

◆ 特级教师、名教师课堂教学经验之谈
◆ 高效能教学系列丛书

高效课堂教学与 数学能力的培养

何忠贤 彭伟强 著

中国书籍出版社



● 高效能教学系列丛书

高效课堂教学与 数学能力的培养

何忠贤 彭伟强 著

中国书籍出版社

图书在版编目(CIP)数据

高效课堂教学与数学能力的培养/何忠贤,彭伟强著. —北京:
中国书籍出版社,2011.9

(高效能教学系列丛书)

ISBN 978-7-5068-2576-4

I. ①高… II. ①何… ②彭… III. ①数学课—课堂
教学—教学研究—中小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 187463 号

责任编辑/ 王文军 游 翔

责任印制/ 孙马飞 张智勇

封面设计/ 中联学林

出版发行/ 中国书籍出版社

地 址: 北京市丰台区三路居路 97 号(邮编:100073)

电 话: (010)52257142(总编室) (010)52257154(发行部)

电子邮箱: chinabp@vip.sina.com

经 销/ 全国新华书店

印 刷/ 北京天正元印务有限公司

开 本/ 710 毫米×1000 毫米 1/16

印 张/ 88

字 数/ 1584 千字

版 次/ 2011 年 9 月第 1 版 2011 年 9 月第 1 次印刷

总 定 价/ 150.00 元

中数教坛精英力作, 理论实践珠联璧合

——序《高效课堂教学与数学能力的培养》

华南师范大学 吴康^①

何忠贤、彭伟强先生新作读毕,掩卷遐思,深为作者精彩的论述所鼓舞,为作者独到的研究所折服。

两位作者,前者乃廿多年好友,后者素有交往,我皆熟悉。他们均从教卅余年,植桃万千株,大半辈子坚守中教一线,视学生为己出,视数学为命根,视教学为真乐趣,酷爱课堂,倾情育人,成绩斐然,口碑流传,在粤西地区享有盛名。

中学教师工作繁重,众所周知,著书立说殊非易事!作者经年累月,收集、研读和借鉴大量的数学、数学教育学、教育心理学等相关文献和资料,在我国中小学数学课程改革、新课程标准推动数学教学模式锐变的大背景中,潜心思考,悉力实践,与同行讨论,和学生交流,集腋成裘,聚沙成塔,方可成篇。写就初稿后,作者又请教专家,精心推敲,反复修改,不少内容甚至推倒重写。真可谓中数教坛精英力作,理论实践珠联璧合,三十万字,字字心血!

本书四章均有独到之处:首章对高效数学课堂教学从理论高度到应用策略的表述思路清晰,详略得当,特别是第五节呈献作者心得,颇有参考价值。次章工笔浓墨,对九类数学意识的培养,条分缕析,细致入微,尤见作者功力,其中一、四、六、九诸节,更是匠心独运,富有启迪之处。第三章是本书高潮。作者对七种数学能力的培养,凝聚心力,论述深入,每节皆有闪光之处,其中二、五、七、八诸节,相当精致,具有较高的理论和实用价值。末章谈对数学课堂教学设计的创新,内容丰富,尤其是第五节,案例新颖,可谓作者得意之笔,上乘之作。

全书融汇作者“重过程,重创新,重个性,重数学思想和数学方法,重培养学

^① 吴康:华南师范大学数学科学学院副教授,数学教育指导组(硕士和教育硕士)组长,全国初等数学研究会常务副理事长,《中国初等数学研究》副主编,丘成桐中学数学奖南部赛区组委会主任,中国教育数学学会副秘书长,《数学教育学报》编委,课程与教学论专业硕士研究生导师,《中学数学研究》原主编。

生的情感态度和价值观”的教学理念,核心内容可总结为:

一、重过程。本书提出在教学中重点让学生体验数学的过程,大力提倡师生互动下的启发式教学,以问题为引导,让学生能够自主学习、自主探索,体验数学的自然科学性,体验数学的基础性与工具性,初步形成知识体系,培养对数学的浓厚兴趣。

