



普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理学

下册

(第二版)

主编 吴淑杰 王雅红 武亚斌
主审 王选章 高红



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理学(下册)

(第二版)

主 编 吴淑杰 王雅红 武亚斌
主 审 王选章 高 红

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是以教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科大学物理课程教学基本要求(2010版)》为依据,结合专业人才培养的需要编写的.全书分为上、下两册.本书是下册,内容包括静电场,恒定磁场,电磁感应,波动光学,光的吸收、色散和散射,量子物理基础,现代物理技术.本书难度适中,在对物理基本概念、基本规律的阐述中注重深入浅出,简洁易懂.在保证必要的基本训练的基础上,突出物理理论在实际中的应用.此外,每章后都配有本章提要,方便学生掌握重点知识.

本书可作为高等学校理工科非物理专业及农林类专业的大学课程教材或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.下册/吴淑杰,王雅红,武亚斌主编.—2版.—北京:科学出版社,2014.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-039614-3

I. 大… II. ①吴… ②王… ③武… III. ①物理学-高等学校-教材
IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 012001 号

责任编辑:昌盛 王刚 / 责任校对:彭涛
责任印制:阎磊 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

保定市中西美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 9 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2014 年 1 月第 二 版 印张:15 1/4

2014 年 1 月第八次印刷 字数:305 000

定价:28.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

第 11 章 静电场	1	11.7 静电场中的电偶极子	30
11.1 电荷的量子化		11.8 静电场中的导体	31
库仑定律	1	11.8.1 静电感应 静电平衡条件	31
11.1.1 电荷守恒定律与电荷的量子化	1	11.8.2 静电平衡时导体上电荷的分布和表面附近的场强	32
11.1.2 库仑定律	2	11.8.3 静电屏蔽	34
11.2 电场强度	3	11.9 电容 电容器	36
11.2.1 静电场	3	11.9.1 孤立导体的电容	36
11.2.2 电场强度矢量	3	11.9.2 电容器	37
11.2.3 点电荷电场强度	4	11.9.3 电容器的并联和串联	39
11.2.4 电场强度叠加原理	5	11.10 静电场中的电介质	41
11.3 电场强度通量		11.10.1 电介质对电容的影响 相对电容率	41
高斯定理	11	11.10.2 电介质的极化	42
11.3.1 电场线	11	11.10.3 电极化强度矢量	43
11.3.2 电场强度通量	13	11.11 电位移矢量 有电介质时的高斯定理	44
11.3.3 高斯定理	14	11.12 静电场的能量 能量密度	49
11.3.4 高斯定理应用举例	16	11.12.1 电容器的电能	49
11.4 静电场的环路定理 电势能	20	11.12.2 电场的能量 能量密度	50
11.4.1 静电场力所做的功	20	本章提要	51
11.4.2 静电场的环路定理	21	习题	54
11.4.3 电势能	21	第 12 章 恒定磁场	57
11.5 电势	22	12.1 电流	57
11.5.1 电势 电势差	22	12.1.1 电流和电流密度矢量	57
11.5.2 点电荷电场的电势	23	12.1.2 欧姆定律的微分形式	59
11.5.3 电势的叠加原理	24		
11.6 电场强度与电势梯度	28		
11.6.1 等势面	28		
11.6.2 电场强度与电势的微分关系	29		

