平面几何学教本

中學校
師範學校適用

新制

平面幾何學教本

中華書局印行

民國六年七月印刷
民國六年七月發行

有著作權
不准翻印

（新制平面幾何學教本）全一冊

定價銀一元二角五折實售六角

（外埠酌加郵滙費）

編輯者　閩侯王永炅
　　　　泰和胡樹楷

校閱者　義烏陳槐
　　　　丹徒王祖訓

發行者　中華書局

印刷者　中華書局

印刷所　中華書局
上海靜安寺路一九二號

總發行所　上海 福州路河南路轉角 中華書局

分發行所
北京天津奉天廣州長沙開封溫州長春
漢口南昌南京杭州濟南保定武昌太原
常德福州成都重慶雲南徐州西安汕頭
香港蘭州衡州貴陽吉林潮州安慶桂林
東昌廈門蘭谿邢台綏化煙台鄭州梧州
石家莊黑龍江張家口哈爾濱新加坡
中華書局

新制平面幾何學教本

編輯大意

一本書按照部頒課程標準編輯。爲中學校師範學校及其他同等學校用書。

一教科本以簡明爲主。而於幾何學尤要。本書即本斯旨編輯。雖篇幅無多。然能全體貫澈。應用之際已綽然有餘。

一本書多列應用題。以引起學者之興味。

一本書於軌跡一章。不憚反復詳說。並用三段證法。以期易於領悟。

一本書對於論理學智識。主逐漸輸入。以免初學茫無端緒。

一本書列數之乘積於面積比較之定律後。故證法多從簡略。因學至此編。而所得之智識。已足領悟。毋庸更加以冗長之證明也。

一本書比例編。務從簡略。不可通約量。亦僅就近似值說明。因Euclid派之理論。不合於中等程度。故不採入。

一本書於重要定理。多附註歷史。所以引起學者

歷史上之觀念。俾便記憶。

一本書於作圖題。多列推想之法。以爲初學標準。

一本書所畫之圖。均用粗細各綫。俾學者易於區別。而於作圖題中。更特定以細線表已知之線。小單圈表已知之點。斷續線表作圖所需要之線。粗線表所求之線。以便與幾何畫聯絡。

一本書所採問題。多取有興味而與他科有聯絡關係者。且配置適當。無淩亂摻雜之弊。其附有 ※ 號者。係緊要之題。必須演習。

一本書多用記號證法。簡明易曉。於初學尤覺相宜。

一本書附錄各項。可供全文授畢有餘暇時練習之用。

一本書怱促告成。難期完善。海內博學君子。幸勿吝教。

目　錄

緒　論

第一編　直線

第二編　圓

第三編　比例

第四編 面積

第五編 計算題

新制平面幾何學教本

緒　論

1. 定義　空間截取有限之部分.謂之立體。

空間者。可以任意截取者也。於空白間截取一部分而抽象想之。謂之立體。

立體與物體異。物體者有形有質如木石之類。立體則只論物體所佔空間之形狀大小位置。不及其實質者也。

立體有長有闊有厚。而有可分之性。

2. 定義　立體之界謂之面。

立體之界卽立體與其周圍空間分界之處。其薄無比。無體之可言。故名之曰面。

面者有長有闊而有厚者也。面亦有可分之性。

3. 定義　面之界謂之線。

此面與彼面分界之處。其細無比。無闊之可言。故曰線。

線者僅有長而無闊與厚者也。線亦有可分之性。

4. 定義 線之界謂之點。

此線與彼線分界之際。爲極微之一點。故曰點。

點僅有位置而無長闊與厚。不能再分。故點無可分之性。

【注意】以上所論體爲先。次爲面。線與點又次之。乃就吾人所具固有之幾何觀念。次第而分論之。若逆其次序而言。亦可如下云云。

I 點者惟有位置而無大小。

II 點動引長爲線。

III 線動展闊爲面。

IV 面動疊厚爲體。

5. 定義 點,線,面,體一種或數種之集合謂之圖形。

6. 定義 線之各部分。始終有同一之方向者。謂之直線。

故取直線之一段與他之一段併置一處。則其方向處處相合。如張緊之線。懸錘之線。皆足表直線之觀念。

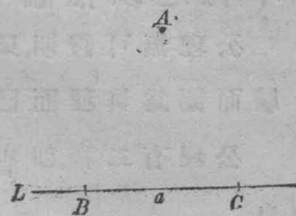
直線兩端之長無限。可以任意延長。

若僅取直線一部分。則稱爲線段或稱有限直線。

【注意】線之各段。處處方向不同者謂之**曲線**。

7.　一點可以一羅馬字母表之。如「點A」或「A點」是也。