二、重创新。本书旗帜鲜明地提出,数学教学应当成为学生的创新意识和创新能力发展的过程,在引导学生探究知识的时候,大力鼓励学生用与众不同的方法解决同一个问题,鼓励学生向教材质疑,向权威挑战。

三、重个性。本书提出,数学教学要以人为本,课堂上要面向全体学生,让每个学生学有所获;课后要针对学生的个性特点,分层辅导,让每个学生学有所长。

四、重视数学思想和数学方法的教育。本书对此着墨甚多,展示了多个在数学教学中有意识地渗透数学思想和数学方法的教学案例。

五、重视培养学生的情感态度和价值观。本书多处强调,数学教学要培养学生对数学的情感态度和价值观,希望教师在数学教学过程中有意识地培养学生热爱数学,自觉地学习数学,培养学生严谨、认真、勤于思考钻研等科学态度,使学生认识数学的使用价值和科学价值。

读到好书,情不自禁,赞扬有加,请读者自行判断是否正确。本书对帮助和指导年轻教师提高教学水平有良好的促进作用,对推动高中数学教学改革有积极的意义,我是相信的。

序言二

李 方^①

数学教学内容是数学基础知识、数学方法与数学思想的有机整合,其中以数学知识为载体的数学思想方法是数学教学内容的精髓,是“数学课”的核心要素。它是处理数学问题的指导思想和基本策略。因此,引导学生理解和掌握数学思想方法,是学生提高思维水平、理解数学价值、建立科学数学观念,从而学习数学、运用数学的重要保证。

有效的课堂教学要重视数学知识的形成过程。概念教学要展示概念形成的过程;法则教学要展示算理;公式教学要展示推导过程;应用题教学要展示解题思路,等等。要让学生主动探索知识的形成过程,使学生从“模仿型”学习向“探索型”学习发展。

有效课堂教学应重视学生的情感体验。要充分挖掘数学教学过程中的情感资源,利用数学教材本身具有的情感素材,设计适当的情境,让学生去感受数学价值和数学美,从而使学生生成学习愉悦的情感体验。还要注意激发学生的学习兴趣 and 好奇心,引导学生关心社会生活中的数学问题,将好奇心的培养与创造性学习活动结合起来,发展学生想象力,开启心智。

有效课堂教学应重视数学文化价值的渗透。使学生更广泛地通过文化来理解数学、喜欢数学、热爱数学。教师要明确自己在新课标中的角色定位,创造出和谐的师生关系,活跃的学习氛围。让学生在自信、开心、美不胜收的数学课堂教学里遨游、体验,享受学习数学的乐趣

本书大量的教学案例体现了如下特点:1. 通过精心设计的问题情境,调动学生的学习积极性,诱发学生的学习动机,启发学生独立思考,从而发现数学的

^① 李方,原华南师范大学教授,教育系主任,湛江师范学院特聘教授,广东省扶持学科带头人,广东省重点课程带头人,美国过程研究中心湛江师范学院分部常务副主任,中山大学教育研究中心兼职教授,全国教学论专业委员会常务理事,全国课程专业委员会常务理事,全国教育统计与管理专业委员会常务理事,广东省课程与教学专业委员会副理事长。

内在规律与结构;2. 重视学生的素质和能力的培养,把教学重点由传授知识向提高能力、培养良好的素质转变;3. 对教师提出更高的要求,教师在努力促成学生知识意义建构的同时,要有效地指导学生掌握学习方法;4. 教学过程着眼点从重视教师的教,向重视学生的研究型学习转变。