12.2 电源 电动势	60	的关系	83
12.2.1 非静电力 电源	60	12.9.3 带电粒子在均匀磁场中	
12.2.2 电动势	61	运动分析及应用举例	84
12.3 磁场 磁感应强度	61	12.9.4 运动电荷在电磁场中	
12.3.1 基本磁现象	61	所受的力	86
12.3.2 磁场	63	12.9.5 带电粒子在电场和磁场中	
12.3.3 磁感应强度	63	运动举例	86
12.4 毕奥-萨伐尔定律及其		12.10 磁介质	89
应用	64	12.10.1 磁介质的磁化	89
12.4.1 毕奥-萨伐尔定律	64	12.10.2 磁介质中的磁场	
12.4.2 毕奥-萨伐尔定律		磁场强度	93
应用举例	65	12.10.3 铁磁质	96
12.5 运动电荷的磁场	70	本章提要	99
12.6 磁场的高斯定理	71	习题	100
12.6.1 磁感应线	71	第13章 电磁感应	105
12.6.2 磁通量 磁场的高斯		13.1 法拉第电磁感应定律	105
定理	72	13.1.1 法拉第电磁感应定律	
12.7 安培环路定理及其			105
应用	74	13.1.2 楞次定律	107
12.7.1 安培环路定理	74	13.2 动生电动势 感生	
12.7.2 安培环路定理的应用		电动势	107
举例	75	12.2.1 动生电动势	107
12.8 磁场对载流导线的		12.2.2 感生电动势	111
作用	78	13.3 自感 互感	114
12.8.1 安培定律	78	13.3.1 自感	114
12.8.2 两根无限长平行载流直		13.3.2 互感	117
导线间的相互作用力		13.4 磁场的能量	118
电流单位“安培”的定义		13.5 麦克斯韦方程组	120
.....	80	13.5.1 位移电流	120
12.8.3 均匀磁场对矩形载		13.5.2 麦克斯韦方程组的	
流线圈的作用	81	积分形式	121
12.9 运动电荷在电场和磁场		* 13.6 电磁振荡 电磁波	122
中所受的力	83	13.6.1 电磁振荡 无阻尼	
12.9.1 运动电荷在磁场中		自由电磁振荡	122
所受的力 洛伦兹力	83	13.6.2 电磁波的产生	123
12.9.2 洛伦兹力与安培力			

13.6.3 平面电磁波的基本性质	124	14.10.1 光栅	153
13.6.4 电磁波的能量	125	14.10.2 光栅衍射条纹的形成	154
13.6.5 电磁波谱	125	14.10.3 衍射光谱	156
本章提要	126	* 14.11 X射线的衍射	158
习题	127	14.12 光的偏振	159
第14章 波动光学	132	14.12.1 自然光 线偏振光 部分偏振光	159
14.1 相干光	132	14.12.2 偏振片 马吕斯定律	160
14.2 杨氏双缝实验 劳埃镜	133	14.13 反射光与折射光的偏振	161
14.2.1 杨氏双缝实验	133	* 14.14 双折射现象	162
14.2.2 劳埃镜	135	* 14.15 旋光现象	163
14.3 光程 光程差	136	本章提要	163
14.3.1 光程及光程差的加强 减弱条件	136	习题	166
14.3.2 平行光通过薄透镜 不产生附加光程差	137	第15章 光的吸收、色散和散射	171
14.4 薄膜干涉	138	15.1 光的吸收	171
14.5 劈尖 牛顿环	141	15.1.1 一般吸收和选择吸收	171
14.5.1 劈尖	141	15.1.2 光的吸收定律	172
* 14.5.2 牛顿环	144	15.1.3 吸收光谱	173
* 14.6 迈克耳孙干涉仪	146	15.2 光的色散	173
14.7 光的衍射	147	15.3 光的散射	175
14.7.1 光的衍射现象 衍射分类	147	本章提要	176
14.7.2 衍射分类	148	习题	177
14.7.3 惠更斯-菲涅耳原理	148	第16章 量子物理基础	178
14.8 单缝衍射	148	16.1 黑体辐射 普朗克量子假设	178
14.8.1 单缝衍射的明暗纹 公式	148	16.1.1 黑体 黑体辐射	178
14.8.2 单缝衍射的条纹宽度	150	16.1.2 斯特藩-玻尔兹曼定律 维恩位移定律	179
14.8.3 单缝衍射的光强分布	150	16.1.3 黑体辐射的瑞利-金斯公式经典物理的困难	180
14.9 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领	152		
14.10 衍射光栅	153		

