



国家科学技术学术著作出版基金资助

N S E

5

网 络 科 学 与 工 程 丛 书

# 复杂网络 协调性理论

Theory of Coordination  
in Complex Networks

■ 陈天平 卢文联 著

 高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS



国家科学技术学术著作出版基金资助

网络科学与工程丛书

N S E

5

FUZA WANGLUO XIETIAOXING LILUN

# 复杂网络 协调性理论

## Theory of Coordination in Complex Networks

■ 陈天平 卢文联 著

 高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

### 图书在版编目(CIP)数据

复杂网络协调性理论 / 陈天平, 卢文联著. -- 北京: 高等教育出版社, 2013. 10  
(网络科学与工程丛书 / 陈关荣主编)  
ISBN 978-7-04-038257-0

I. ①复… II. ①陈… ②卢… III. ①计算机网络 - 网络理论 - 研究 IV. ①TP393.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 187864 号

策划编辑 刘 英      责任编辑 冯 英      封面设计 李卫青      版式设计 余 杨  
插图绘制 郝 林      责任校对 刘春萍      责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
印 刷 北京中科印刷有限公司  
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16  
印 张 15.75  
字 数 250 千字  
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
版 次 2013 年 10 月第 1 版  
印 次 2013 年 10 月第 1 次印刷  
定 价 59.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物 料 号 38257-00

## 作者简介

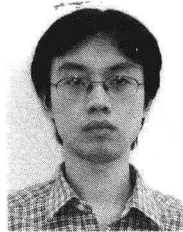
**陈天平**，复旦大学教授、博士生导师。1965年复旦大学数学系研究生毕业，师从著名数学家陈建功教授。1985年起为复旦大学教授。

在包括神经网络、非线性映照理论、盲信号分离、主成分分析、复杂网络等研究方面做出了突出的贡献。曾获2002年度国家自然科学基金二等奖，1998年度上海市科技进步奖一等奖，1998年度教育部科技进步奖一等奖，1997年度IEEE Transaction on Neural Networks杰出论文奖，1997年度日本神经网络学会最佳论文奖。所培养的多名博士生获上海市优秀博士论文奖，一人获全国优秀博士论文奖。



**卢文联**，1978年出生，复旦大学数学专业学士（2000年）和应用数学专业博士（2005年）。

2005-2007年，德国马克斯普朗克科学数学研究所博士后。现为复旦大学数学科学学院应用数学系教授，2012年作为欧盟委员会资助的玛丽-居里学者访问英国 Warwick 大学计算机系。2007年获全国百篇优秀博士论文奖，2008年获上海是自然科学二等奖（第二完成人），2011年获得亚太神经网络协会“青年研究者奖”。现担任 IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems（2013-）和 Neuocomputing（2009-）编委，以及 International Journal on Bifurcation and Chaos（2010-）客座编委。研究方向包括：神经网络模型的数学方法及其应用、复杂系统与复杂网络理论和应用、非线性动力系统、计算神经模型和大脑影像数据处理等。



## “网络科学与工程丛书” 编审委员会

名誉主编：郭 雷院士 金芙蓉院士 李德毅院士

主 编：陈关荣

副主编：史定华 汪小帆

委 员：(按汉语拼音字母排序)

曹进德 陈增强 狄增如 段志生

方锦清 傅新楚 胡晓峰 来颖诚

李 翔 刘宗华 陆君安 吕金虎

汪秉宏 王青云 谢智刚 张翼成

周昌松 周 涛

# 序

随着以互联网为代表的网络信息技术的迅速发展，人类社会已经迈入了复杂网络时代。人类的生活与生产活动越来越多地依赖于各种复杂网络系统安全可靠和有效的运行。作为一个跨学科的新兴领域，“网络科学与工程”已经逐步形成并获得了迅猛发展。现在，许多发达国家的科学界和工程界都将这个新兴领域提上了国家科技发展规划的议事日程。在中国，复杂系统包括复杂网络作为基础研究也已列入《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006—2020年)》。

网络科学与工程重点研究自然科学技术和社会政治经济中各种复杂系统微观性态与宏观现象之间的密切联系，特别是其网络结构的形成机理与演化方式、结构模式与动态行为、运动规律与调控策略，以及多关联复杂系统在不同尺度下行为之间的相关性等。网络科学与工程融合了数学、统计物理、计算机科学及各类工程技术科学，探索采用复杂系统自组织演化发展的思想去建立全新的理论和方法，其中的网络拓扑学拓展了人们对复杂系统的认识，而网络动力学则更深入地刻画了复杂系统的本质。网络科学既是数学中经典图论和随机图论的自然延伸，也是系统科学和复杂性科学的创新发展。