2011 年 7 月 12 日

目 录

CONTENTS

第一章 构建高效数学课堂教学.....	1
第一节 数学教学的新思维	/ 1
第二节 数学教学的教育学基础	/ 3
第三节 数学教学的本质	/ 7
第四节 新课标下高中数学课堂教学模式的转型	/ 10
第五节 有效数学课堂教学的策略	/ 21
第六节 如何构建高效数学课堂	/ 39
第二章 学生数学意识的培养	76
第一节 预见意识的培养	/ 77
第二节 整体意识的培养	/ 80
第三节 转换意识的培养	/ 86
第四节 探索意识的培养	/ 91
第五节 问题意识的培养	/ 95
第六节 推理意识的培养	/ 96
第七节 化归意识的培养	/ 98
第八节 应用意识的培养	/ 99
第九节 创新意识的培养	/ 101
第三章 学生数学能力的培养.....	104
第一节 数学思维能力的培养	/ 104
第二节 逻辑推理与判断能力的培养	/ 122

第三节	空间想象能力的培养	/ 129
第四节	数学建模能力的培养	/ 138
第五节	数学运算能力的培养	/ 149
第六节	数据处理能力的培养	/ 157
第七节	自学能力的培养	/ 161
第八节	数学创新能力的培养	/ 170
第四章	数学课堂教学设计的创新	190
第一节	数学教学设计的含义	/ 190
第二节	数学教学设计的理念	/ 192
第三节	数学教学设计的理论依据	/ 193
第四节	数学课堂教学设计的创新	/ 196
第五节	创新教学案例	/ 205
参考文献		237
后 记		240

第一章

构建高效数学课堂教学

第一节 数学教学的新思维

教学思想是教学工作的灵魂。一切教学活动都是在一定的教学思想支配下进行的,有什么样的教学思想,就会有什么样的教学行为。一个教师的教学情形怎样,除业务水平外,归根到底是他的教学思想在起作用。教师的教学指导思想正确,他就会自觉地进行自我控制、自我调节、充分发挥主动性和创造性,使教学工作向好的方向发展,教学质量就会得到不断提高。

什么是教学思想?教学思想是指教师和教学管理者对教学系统内部诸因素、内部结构、运行规律及其与外部关系的基本观点和看法,它是一种对教师的教学行为和教学管理行为起着导向作用的教学观和方法论。

对教师进行教学思想管理,主要从如下几方面考虑,这也是教学思想的具体内容:

1. 教学观。教师对社会主义教育事业的认识和态度,是教师的世界观、人生观具体表现在教学上的一种反映。作为人民教师,只有热爱教育事业,对国家前途、民族未来高度负责,产生积极向上的态度,对教学工作认真负责,精益求精。

2. 质量观。是教师对教学质量的想法,是对衡量教学质量标准的认识问题。我们必须明确,衡量中小学教学质量的根本标准是党和国家的教育方针和培养目标。树立正确的质量观念,就是要使学生在德、智、体、美、劳几个方面和谐发展,让学生的兴趣、爱好、特长得到充分发挥。但是有的管理者对怎样衡量一所学校的教学质量,对什么样的学生是好学生认识很不一致。如认为学生分数高就是好学生。结果教学工作基本上围绕着升学率这个中心教学,严重忽视非智力因素的培养。教师必须明确,中小学的教育是民族素质教育,要面向全体

学生,全面贯彻党的教育方针,又对学生的思想政治素质、文化科学素质、身体和心理素质全面负责,纠正只重视毕业班,忽视起始班;只重视智育,忽视德育、体育、劳动技术教育;只重视少数尖子学生,忽视全体学生的共同提高的观点和做法。

3. 人才观。学校是育人的场所,教学是培养人的途径,对人才标准的不同看法形成了人才观。人才观是重要内容,人才观是一个相对概念,不同时代需要不同人才。我们培养的应该是适应建设有中国特色的社会主义新型、多种层次的人才。只要有为实现现代化艰苦奋斗的精神,充分发挥自己的聪明才智,在本行业做出贡献的人都是人才,不能以学历、文凭高低作为区别人才的唯一标准,不要把升学看成是成才的唯一途径。应该帮助教师树立正确的人才观,公正、客观地看待、评价每一个学生,使他们的长处得到发展,使他们都能在自己原有的基础上得到最大可能的发展,成为国家有用之才,那种歧视厌弃学习、成绩不良的学生和那些被认为考不上大学的学生的思想和做法,都是在人才观上缺乏正确认识的表现。