16.1.4 普朗克假设 普朗克 黑体辐射公式	181	16.6.3 薛定谔方程	197
16.2 光电效应 光的波粒 二象性	181	16.6.4 一维无限深势阱 问题	199
16.2.1 光电效应实验的 规律	181	16.6.5 一维方势垒 隧道 效应	201
16.2.2 光子 爱因斯坦 方程	182	16.6.6 氢原子问题	203
16.2.3 光电效应在近代技术中 的应用	183	本章提要	206
16.2.4 光的波粒二象性	184	习题	207
16.3 康普顿效应	185	第 17 章 现代物理技术	208
16.3.1 康普顿效应的实验 规律	185	17.1 激光原理及激光技术的 应用	208
16.3.2 康普顿效应的解释 ..	185	17.1.1 激光器原理	208
16.4 氢原子	187	17.1.2 激光器的种类	209
16.4.1 氢原子光谱的规 律性	187	17.1.3 激光的巨大应用	210
16.4.2 卢瑟福的原子有核 模型	188	17.2 光纤技术	212
16.4.3 氢原子的玻尔理论 ..	189	17.2.1 光纤的结构与分类 ..	212
16.4.4 氢原子玻尔理论的 困难和意义	191	17.2.2 光纤通信技术和 发展	213
16.5 德布罗意波 实物粒子 的二象性	191	17.3 液晶技术	217
16.5.1 德布罗意假设	191	17.3.1 液晶的结构与分类 ..	217
16.5.2 德布罗意波实验 证明	192	17.3.2 液晶的物理性质	218
16.5.3 德布罗意波的统计 解释	193	17.4 纳米技术	219
16.6 量子力学简介	194	17.4.1 纳米材料的性能 特点	219
16.6.1 不确定关系	194	17.4.2 纳米材料的应用	220
16.6.2 波函数 概率密度 ..	196	17.5 等离子体技术	220
		17.5.1 等离子体	220
		17.5.2 主要应用	221
		17.6 新材料技术	222
		17.6.1 新材料简介	222
		17.6.2 新材料的发展前景 ..	225
		17.7 新能源技术	228
		习题答案	232

第 11 章 静 电 场

【学习目标】

掌握描述静电场的两个基本物理量——电场强度和电势的概念,理解电场强度是矢量点函数,而电势 U 则是标量点函数,明确静电场是有源场和保守场.理解静电场的叠加原理和高斯定理,并能计算特殊的、对称性电荷体系的电场强度.理解电场强度与电势的关系.了解静电场与导体以及电介质的相互作用规律.掌握任意电荷分布体系电势的计算方法,理解简单电容的计算方法.了解电场能量的概念,了解电场能量的计算方法.

11.1 电荷的量子化 库仑定律

11.1.1 电荷守恒定律与电荷的量子化

自然界中只存在两种电荷,通常我们把其中的一种(用绸子摩擦过的玻璃棒所带的电荷)叫做正电荷,另一种(用毛皮摩擦过的硬橡胶棒所带的电荷)叫做负电荷.它们的数量分别用正数和负数来表示.同种电荷互相排斥,异种电荷互相吸引.

1. 电荷守恒定律

近代物理学的发展已使我们对带电现象的本质有了深入的了解.物质是由分子、原子组成的.而原子又由带正电的原子核和带负电的电子组成.原子核中有质子和中子,中子不带电,质子带正电,一个质子所带的电量和一个电子所带的电量数值相等.在正常情况下,物体中任何一部分所包含的电子的总数和质子的总数是相等的,正、负电荷互相抵消,所以对外界不表现出电性.但是,如果在一定的外因作用下,物体(或其中的一部分)得到或失去一定数量的电子,使得电子的总数和质子的总数不再相等,物体就呈现电性.摩擦带电实际就是通过摩擦作用,使电子从一个物体转移到另一个物体的过程;一个物体得到了另一个物体的电子,这个物体就带了负电,而另一个物体失去了电子总是同时带等量的正电.

在孤立系统中,电子从一个物体转移到另一个或几个物体上,系统电荷的代数和保持不变,这就是**电荷守恒定律**.它同能量守恒定律、动量守恒定律一样,也是自

自然界的基本守恒定律.

2. 电荷的量子化

1913年,密立根通过实验测定所有电子都具有相同的电荷 e ,所有带电体的电荷 q 都是电子电荷 e 的整数倍,即 $q=\pm ne$, n 为 $1,2,3,\cdots$.电荷只能取离散的、不连续的量值的性质叫做电荷的量子化.电子的电荷绝对值 e 称为元电荷或电荷的量子.电荷的国际单位为库仑,符号为C,1986年国际推荐的电子电荷绝对值为 $e=1.60217733(49)\times 10^{-19}$ C.在通常的计算中取它的近似值 $e=1.602\times 10^{-19}$ C.

量子化是近代物理中的一个基本概念,电荷量子化是一个普遍的量子化规则.当研究范围达到原子限度时,很多物理量,如频率、能量等也都是量子化的.