为了适应这一高速发展的跨学科领域的迫切需求，中国工业与应用数学学会复杂系统与复杂网络专业委员会偕同高等教育出版社出版了这套“网络科学与工程丛书”。这套丛书将为中国广大的科研教学人员提供一个交流最新

研究成果、介绍重要学科进展和指导年轻学者的平台，以共同推动国内网络科学与工程研究的进一步发展。丛书在内容上将涵盖网络科学的各个方面，特别是网络数学与图论的基础理论，网络拓扑与建模，网络信息检索、搜索算法与数据挖掘，网络动力学（如人类行为、网络传播、同步、控制与博弈），实际网络应用（如社会网络、生物网络、战争与高科技网络、无线传感器网络、通信网络与互联网），以及时间序列网络分析（如脑科学、心电图、音乐和语言）等。

“网络科学与工程丛书”旨在出版一系列高水准的研究专著和教材，使其成为引领复杂网络基础与应用研究的信息和学术资源。我们殷切希望通过这套丛书的出版，进一步活跃网络科学与工程的研究气氛，推动该学科领域知识的普及，并为其深入发展做出贡献。

金芳蓉 (Fan Chung) 院士  
美国加州大学圣地亚哥分校  
二〇一一年元月

# 前 言

自然科学和工程科学中的各类复杂网络的研究已成为 21 世纪科学研究的重大课题。在这些复杂网络中,每个个体和周围的环境紧密联系,时刻被环境影响,也不停地影响着周围环境。所以,对网络的分析,不仅要考虑每个个体自身的状态和特征,也必须关注其他个体对它的影响。离开环境孤立地分析已不合时宜,而应该采用全局的系统分析方法。复杂网络的复杂性不仅包含个别节点的非线性,个体间的相互耦合也导致复杂性。不同于以往研究的多个体耦合网络,复杂网络的耦合常常包含大量的节点,节点间耦合关系也非常复杂,而且带有随机性。因此,必须找到新的观点和方法,才能有效地研究复杂系统的动力学行为。

20 世纪末的复杂网络理论和方法的兴起,为解决上述问题提供了新的方法论。基于随机图理论, Neman 和 Barabási 等在《自然》和《科学》上发表了一系列论文,发现自然界和人工复杂网络的一些共有的特征,如小世界和无尺度的幂度分布特征,并且提出了复杂网络的自组织和演化机制。这些先驱研究及其之后的大量论文,开辟了复杂网络这个新的研究领域,也为处理复杂网络找到了一类新的方法。

具有耦合结构的复杂网络常常使用耦合常(泛函)微分方程和耦合差分方程(耦合映射格子)来描述。由于节



点间信息传递,系统整体呈现出协调性行为。其中,近年来的研究表明,同步特征是网络最重要的特征之一,并有着广泛的应用。它不仅可以用以揭示和解释现实世界中的现象,更在计算、图像处理和控制等方面有着广泛的应用。基本的耦合系统模型鲜明地表达了网络的概念。每个节点的动力学行为不仅依赖个体的特征,而且受与之相连接的节点的影响。分析网络的这两个因素——个体和个体间的耦合——在网络同步中的作用,它们如何影响整体的动力学行为,以及如何刻画节点间相互作用对网络同步的作用,正是本书关注的问题。

复杂网络系统的同步性是近年来复杂网络动力学行为研究的热点。其分析包含两类:其一是局部同步稳定性分析,Pecora 等人在 20 世纪 90 年代末提出主稳定函数方法,其本质是利用不变流形的横向稳定性的分析方法,研究同步流形的横向稳定性;其二是全局同步稳定性分析,通过构建以同步子空间为不变集合的李亚普诺夫函数来证明。具有代表性是 Wu 和 Chua 在 1995 年的工作,他们通过定义一类特殊矩阵来构造系统轨道到同步子空间的距离,从而给出同步分析。

不同于稳定性,系统的混沌同步并不意味某一轨道的稳定性,即系统未必收敛于平衡点、周期轨道或者混沌轨道,而是收敛到同步流形上,而且不是同步流形上的某一轨道。这是同步性和稳定性的重要区别。多主体系统的一致性算法(协议)可视为耦合网络动力系统的特殊情形,即每个节点没有自身动力学行为,仅有节点间的耦合。在本书中,将对此的讨论放在流形的横向稳定性框架下进行。

由此观点,本书建立一套统一的理论和方法框架。通过对不变子流形的横向稳定性分析,讨论了局部线性稳定性和全局稳定性。以此方法研究复杂网络的同步性、一致性和稳定性。书中还讨论了网络拓扑结构对协调性行为的