4. 学生观。学生是教师教育的对象,在教学中,教师如何看待、认识学生是至关重要的。学生是未成年人的群体,教师的学生观正确与否,直接影响学生的成长。作为教师,首先应该树立热爱学生的观念,热爱学生是教师的天职,热爱学生是教好学生的前提,是教师高尚的道德品质。其次,应把学生放在客观、恰当的地位。学生具有个性,具有主观能动性,是活生生的人,是学习的主体,发展的主体。教师在教学中必须充分调动学生的主动性和积极性,充分发挥学生在学习中的主体作用。但是我们有許多教师缺乏正确的学生观。主要表现是对学生有一种固定的看法。如有的教师认为学生是蒙昧无知的,学习上向来是盲从被动的;教学的功能在于通过外部的灌输,使学生的头脑和技能得到丰富发展;教学上强调硬性管理和死记硬背。有的教师则盲目认为学生都是有主动性又能积极学习的,认为学生都有自己的一套知识和粗浅的世界观,教师的作用就是诱导帮助学生把知识技能主动据为己有,把原有粗浅的世界观逐步改组成较完善的、符合社会需要的世界观,在教学上强调自学、引导,对教师的主导作用重视不够,过分夸大了学生的求知本性,在实践中可能导致教学观自由化和教学效率低。还有一些教师总是认为,一个班里,一些学生学得好,一些学生则学得很差,大多数只学到中等程度。教师抱着这种固有的分类观念,在全部教学过程中便极少期望大多数学生都学得好。美国学者布鲁姆等人的研究表明,如果所有学习者在—门学科中接受了同样的教学,得到了同样的学习时间,该学科的成就测验的最终分数将呈正态分布。但如果教学与时间适应每个学生的需要的话,成

绩分布将是很偏态的,大多数在高分组一端。这说明只要得到适当的帮助和足够的学习时间,每个学生都能学得好。另外,还有的教师认为,学生不是无知和盲从被动的,也不是向来都积极主动学习的,而学习本性是由外部的教学情况和学生内部的心理结构来决定的。当教师为学生创造了足够的激发求知兴趣的情境时,学生就积极向学,否则,学生便表现得不够主动。这种认识强调学生求知本性是由外部的教学环境和学生的心理动机两方面决定的,这基本上与我们现在所提倡的“教师的主导作用与学生的主体作用相结合”的教学原则保持一致。“一切为了每一位学生的发展”是新课程倡导的学生观。

5. 育才观。教师在教学过程中育才的观点,在教学中得到体现。教师要用科学、有效的方法,使学生掌握系统文化知识和技能技巧,发展学生的智力和能力,培养学生良好的思想品德,促进学生身心健康发展。具体来说,教师在教学过程单纯的传授知识转变为既要传授基础知识,又要重视思想教育,重视思想、品德、意志、情操、行为习惯等的培养,真正做到教书育人;要从注入式教学转变为启发式教学,在教师主导作用下,激发学生学习的积极性,充分发挥学生的主体作用,让学生动脑、动口、动手去探求知识,掌握科学的学习方法;要从单纯靠课堂书本教学转变为通过多渠道让学生获取知识,开展好课外活动、生产劳动和社会服务等实践活动,要从单纯教师讲、学生听,教师写、学生抄来输送知识同时重视实验和实践环节,逐步采用现代化教学手段提高教学质量。

第二节 数学教学的教育学基础

教育学作为专门研究培养人的社会科学,包含了对教学论的研究。但教育学是教育科学体系中的一门学科,也是一门基础学科,其基本原理是教育科学体系中各门学科的理论基础。我们认为,与教学论学科关联较大的教育学基本原理主要有教育本质论、教育功能论、教育目的论、师生关系论。