11.1.2 库仑定律

在发现电现象后2000多年的长时期内,人们对电的了解一直处于定性的初级阶段.直到19世纪人们才开始对电的规律及其本质有比较深入的了解.1785年法国物理学家库仑利用扭秤实验研究了两个带电体之间的相互作用力,总结出两个点电荷间相互作用的规律,称为库仑定律.所谓点电荷,是指这样的带电体,它本身的几何线度比起它到其他带电体的距离小得多.这种带电体的形状及电荷在其中的分布已无关紧要,因此可以把它抽象成一个几何的点.

库仑定律表述为:在真空中,两个静止的点电荷之间的相互作用力的大小和它们电荷的乘积成正比,和它们之间距离的平方成反比,作用力的方向沿着它们的连线方向,同号电荷相排斥,异号电荷相吸.

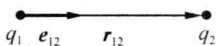


图 11.1 库仑定律

如图 11.1 所示, q_1, q_2 为两个点电荷,由 q_1 指向 q_2 的矢量用 r_{12} 表示.那么电荷 q_1 对电荷 q_2 的作用力 F_{12} 为

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} e_{12} \quad (11-1)$$

式中, e_{12} 为从电荷 q_1 指向电荷 q_2 的单位矢量,即 $e_{12}=\frac{r_{12}}{r_{12}}$; k 为比例系数,在国际单位制中 $k=8.98755\times 10^9$ N $\cdot$ m $^2\cdot$ C $^{-2}$.比例系数 k 也表示为 $k=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.式中 ϵ_0 叫做真空电容率或真空介电常数,在国际单位制下 $\epsilon_0=8.8542\times 10^{-12}$ F $\cdot$ m $^{-1}$.把 $k=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 代入式(11-1)得

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} e_{12} \quad (11-2)$$

库仑定律是通过宏观带电体的实验总结出来的.现代实验表明,这个定律对原子内的质子、电子等微观带电体也适用.通常把带电体间遵从库仑定律的相互作用

力称为库仑力。

如果点电荷不止两个,实验表明每两个点电荷之间的相互作用力仍由式(11-1)给出,并不因为其他静止电荷的存在而改变.当空间中有两个以上的点电荷($q_1, q_2, \dots, q_N$)时,电荷 q_0 所受到的总的作用力则为所有其他点电荷对它的作用力的矢量之和,即

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_i \quad (11-3)$$

这就是静电力的叠加原理。

思考题

11.1-1 库仑定律成立的条件是什么?

11.2 电场强度

11.2.1 静电场

两个点电荷并不直接接触,但它们之间却存在着相互作用的**静电力**(即库仑力),历史上对这种相互作用是通过什么方式和途径才得以实现的有过不同的观点.其中之一认为,电荷之间的静电力不需要任何介质,也不需要时间,就能够由一个电荷立即作用到另一个电荷上,即所谓**超距作用**.后来,人们通过反复研究,证明任何电荷在其周围都将激发起电场,电荷间的相互作用是通过电场对电荷的作用来实现的.可以证明电场的传播速度是光的传播速度 $c=2.9979 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 在人们发现电场具有有限的速度传播后,“超距作用”的观点就被否定了。

现在人们对场的物质性有了更明确的认识,场是一种特殊形态的物质,它具有质量、动量和能量.与分子、原子等实物相比,场也有特殊之处.分子或原子占据了的空间不能再被其他分子、原子同时占据,但几个电场可以同时占据同一空间,也就是说,场是可以叠加的,所以称它为特殊的物质。

不随时间变化的电场称为**静电场**.静止电荷在周围空间产生的电场就是静电场.已经知道,处于万有引力场中的物体要受到万有引力的作用,并且当物体移动时,引力要对它做功.同样,处于静电场中的电荷也要受到电场力的作用,并且当电荷在电场中运动时电场力也要对它做功.在本章里,将主要研究静电场的性质,分别引出描述电场性质的两个物理量——电场强度和电势。

11.2.2 电场强度矢量

在静止电荷周围存在着静电场,静电场遍布静止电荷周围的全部空间.场对处

于其中的电荷施以作用力,这是电场的一个重要性质.为了定量描述电场的这个性质,把一个试验电荷 q_0 放到电场中不同位置,观察电场对试验电荷 q_0 的作用力的情况.试验电荷必须满足如下要求:①试验电荷必须是点电荷;②它的电量应足够小,以至于把它放进电场中对原有的电场几乎没有什么影响.为叙述方便,取试验电荷为正电荷 q_0 .