影响。特别关注具有时变网络结构的系统。

本书包括 10 章。

第一章概述复杂网络的动力系统模型以及协调性动力学行为的定义。

第二章给出了本书所需的数学定义、引理和方法。包含矩阵理论、代数图论以及动力系统的一些概念。

第三章详细给出一般不变流形的横向稳定性分析。首先给出确定 (deterministic) 系统不变流形的横向稳定性分析, 然后将其推广到随机 (random) 动力系统。

第四章讨论了耦合微分动力系统的同步。基于对同步子空间的几何分析, 定义了同步子空间上的一个非正交投影。将同步性转化为在同步子空间的投影轨道的横向稳定性, 从而给出局部稳定性和全局稳定性的判据。

第五章讨论了耦合映射网络系统的同步。进一步, 还讨论了具有时变的耦合结构的映射网络。

第六章着重讨论网络拓扑结构与同步能力间的关系。

在第七章中以一种新的观点讨论分群同步, 定义了分群同步子空间和相应的不变子流形。通过其横向稳定性分析了分群同步, 也分析了自组织和驱动两种机制对于分群同步的影响。

第八章讨论多主体网络的一致性。它可视为耦合动力系统 (微分方程和映射网络) 同步问题的一个特例。在此章中, 重点研究了具有随机时变拓扑结构以及非线性耦合关系的一致性。

第九章讨论耦合网络的牵引控制, 叙述了最少节点的牵引控制方法。自适应算法是一种可提高网络协调性行为能力的方法。在第六、七、九章中分别就同步、分群同步以及牵引控制中给出相应的算法和理论证明。

在第十章中, 比较和讨论同步的各种不同定义。分析稳定性、同步、牵引控制间的联系和区别, 澄清一些错误

观点和结论,并简单地总结全书内容,提出一些今后值得研究的深层次课题。

复杂网络的协调性行为,不仅在认识世界中有重要价值,在工程控制、智能计算、信息处理等多个领域中也有广泛应用。另一方面,还有大量理论和应用问题尚待解决。建立各类不同定义下的协调性行为统一分析框架,精确分析网络拓扑结构对于网络同步能力的影响,同步网络结构的调控等课题,尚待进一步的分析与研究。

本书的主要内容是笔者及其团队多年工作的结晶。本书内容力求翔实,有关数学理论和方法尽可能作详细的介绍,同时系统地整合了各类分析和研究复杂网络协调性行为的分析方法。本书可作为相关学科研究生的教材,亦可作为相关领域的研究者的参考手册。在本书的写作过程中,得到了许多专家的支持和帮助,特别感谢史定华教授、陆君安教授、陈增强教授的鼓励和大力支持。本书的研究工作得到了国家自然科学基金项目(编号 60974015, 61273211, 612733090)的支持,也包含一些国内外同行成果。同时,刘波博士、刘锡伟博士、吴玮博士和贺向南博士的工作对本书的编写起了很大作用,在此一并致谢。由于水平有限,时间仓促,考虑不周,错误难免,敬请智者不吝斧正。

作者  
2013年7月

# 符号表

$(TN)^\perp$	子流形 $N$ 的法丛
$(TN_t)^\perp$	子流形 $N$ 在 $f_\omega^t(p)$ 点的法空间
$2^M$	$M$ 的幂集
$[x]$	小于等于 $x$ 的最大整数
$\beta(\omega)$	随机变量, 记该随机变量在 $\omega$ 上的取值为 $\beta_\omega$
$\circ$	映射或函数的复合
$\mathbb{R}$	实数集合
$\mathbb{R}^+$	正实数集
$\mathbb{Z}_{\geq 0}$	非负整数集
$1_S$	集合 $S$ 的特征函数
$B(A)(\omega)$	不变的随机集合 $A(\omega)$ 的吸引域
$\mathcal{C}$	分群
$\mathcal{G}(A)$	非对角元非负矩阵 $A$ 对应的图
$\mathcal{K}(\cdot)$	集合的凸包
$S$	同步子空间
$S_{\mathcal{C}}(n)$	关于分群 $\mathcal{C}$ 的分群同步子空间
$\mathcal{K}[f](x)$	不连续函数 $f$ 通过凸包构成的集合值函数
$\mathcal{O}(A_\omega, \mu)$	随机集合 $A_\omega$ 的 $\mu$ -邻域
$\mathcal{O}_N^{\beta_\omega}(A_\omega, \mu)$	$N$ 的补空间中 $\mathcal{O}_N(A_\omega, \mu)$ 的半径为 $\beta_\omega$ 的球
$\mathcal{O}_N(A_\omega, \mu)$	随机集合 $A_\omega$ 在子流形 $N$ 上的 $\mu$ -邻域
$\overline{\mathcal{O}}_N^{\beta_\omega}(A_\omega, \mu)$	$\mathcal{O}_N^{\beta_\omega}(A_\omega, \mu)$ 的闭包
$\Pi_V$	到子空间 $V$ 上的正交投影

