇异值分解	304
5.5.1 广义奇异值分解的定义与性质	304
5.5.2 广义奇异值分解的实际算法	307
5.5.3 高阶广义奇异值分解	310
5.5.4 应用	312
5.6 矩阵完备	313
5.6.1 矩阵恢复与矩阵分解	313
5.6.2 矩阵完备及其可辨识性	315
5.6.3 矩阵完备的奇异值阈值化法	319
本章小结	323
习题	323
第6章 矩阵方程求解	325
6.1 最小二乘方法	325
6.1.1 普通最小二乘	325
6.1.2 Gauss-Markov 定理	327
6.1.3 普通最小二乘解与最大似然解的等价性	329
6.1.4 数据最小二乘	329
6.2 Tikhonov 正则化与正则 Gauss-Seidel 法	330
6.2.1 Tikhonov 正则化	330
6.2.2 正则 Gauss-Seidel 法	332

6.3	总体最小二乘	336
6.3.1	总体最小二乘问题	336
6.3.2	总体最小二乘解	337
6.3.3	总体最小二乘解的性能	341
6.3.4	总体最小二乘拟合	344
6.4	约束总体最小二乘	348
6.4.1	约束总体最小二乘方法	348
6.4.2	超分辨谐波恢复	350
6.4.3	正则化约束总体最小二乘图像恢复	351
6.5	盲矩阵方程求解的子空间方法	353
6.6	非负矩阵分解的优化理论	355
6.6.1	非负性约束与稀疏性约束	355
6.6.2	非负矩阵分解的数学模型及解释	356
6.6.3	散度与变形对数	360
6.7	非负矩阵分解算法	364
6.7.1	非负矩阵分解的乘法算法	364
6.7.2	投影梯度法和 Nesterov 最优梯度法	369
6.7.3	交替非负最小二乘算法	371
6.7.4	拟牛顿法与多层分解法	373
6.7.5	稀疏非负矩阵分解	374
6.8	稀疏矩阵方程求解: 优化理论	377
6.8.1	L_1 范数最小化	377
6.8.2	RIP 条件	379
6.8.3	与 Tikhonov 正则化最小二乘的关系	381
6.8.4	L_1 范数最小化的梯度分析	382
6.9	稀疏矩阵方程求解: 优化算法	384
6.9.1	正交匹配追踪法	384
6.9.2	LASSO 算法与 LARS 算法	386
6.9.3	同伦算法	389
6.9.4	Bregman 迭代算法	390
	本章小结	395
	习题	396
第 7 章	特征分析	399
7.1	特征值问题与特征方程	399
7.1.1	特征值问题	399
7.1.2	特征多项式	401

7.2	特征值与特征向量	402
7.2.1	特征值	402
7.2.2	特征向量	403
7.2.3	与其他矩阵函数的关系	405
7.2.4	特征值和特征向量的性质	408
7.2.5	矩阵的可对角化定理	413
7.3	Cayley-Hamilton 定理及其应用	415
7.3.1	Cayley-Hamilton 定理	415
7.3.2	逆矩阵和广义逆矩阵的计算	417
7.3.3	矩阵幂的计算	418
7.3.4	矩阵指数函数的计算	420
7.4	特征值分解的几种典型应用	423
7.4.1	标准正交变换与旋向圆变换	423
7.4.2	Pisarenko 谐波分解	426
7.4.3	离散 Karhunen-Loeve 变换	428
7.4.4	主分量分析	430
7.5	广义特征值分解	432
7.5.1	广义特征值分解及其性质	433
7.5.2	广义特征值分解算法	435
7.5.3	广义特征值分解的总体最小二乘方法	436
7.5.4	应用举例 —— ESPRIT 方法	437
7.5.5	相似变换在广义特征值分解中的应用	440
7.6	Rayleigh 商	442
7.6.1	Rayleigh 商的定义及性质	443
7.6.2	Rayleigh 商迭代	444
7.6.3	Rayleigh 商问题求解的共轭梯度算法	445
7.7	广义 Rayleigh 商	447
7.7.1	广义 Rayleigh 商的定义及性质	447
7.7.2	应用举例 1: 类鉴别有效性的评估	449
7.7.3	应用举例 2: 干扰抑制的鲁棒波束形成	450
7.8	二次特征值问题	452
7.8.1	二次特征值问题的描述	452
7.8.2	二次特征值问题求解	454
7.8.3	应用举例	458
7.9	联合对角化	462
7.9.1	联合对角化问题	462
7.9.2	正交近似联合对角化	464