实验表明,在静止电荷 Q 周围的静电场中,试验电荷 q_0 在电场中不同位置处所受到的电场力 F 的值和方向均不相同.另外,对于电场中任一固定点而言,试验电荷 q_0 在该处所受的电场力 F 与 q_0 的大小有关,但 F 与 q_0 之比与 q_0 无关,为一不变的矢量.这个不变的矢量只与该点电场性质有关,并能反映电场在该点处对进入其中带电的物体施力的性质,所以将该矢量定义为**电场强度**,用符号 E 表示,有

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (11-4)$$

式(11-4)为电场强度的定义式.它表明,电场中某点处的电场强度矢量等于位于该点处的单位试验电荷所受的电场力.电场强度是空间位置的函数.当取试验电荷为正电荷时, E 的方向与正试验电荷所受力 F 的方向相同.

在国际单位制中,电场强度的单位为牛顿·库仑⁻¹,符号为 $N \cdot C^{-1}$;电场强度的单位也为伏特·米⁻¹,符号为 $V \cdot m^{-1}$.两者是一样的,不过 $V \cdot m^{-1}$ 较 $N \cdot C^{-1}$ 使用得更普遍些.

应当指出,在已知电场强度分布的电场中,电荷 q 在场中某点处所受的力 F 可由式(11-4)算得

$$F = qE$$

11.2.3 点电荷电场强度

由库仑定律及电场强度定义式,可求得真空中点电荷周围电场的电场强度.

如图 11.2(a)所示,在真空中,点电荷 Q 位于直角坐标系的原点 O ,由原点 O 指向场点 P 的位矢为 r .若把试验电荷 q_0 ($q_0 > 0$) 置于场点 P ,由库仑定律可得 q_0 所受的电场力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} e_r$$

式中, e_r 为位矢 r 的单位矢量,即 $e_r = \frac{r}{r}$.由电场强度定义式(11-4)可得场点 P 处的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} e_r \quad (11-5)$$

式(11-5)是在真空中点电荷 Q 所激发的电场中任意点 P 处的电场强度表达式.这个公式也是计算点电荷电场强度的公式.从式(11-5)可以看出,如果点电荷

为正电荷(即 $Q>0$), E 的方向与 r 的方向相同;如果点电荷为负电荷(即 $Q<0$), 则 E 的方向与 r 的方向相反[图 11.2(b)]. 同时表明,真空中点电荷的电场是非均匀场,并具有球对称性.

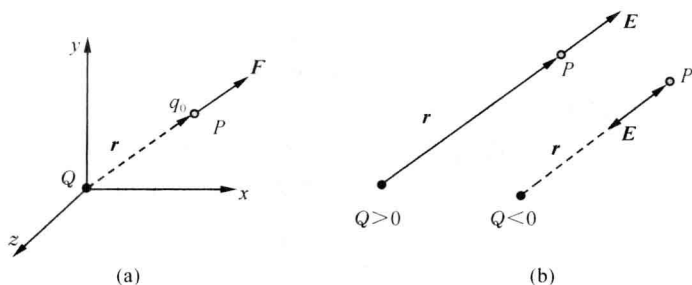


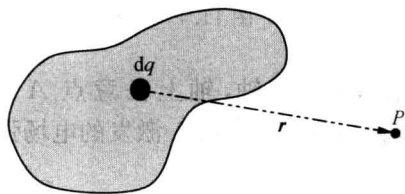
图 11.2 点电荷的电场强度

11.2.4 电场强度叠加原理

将静电力的叠加原理式(11-3)代入电场强度的定义式(11-4)中,得

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{F}_i}{q_0} = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_i \quad (11-6)$$

式(11-6)表明,点电荷系所激发的电场中某点处的电场强度等于各个点电荷单独存在时对该点所激发的电场强度的矢量和.这就是电场强度的**叠加原理**.对于电荷连续分布的带电体,如图 11.3 所示,设其体积为 V ,在带电体上取一体积为 dV 的电荷元 dq ,它的线度相对于 V 可视为无限小, dV 内所包含的电量为 dq ,可将 dq 作为一个点电荷对待,则 dq 在点 P 的电场强度为