$\theta^t$	保测映射
$\top$	矩阵转置
$\varphi(t, p, \omega)$	以 $(p, \omega)$ 为初值的随机动力系统
$B(x, \delta)$	以 $x$ 为中心半径为 $\delta$ 的开球
$d_M(\cdot, \cdot)$	黎曼度量
$d_p^\perp f_\omega^t$	$f_\omega^t$ 在 $p$ 点的法向导函数
$d_p f_\omega^t$	$f_\omega^t$ 在 $p$ 点的切映射
$Df(\bar{x}(t), t)$	$f$ 在 $\bar{x}(t)$ 的 Jacobian 矩阵
$E_P(\cdot), E(\cdot)$	(关于概率 $P$ 的) 数学期望
$f_\omega^t(\cdot)$	当 $t$ 和 $\omega$ 固定时 $\varphi(t, \cdot, \omega)$ 对应的映射
$I_m$	$m$ 阶单位阵
$M$	黎曼流形
$NCF(\alpha, \beta)$	可接受非线性耦合函数类
$span(m)$	$m \times m$ 非负矩阵的型中含有生成树的不同型的个数
$SW(\omega)$	$W(\omega)$ 的单位法丛
$T_p N$	子流形 $N$ 在 $p$ 点的切空间
$TN_t$	子流形 $N$ 在 $f_\omega^t(p)$ 点的切空间
gcd	最大公约数

# 目录

## 符号表

<b>第一章 复杂网络与复杂系统</b> .....	1
1.1 复杂网络的理论和模型 .....	2
1.2 协调性行为 .....	6
参考文献 .....	10
<b>第二章 数学准备</b> .....	13
2.1 代数图理论和矩阵理论 .....	14
2.2 具有不连续右端的微分方程 .....	20
2.3 随机过程与随机动力系统 .....	25
2.4 耦合复杂网络动力学模型 .....	28
参考文献 .....	32
<b>第三章 协调性与横向稳定性理论</b> .....	35
3.1 不变子流形的横向稳定性 .....	36
3.1.1 确定性动力系统的横向稳定性 .....	36
3.1.2 随机动力系统的横向稳定性 .....	39
3.2 李亚普诺夫方法 .....	48
参考文献 .....	50
<b>第四章 耦合微分动力系统的同步</b> .....	53
4.1 线性耦合微分动力系统的同步 .....	57

4.1.1 局部同步性 .....	57
4.1.2 全局同步性 .....	61
4.2 时滞的影响 .....	69
4.2.1 时滞耦合系统局部同步 .....	69
4.2.2 时滞耦合系统全局同步 .....	75
4.3 非线性耦合动力系统的同步 .....	82
参考文献 .....	87
<b>第五章 耦合映射网络的同步</b> .....	<b>89</b>
5.1 耦合映射网络的同步分析 .....	91
5.2 时变切换映射网络的同步 .....	95
参考文献 .....	101
<b>第六章 定义复杂网络的同步能力</b> .....	<b>103</b>
6.1 复杂网络的同步能力 .....	104
6.2 网络拉普拉斯矩阵谱的分析 .....	109
6.3 时变耦合拓扑结构的同步能力 .....	112
6.4 自适应反馈算法 .....	115
参考文献 .....	119
<b>第七章 分群同步</b> .....	<b>123</b>
7.1 耦合微分方程的全局分群同步 .....	124
7.2 分群同步方案 .....	134
7.3 基于自适应反馈的分群同步算法 .....	139
7.4 耦合映射网络的分群同步 .....	142
参考文献 .....	152
<b>第八章 多主体网络的一致性</b> .....	<b>153</b>
8.1 静态耦合多主体网络的一致性 .....	156
8.2 随机切换拓扑结构的网络多主体系统 的一致性 .....	158
8.3 通信时滞的影响 .....	165
8.3.1 具有时变时滞的连续系统一致性算法 .....	165

8.3.2 时变时滞离散系统的一致性算法 .....	169
8.4 非线性耦合多主体网络的一致性 .....	176
参考文献 .....	187
<b>第九章 复杂网络的牵引控制</b> .....	<b>189</b>
9.1 稳定性分析 .....	191
9.2 自适应牵引控制 .....	196
9.3 分群牵引控制 .....	200
参考文献 .....	207
<b>第十章 总结、比较和讨论</b> .....	<b>209</b>
10.1 同步与稳定性.....	211
10.2 牵引控制与同步.....	224
10.3 拓扑结构与同步能力及展望.....	228
参考文献 .....	229
<b>索引</b> .....	<b>231</b>



# 第一章 复杂网络与 复杂系统