一、教育本质论

现代教育的本质就是为现代社会培养人才。国力强盛,教育为本,现在世界上国力的竞争,包括经济实力的竞争、科学技术的竞争、国防力量的竞争等,实际上就是人才的竞争。教育以培养人才为其根本任务,教育是出人才的本源,所以,现代社会国力之竞争就是教育的竞争,教育是兴国之本。

教育本质还可以从教育与社会发展的纵向关系和横向关系去考察。从教育与社会发展的纵向关系看,教育产生于原始社会,快速发展于古代社会和现代社会,教育事业的发展由简单到复杂,教育理论从无到有,再到完善和深化,课程与教育方法技术手段从落后到先进。在其发展的历程中,在不同的社会或不同的历史时期,表现出不同的特点,具有历史性。在阶级社会里则具有一定的阶级性。教育发展大致经历了原始形态、古代形态和现代形态三种社会形态,这与生产力发展、经济发展和科学技术发展水平息息相关。在发展过程中,教育表现出一定的独立性和继承性。

教育本质论正确地揭示了教育的社会性质与功能。以其作为理论基础,可以从教育与社会关系的高度去研究课程与教学的改革方向,使我们站得更高、看得更远,清晰地认识课程与教学改革的社会价值。同时,也使我们认识到,教学的活动作为教育活动的基本组成部分,是一个由简单到复杂,由落后到先进的过程,它不可能完全独立于社会意识形态和政治经济制度之外而发展,但它有一定的继承性;它的发展水平和速度,更多地取决于培养人才的类型和要求,以及取决于社会生产力水平、经济水平和科学技术水平。因此,教学的改革必须充分考虑这些关系、因素和要求,即充分考虑社会制约性,是一种资本的形态,是未来薪水的源泉。人力资本是现代经济增长的重要因素,甚至是首要因素。教育与政治经济制度的关系是辩证统一的,政治经济制度决定教育的性质,主要是决定着培养人才的服务类型。当然教育对政治经济制度也有反作用。此外,教育与文化、科学的关系也是相辅相成的,教育促进了文化与科学技术的发展,而文化、科学技术的发展又丰富了教育教学的内容。总之,教育作为一种社会现象,它与其他社会现象的关系是紧密相连的。

二、教育功能论

这里所说的教育功能论强调的是教育对学生身心发展的主导作用,是关于教育对象——学生与教育之间关系的理论。它主要揭示两者之间的相互制约作用。作为教育对象的年轻一代,他们的发展与成才是受到多方面因素影响的,基本因素是遗传素质、主观努力、社会客观环境与学校教育。其中,遗传素质是发展与成才的基础与前提,主观努力是发展与成才的关键,社会客观环境是发展与成才的重要辅助条件,学校教育对学生的发展与成才起主导作用。学校教育的主导作用,主要表现在它制约着人才成长的方向、素质、速度和水平,因为学校教育具备了能使人才优质发展、快速成长的独特条件。然而,学校教育这种主导作

用对学生的发展而言亦非万能,因为学校教育的主导作用除了受到学生的遗传素质、主观努力、社会客观环境等因素的制约外,还受到学生身心发展规律的制约,例如受到学生身心发展的顺序性和阶段性,发展的不均衡性、成熟程度,发展的稳定性和可变性,发展的个别差异性等规律的制约。

教育功能论使我们认识到教学具有发展人的巨大价值。根据教育与人的发展相互制约的规律,作为一种教育活动和教育过程的教学,与学生身心发展也是相互制约的。这就要求我们研究教学时,必须充分考虑学生身心发展的规律:一是根据学生身心发展的顺序和阶段性规律,教学应循序渐进地促进学生的发展;二是根据学生身心发展的不平衡性规律,在学生身心发展的关键期和成熟期,正确把握学生发展的“火候”和“关键”,采用相应的教学方法;三是根据学生身心发展的稳定性和可变性规律,在教学方法上要注意学生发展的稳定性,把握学生各阶段中的相对稳定的共同特点,同时,也要注意学生发展的可变性,采取灵活有效的教学,克服千篇一律的弊端;四是根据学生身心发展个别差异性规律,教学实施要善于因人而异,灵活处理。总之,违反规律的教学活动,则事倍功半或徒劳无益,甚至有可能走向反面。