图 11.3 带电体的电场强度 dE

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r$$

式中, $\mathbf{e}_r$ 为由 dq 指向点 P 的单位矢量. 根据电场强度叠加原理,整个带电体在点 P 处的电场强度 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{e}_r}{r^2} dq \quad (11-7)$$

若 ρ 为其电荷体密度,则 $dq = \rho dV$. 于是,式(11-7)也可写成

$$\mathbf{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho \mathbf{e}_r}{r^2} dV \quad (11-8a)$$

如果带电体是电荷连续分布的线带电体和面带电体,电荷元 dq 分别为 $dq = \lambda dl$ 和

$dq = \sigma ds$, 其中 λ 为电荷线密度, σ 为电荷面密度, 则由式(11-7)可得它们的电场强度分别为

$$\mathbf{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \mathbf{e}_r}{r^2} dl \quad (11-8b)$$

$$\mathbf{E} = \int_s \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \mathbf{e}_r}{r^2} dS \quad (11-8c)$$

例 11.1 电偶极子的电场强度.

如图 11.4 所示, 有两个电荷相等、符号相反; 相距为 r_0 的点电荷 $+q$ 和 $-q$. 若场点 P 到这两个点电荷的距离比 r_0 大很多时, 这两个点电荷构成的电荷系称为电偶极子. 从 $-q$ 指向 $+q$ 的矢量 $\mathbf{r}_0$ 称为电偶极子的轴, $q\mathbf{r}_0$ 称为电偶极子的电偶极矩 (简称电矩), 用符号 $\mathbf{p}$ 表示, 有 $\mathbf{p} = q\mathbf{r}_0$. 下面分别讨论:

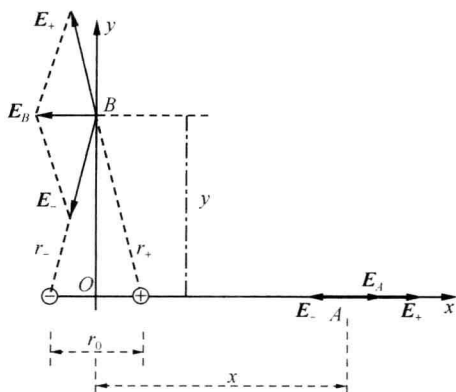


图 11.4 电偶极子

(1) 电偶极子轴线延长线上一点的电场强度;

(2) 电偶极子轴线的中垂线上一点的电场强度.

解 (1) 如图 11.4 所示, 取电偶极子轴线的中点为坐标原点 O , 沿电偶极子的延长线为 Ox 轴, 轴上任意点 A 距原点 O 的距离为 x . 由式(11-5)可得点电荷 $+q$ 和 $-q$ 在点 A 激发的电场强度分别为

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x - \frac{r_0}{2}\right)^2} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{E}_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x + \frac{r_0}{2}\right)^2} \mathbf{i}$$

上两式表明, $\mathbf{E}_+$ 和 $\mathbf{E}_-$ 的方向都沿 Ox 轴, 但方向相反. 由电场强度叠加原理可知, 点 A 处的 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(x - \frac{r_0}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{r_0}{2}\right)^2} \right] \mathbf{i}$$

化简后有

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2xr_0}{\left(x^2 - \frac{r_0^2}{4}\right)^2} \right] \mathbf{i}$$

上面已指出,对电偶极子来说,场点到电偶极子的距离比电偶极子中 $+q$ 和 $-q$ 之间的距离要大得多,即 $x \gg r_0$,这样上式中 $(x^2 - r_0^2/4) \approx x^2$.于是上式可写为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2r_0 q}{x^3} \mathbf{i}$$

由于电矩 $\mathbf{p} = q\mathbf{r}_0 = qr_0\mathbf{i}$,所以上式为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\mathbf{p}}{x^3} \quad (1)$$

式(1)表明,在电偶极子轴线的延长线上任意点 A 处的电场强度 $\mathbf{E}$ 的大小与电偶极子的电矩 $\mathbf{p}$ 成正比,与电偶极子中点 O 到点 A 的距离的三次方成反比;电场强度 $\mathbf{E}$ 的方向与电矩 $\mathbf{p}$ 的方向相同.