7.9.3 非正交近似联合对角化	466
7.10 Fourier 分析与特征分析	467
7.10.1 周期函数的 Fourier 分析	467
7.10.2 非周期函数的特征分析	469
本章小结	474
习题	474
第 8 章 子空间分析与跟踪	483
8.1 子空间的一般理论	483
8.1.1 子空间的基	483
8.1.2 无交连、正交与正交补	485
8.1.3 子空间的正交投影与夹角	488
8.1.4 主角与补角	490
8.1.5 子空间的旋转	491
8.2 列空间、行空间与零空间	492
8.2.1 矩阵的列空间、行空间与零空间	492
8.2.2 子空间的基构造: 初等变换法	495
8.2.3 基本空间的标准正交基构造: 奇异值分解法	498
8.2.4 构造两个零空间交的标准正交基	501
8.3 子空间方法	502
8.3.1 信号子空间与噪声子空间	503
8.3.2 子空间方法应用 1: 多重信号分类 (MUSIC)	505
8.3.3 子空间方法应用 2: 子空间白化	507
8.4 Grassmann 流形与 Stiefel 流形	508
8.4.1 不变子空间	508
8.4.2 Grassmann 流形	509
8.4.3 Stiefel 流形	510
8.5 投影逼近子空间跟踪	513
8.5.1 投影逼近子空间跟踪的基本理论	513
8.5.2 投影逼近子空间跟踪算法	516
8.6 快速子空间分解	517
8.6.1 Rayleigh-Ritz 逼近	518
8.6.2 快速子空间分解算法	519
本章小结	522
习题	522

第9章 投影分析	527
9.1 投影与正交投影	527
9.1.1 投影定理	528
9.1.2 均方估计	529
9.2 投影矩阵与正交投影矩阵	531
9.2.1 幂等矩阵	531
9.2.2 投影算子与正交投影算子	533
9.2.3 到列空间的投影矩阵与正交投影矩阵	535
9.2.4 投影矩阵的导数	537
9.3 投影矩阵与正交投影矩阵的应用举例	538
9.3.1 投影梯度	538
9.3.2 预测滤波器的表示	540
9.4 投影矩阵和正交投影矩阵的更新	544
9.5 满列秩矩阵的斜投影算子	545
9.5.1 斜投影算子的定义及性质	546
9.5.2 斜投影算子的几何解释	550
9.5.3 斜投影算子的递推	552
9.6 满行秩矩阵的斜投影算子	553
9.6.1 满行秩矩阵的斜投影算子定义	553
9.6.2 斜投影的计算	555
9.6.3 斜投影算子的应用	557
本章小结	558
习题	558
第10章 张量分析	563
10.1 张量及其表示	563
10.2 张量的矩阵化与向量化	569
10.2.1 张量的水平展开与向量化	569
10.2.2 张量的纵向展开	573
10.3 张量的基本代数运算	577
10.3.1 张量的内积、范数与外积	577
10.3.2 张量的 n -模式积	579
10.3.3 张量的秩	583
10.4 张量的 Tucker 分解	585
10.4.1 Tucker 分解 (高阶奇异值分解)	585
10.4.2 三阶奇异值分解	588
10.4.3 高阶奇异值分解的交替最小二乘算法	592

10.5	张量的平行因子分解	596
10.5.1	双线性模型	596
10.5.2	平行因子分析	598
10.5.3	CP 分解的唯一性条件	604
10.5.4	CP 分解的交替最小二乘算法	606
10.6	多路数据分析的预处理与后处理	610
10.6.1	多路数据的中心化与比例化	610
10.6.2	正则化与数据阵列的压缩	611
10.7	非负张量分解	613
10.7.1	非负张量分解的乘法算法	614
10.7.2	非负张量分解的交替最小二乘算法	617
	本章小结	619
	习题	619
	参考文献	621
	索引	648