三、教育目的论

教育是人类特有的有意识、有目的的社会活动。教育目的是培养人的质量标准,它是教育工作的出发点,也是教育最终所要实现的东西。它对教育工作有导向作用,对提高教学质量有指导意义。教育目的受社会要求和人的身心发展规律所制约。单纯从社会的需要去确定教育目的,过分强调教育的社会价值,这就是教育目的社会本位论;单纯从人的本性、本能需要或从个体身心发展的规律去确定教育目的,片面注意教育的个体发展价值,这就是教育目的的个人本位论。这两种理论均失之偏颇。教育具有促进社会发展和人的个体发展的双重功能,两种功能是不可分割地连在一起的。因此,教育目的的社会发展价值取向与教育目的的个人发展价值取向是有机地统一起来的。

此外,还有教育生活论与教育谋生论。教育生活论认为,教育是青少年生活的一个不可缺少的部分,“教育即生活”、“教育即生长”。教育谋生论认为,教育是为青少年未来的谋生作准备,读书是为了未来的谋生和幸福。我国古代宣扬的“学而优则仕”,今天有人认为“读书升学是为了找个好职业”,这些观点也是教育谋生论。

我国教育目的的确定是以马克思主义关于人的全面发展学说为理论依据,

以中国社会主义现代化建设的实际要求及人的自身发展需要为客观依据,是从我国教育实践的具体实际出发的。我国教育目的的基本点是“使学生德、智、体、美、劳全面发展”,“培养社会主义现代化事业的建设者和接班人”。为了更好地实现我国教育目的,我国正在推行素质教育。

了解和研究教育目的,是教学改革的首要任务。教育目的实现的程度与水平,是衡量教学科学与不科学、先进与落后、优良与差劣的重要标志。教学的研究和创新,必须弄清楚教育目的的价值取向,否则,就会误入歧途。当前,我国有些学校大搞应试教育,以片面追求升学率为教育目的,于是只重视考试课程,而轻视或忽略非考试课程,教学上采用了“满堂灌”、“题海战术”、“加时补习”等不适当的方法,造成学生负担过重或片面发展,这与我国推行素质教育,实现全面发展教育目的是相悖的。

四、师生关系论

师生关系是教育学长期讨论的一个重大问题。教学活动的因素很多,但活动的开展是由人来主宰的,教师与学生就是主宰教学活动开展的两种角色,对这两种角色的定位和作用,以及两种角色之间的关联性研究,就是师生关系问题的研究。

在教学活动中,师生各自充当何种角色,起什么作用?这是教育学长期争论不休的问题。德国教育家赫尔巴特和前苏联教育家凯洛夫是典型的教师中心论者,他们认为,教师是教学活动的主宰者,教学过程中教师是绝对权威的,学生对教师要绝对服从,教师对学生可随心所欲地摆布,教师的话具有法律性质。美国教育家杜威是典型的学生中心论者,杜威极力反对赫尔巴特教师中心论,他要进行改革,将赫氏的教师中心转移到以学生为中心上来。他认为,这种改革就像哥白尼把天体的中心从地球转移到太阳一样,儿童就是太阳,一切教育包括教学的措施,都要围绕着儿童这个“太阳”转。因此要根据儿童的兴趣来组织教学,学习生活中实用的知识,并在做中学,重视儿童的直接经验。

我国许多教育家认为,无论是教师中心论,还是学生中心论,都是片面的。在教学活动中,教师是主导,学生是主体。教师是人类文化知识的传递者,对人类社会的延续和发展起承前启后的桥梁作用,教师对学生的成长起关键作用,教师是教育工作的组织者、领导者,在教育过程中起主导作用。而学生是教育的对象,在许多情况下,学生的学习是在教师起主导作用的条件下进行的。然而,学生不是消极被动的“容器”,而是一个能动的活生生的主体,对学生来说,教师再