一直線可以一字母表之。或以線上兩點之字母表之。如「直線L」「直線BC」是也。



若欲表BC二點之間所含直線之一部。則可云「BC線段」。

線之長亦可以一字母表之。如「a線段」其意卽表有a長之直線也。

凡稱直線BC之引長線者。言自B向C之方向而引長者也。若稱CB之引長線。則言C向B之方向而引長者也。

8.　**定義**　在一面內任取兩點。聯此兩點。作直線。而此直線處處在此面上者。則此面謂之**平面**。

靜水之面。平滑之鏡。皆足表平面之觀念也。

木工刨板而驗其板面之平否。卽應用此定義也。

9.　**定義**　幾何學者。論圖形之形狀大小及其位置之學科也。

平面幾何學者。所論之圖形。均在一平面上。

立體幾何學者。所論之圖形。均不在一平面上。

10. 定義 公理者。爲一切理論之基本。據之以推論各種定理者也。

公理無可證明。只能依天然之原則。或吾人所經驗。而認爲眞理而已。

公理有二種。卽普通公理與幾何學公理是也。

普通公理者。關於各種之量。幾何學公理者。僅關於幾何學之量者也。

幾何學中所恆用之普通公理。如次。

I 全量等於各部分之和。故全量大於分量。

II 等於同量之量。彼此相等。

III 等量各加等量。則其和彼此相等。

IV 等量各減等量。則其差彼此相等。

V 不等量各加等量。則其和彼此不等。大者仍大。

VI 不等量各減去等量。則其差彼此不等。大者仍大。

VII　等量各減去不等量。則其差彼此不等。減大量者其差反小。

VIII　等量之中各以同倍數倍之。則其合量彼此相等。

又　數個等量之中。各以同數分爲若干分。則其分量彼此相等。

11. 幾何學公理

I　凡圖形不變其形狀大小。而得變其位置。

II　凡兩量全相合者。則其大小亦相等。

III　過一點。向一定之方向。僅能作一直線。

換言之亦可如下云云。

一點與一方向。可以決定一直線。

由此公理又生出次列二件。

(1) 有二點可以決定一直線。

〔如兩直線通過相同之二點。則其兩直線全相合而爲一直線〕

(2) 兩直線僅能於一點相交。而不能有多點相交。

IV　二點間之最短徑。卽爲其間之直線。

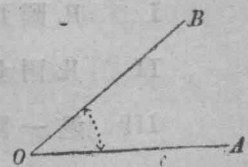
12. 定義　凡稱二點間之距離。卽指二點間之直線。

第一編 直線

第一章 直線及角

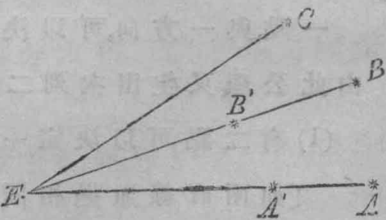
13. 定義 自同點引兩直線所成之形。謂之角。亦稱平面角。點。名曰角之頂點。其兩直線。曰角之邊。

自一點O引直線OA。以O爲樞。從OA之位置而迴轉。即云OA直線迴轉成OA,OB間之角。角之大小。與此迴轉之量之多少相同。



角之大小。可依此迴轉之量之多少定之。而與邊之長短無關。

如圓規展開之大小。即可表角度之觀念。

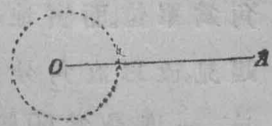


如圖。E爲人目之位置。AB爲兩星之位置。則AEBE成爲一角。若A星行至A′。而B星行至B′。則AEBE間之角。與A′EB′E間之角無異。若B星行至C。則AEBE間之角。與AECE間之角不相同。

14. 凡角可以其頂點之一字母表之。如O角可書之爲$\hat{O}$。〔13節之圖〕

又或以三個字母表之。以頂點之字母置於中央。而以二邊之字母置於前後。如 AOB 角。可書之爲 $A\hat{O}B$。或作 $\angle AOB$。

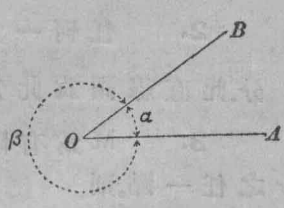
又或以三角內之字母表之。如 α 角。可書之爲 $\hat{\alpha}$。



設直線OA以O爲樞。從OA之位置漸漸迴轉。如鐘表之長短針迴轉於表面。〔唯迴轉之向相反〕迴轉一週。復返於OA之原處。此迴轉之量。謂之**周角**。故周角皆相等。平分周角。謂之**平角**。平分平角。謂之**直角**。〔凡直角以 $\hat{R}$ 記之〕