(2) 取 Oy 轴如图11.4所示.由式(11-5),可得点电荷 $+q$ 和 $-q$ 对中垂线上任意点 B 的电场强度分别为

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2} \mathbf{e}_+ \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_-^2} \mathbf{e}_- \quad (3)$$

式中, r_+ 和 r_- 分别是 $+q$ 和 $-q$ 与点 B 间的距离, $\mathbf{e}_+$ 和 $\mathbf{e}_-$ 分别是 $+q$ 和 $-q$ 指向点 B 的单位矢量.由于 B 是 $+q, -q$ 连线的中垂线上的一点,所以 $r_+ = r_-$,令其为 r ,即有

$$r_+ = r_- = r = \sqrt{y^2 + \left(\frac{r_0}{2}\right)^2} \quad (4)$$

而 $\mathbf{e}_+$ 为 $\mathbf{r}_+$ 方向的单位矢量,其中 $\mathbf{r}_+$ 为

$$\mathbf{r}_+ = \left(-\frac{r_0}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right)$$

所以,单位矢量 $\mathbf{e}_+ = \left(-\frac{r_0}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right)/r$,于是式(2)为

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \left(y\mathbf{j} - \frac{r_0}{2}\mathbf{i}\right)$$

同理,式(3)为

$$\mathbf{E}_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \left(y\mathbf{j} + \frac{r_0}{2}\mathbf{i}\right)$$

根据电场强度叠加原理,可得点 B 处的电场强度 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \left(y\mathbf{j} - \frac{r_0}{2}\mathbf{i}\right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \left(y\mathbf{j} + \frac{r_0}{2}\mathbf{i}\right)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr_0}{r^3} \mathbf{i}$$

将式(4)代入上式,有

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr_0 \mathbf{i}}{\left(y^2 + \frac{r_0^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

对电偶极子来说, $y \gg r_0$, 所以 $y^2 + \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 \approx y^2$. 于是上式为

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr_0}{y^3} \mathbf{i}$$

由于电偶极矩 $\mathbf{p} = qr_0 = qr_0 \mathbf{i}$, 上式也可写成

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{y^3} \quad (5)$$

式(5)表明, 在电偶极子的中垂线上任意点 B 处的电场强度 $\mathbf{E}$ 的大小与电矩 $\mathbf{p}$ 成正比, 与电偶极子中点到点 B 的距离 y 的三次方成反比; 电场强度 $\mathbf{E}$ 的方向与电矩的方向相反.

例 11.2 均匀带电圆环轴线上的电场.

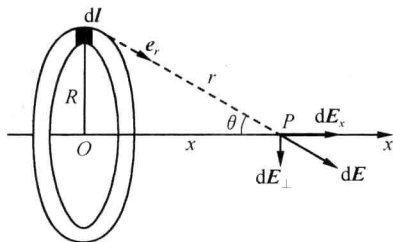


图 11.5 均匀带电圆环轴线上的电场强度

如图 11.5 所示, 正电荷 Q 均匀地分布在半径为 R 的细圆环上. 计算在环的轴线上任一点 P 处的电场强度.

解 如图 11.5 所示, 取环心为坐标原点, 圆环平面与 x 轴垂直. 点 P 与环心 O 的距离为 x . 由题意知圆环上的电荷是均匀分布的, 故其电荷线密度 λ 为一常量, 且 $\lambda = q/(2\pi R)$. 在环上取线段元 dl , 其电荷元 $dq = \lambda dl$. 此电荷元对点 P 处产生的电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \mathbf{e}_r$$

$d\mathbf{E}$ 的方向如图 11.5 所示. $d\mathbf{E}$ 可分为 dE_x , $dE_\perp$ 两个分量, 由于电荷分布的对称性, 圆环任意一条直径两端的两段电荷元的 $dE_\perp$ 分量互相抵消, 所以圆环上各电荷元对点 P 处产生的电场在垂直于轴线方向的分量为零, 即 $\int dE_\perp = 0$; 但分量 dE_x 由于都具有相同的方向而互相增强. 由图 11.5 可知, $dE_x = dE \cos\theta$, 所以圆环产生的电场强度为

$$E = \int_l dE_x = \int_l dE \cos\theta$$

因为

$$dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \frac{x}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} dl$$

代入上式,得

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} dl$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

上式表明,均匀带电圆环对轴线上任意点处的电场强度,是该点距环心 O 的距离 x 的函数,即 $E=E(x)$. 图 11.6 是带电圆环轴线上 $E-x$ 的分布图线.