比直角小者。謂之**銳角**。比直角大而比二直角小者。謂之**鈍角**。

15. 定義 自一點引出二直線。能成兩角。此兩角合之成一周角。謂之互爲**共軛**。

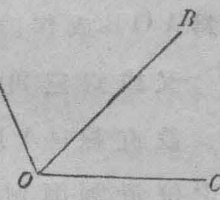


如圖 α β 二角。皆爲OA,OB二邊所含。其小者($\hat{\alpha}$)謂之**劣角**。其大者(β)謂之**優角**。

本書他處凡稱角者。皆指劣角而言。

凡二角有一頂點。且有一邊而在公共邊之兩傍者。曰**隣角**。

如 $A\hat{O}B$ 及 $B\hat{O}C$ 是也



【注意】初等幾何學中恆以直角為單位。而實地應用上為便利起見。恆以直角分為90等分。謂之**度**。一度分為60等分。謂之**分**。一分分為60等分。謂之**秒**。即

$$1度=60分=3600秒$$

$$1分=60秒$$

度,分,秒之記號。用 $°$ $'$ $''$ 如 $42°\ 25'\ 30''$ 即42度25分30秒也。

例　題

*1.　任意直線。僅有一個平分點。謂為此直線**中點**。

*2.　任何一角只有一直線。能分此角為二等分。此直線謂為此角之**二等分線**。

*3.　M為有限直線AB之中點。M′為MB上之任一點。則

$AM'+BM'=2AM$ 及 $AM'\sim BM'=2MM'$。

又N為BM′之中點。則

$AM' + AB = 2AN$。

試證之。

*4. CO為AOB角之二等分線。C′O為BOC角之任何分角線。則

$A\hat{O}C' + B\hat{O}C' = 2A\hat{O}C$。及

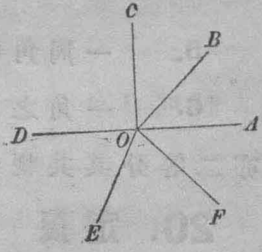
$A\hat{O}C' \sim B\hat{O}C' = 2C\hat{O}C'$。

又DO為$B\hat{O}C'$角二等分線。則

$A\hat{O}C' + A\hat{O}B = 2A\hat{O}D$。

16. 定理 自一點引出各直線。其所成隣接各角之和。等於一周角。

設OA, OB, OC, OD .... OF為O點所引出各直線。

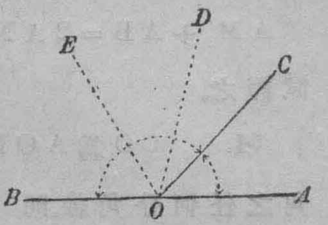


求證 $A\hat{O}B+B\hat{O}C+C\hat{O}D+$..........$+F\hat{O}A$等於一周角。

證 直線OA為其最初之位置。自OA廻轉。次第經過OB, OC, ...OF之位置。而復歸於最初OA。如此則次第旋成AOB, BOC .... EOF, FOA各角。然此廻轉。實環繞一週。

∴ $A\hat{O}B+B\hat{O}C+C\hat{O}D+\cdots+F\hat{O}A=$一周角。

17. 系 一直線(CO)與他一直線(AB)相遇。其所成兩隣角($B\hat{O}C$, $C\hat{O}A$.)之和等於平角。($2\hat{R}$)



【注意】設AB之一傍有CO, DO, 各直線遇於一點O。則其所成隣接各角$A\hat{O}C$, $C\hat{O}D$…$E\hat{O}B$之和。等於一平角。

18. 定義 二角之和。等於一平角。則此二角互爲補角。

19. 定義 二角之和等於一直角。則此二角互爲餘角。

例題

*5. 一周角等於幾直角。

*6. 一角之二等分線。向反對之方向引長之。亦二等分其共軛角。

20. 定義 二直線相交。其所成反對之角。謂之對頂角。

21. 定理 對頂角互相等。

設$\hat{a}$與$\hat{a}'$, $\hat{b}$與$\hat{b}'$爲對頂角。*

求證 $\hat{a}=\hat{a}'$ $\hat{b}=\hat{b}'$