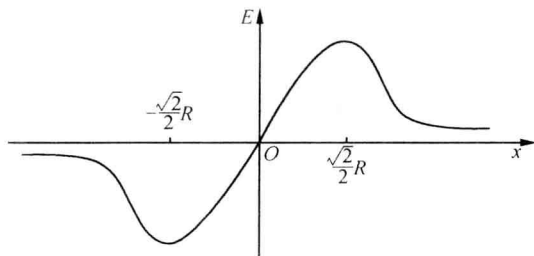


图 11.6 均匀带电圆环轴线上 $E-x$ 的分布图线

当环的半径 $R \ll x$ 时, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$ 中的 R^2 可以忽略,该环在 x 处产生

的电场强度为 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2}$, 相当于点电荷产生的场.

例 11.3 均匀带电薄圆盘轴线上的电场强度.

如图 11.7 所示,有一半径为 R_0 、电荷均匀分布的薄圆盘,其电荷面密度为 σ . 求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度.

解 如图 11.7 所示,取盘心为坐标原点,薄圆盘平面与 x 轴垂直.

如果没有例 11.2,可以在极坐标下取点电荷元 $dq = \sigma dS = \sigma r dr d\theta$,应用点电荷的电场

公式求出 dE ,再进行对称性分析,得 $E = \int dE_x$,但这需要计算二重积分,运算较麻烦.若应用例 11.2 的结果,易使问题得以解决.

如图 11.7 所示,把圆盘分成许多细圆环带,其中半径为 R ,宽度为 dR 的环带

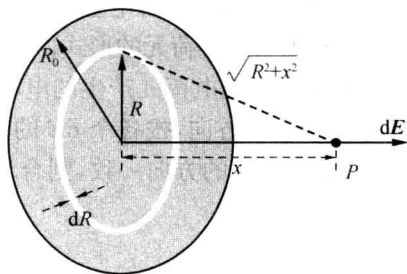


图 11.7 均匀带电薄圆盘轴线上的电场强度

面积为 $2\pi R dR$, 此环带上的电荷为 $dq = \sigma 2\pi R dR$. 利用例 11.2 结果, 得环带对 x 轴上点 P 处产生的电场强度为

$$dE_x = \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma x R dR}{2\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

由于圆盘上所有带电的环带在点 P 处的电场强度都沿 x 轴同一方向, 故由上式可得带电圆盘的轴线上点 P 处的电场强度为

$$E = \int dE_x = \frac{1}{2\epsilon_0} \int_0^{R_0} \frac{\sigma x R dR}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

积分后, 得

$$E = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right) \quad (1)$$

讨论 如果 $x \ll R_0$, 带电圆盘可看成是“无限大”的均匀带电平面, 这时

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right) \approx \frac{1}{\sqrt{x^2}}$$

于是式(1)可简化为

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (2)$$

式(2)表明, 很大的均匀带电平面附近的电场强度 E 的值是一个常量, E 的方向与平面垂直. 因此, 很大的均匀带电平面附近的电场可看作均匀电场.

应用电场强度的叠加原理求解连续带电体电场强度的一般步骤:

- (1) 在带电体上选取电荷元(利用已知公式选取电荷元, 一般选取点电荷元).
- (2) 求出电荷元所带电量 dq .
- (3) 根据所选电荷元的形式, 利用已知公式求出电荷元产生的电场强度的大小.
- (4) 求出所选电荷元产生的电场强度 dE 的方向. 分析带电体上其他电荷元产生的电场强度的方向, 按各个 dE 的方向不同, 讨论如下:

(a) 各个 dE 的方向一致, 则合场强 E 的方向与 dE 的方向相同, 其大小为

$$E = \int dE$$

(b) 各个 dE 的方向不一致, 但有一定的对称性, 这时可以通过对称性分析知道合场强 E 的方向, 一般是某一分量为 0, 总场强的大小为

$$E = \int dE \cos\theta$$

式中, θ 是各个电荷元产生的电场强度 dE 与合场强 E 之间的夹角.

(c) 各个 dE 的方向不一致, 并且不具有对称性, 则合场强 E 在直角坐标系下表示为