强大的“主导作用”，也只不过是一种外部的教育影响。任何外部的教育影响都必须以学生自身的主体活动为前提，学生的主体活动具有能动性、独立性、批判性、选择性、创造性，任何外部的教育影响，都要接受学生主体能动的筛选，或者是全部吸收，或者是部分吸收，或者是全部抵制。

现代教育理论认为，新型的师生关系具有如下特点：①教学相长；②爱生尊师；③民主平等；④心理相容；⑤沟通理解；⑥交往合作。

师生关系论为课程与教学的研究提供了两点理论依据：一是课程与教学的研究必须从教师中心向学生为主体转移。以学生发展为本的课程与教学，是现代先进的课程与教学。二是师生优化合作、协同活动，是课程与教学有效实施并取得良好效果的前提条件。课程与教学改革，受师生素质及其配合程度所制约，脱离对方的任何一方的孤零零的教或学，都不能取得良好的效果。

第三节 数学教学的本质

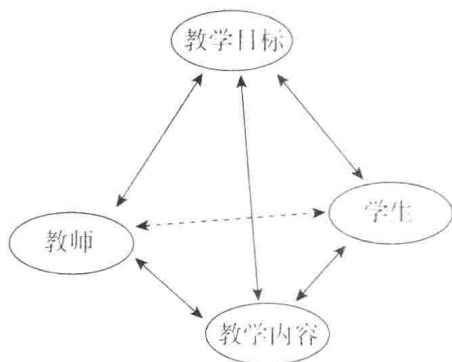
为了准确把握数学教学的本质，首先来透视什么是数学教学？波利亚是美籍匈牙利数学家，被美国数学教育界誉为“数学问题解决之父”。他对数学教学提出的十点建议是：①教师要热爱自己所教的科目；②教师对所教的科目要有深刻的理解；③教师在课堂上要“读懂”学生的表情，明白他们的期望、他们的困难之所在，教师要把自己放在学生的位置上；④认识到学习某种事物的最好办法是对它进行探索；⑤不仅要教给学生数学知识，还要授予他们获取知识的本领、培养学生良好的学习心态和正确的学习习惯；⑥让学生学会猜想；⑦让学生学会推理；⑧问题的存在有其合理性，而寻找这种合理性，有助于解决问题；⑨不要急于把解决问题的奥秘和盘托出，应先让学生作出合理的尝试与猜测；⑩鼓励学生主动学习，反对填鸭式的教学。

当今，人们对问题解决的研究已经超越了波利亚的范围。人们认为，要鼓励学生在学习中，在解决问题中，在完成实际任务中发现问题，提出问题，解决问题，这是培养良好的科学素质的有效途径。

一、数学教学过程的主要矛盾

不管是那一层次、哪一阶段的数学教学，都是有教师、学生、教学内容和教学目标这4个要素组成的一个系统。这4个基本要素的关系见右图，由数学教学

基本要素关系图可看出,数学教学系统中存在着许多矛盾。比如说学生的实际水平和教学目标之间的差异所构成的矛盾、学生和教学内容之间的矛盾、教师的教与学生的学之间的矛盾、教师和教学内容之间的矛盾等。在这些矛盾中,学生的实际水平和教学目标之间的差异所构成的矛盾是数学教学系统最核心的矛盾。它决定着数学教学过程的兴致和层次,规定和影响其他矛盾的存在和发展。



首先,这个矛盾决定着数学教学过程的存在、层次,并贯穿于一切数学教学过程的始终。学生之所以参加数学教学活动,就是因为学生的实际水平和教学目标之间存在着差异。教学的目的就是为了缩小这个差异,一旦这个差异被消除,原来的教学过程就完结,学生的水平得到提高。但是,每当学生提出更高的教学目标要求时,新的差异就产生了,学生又转入更高层次的教学系统。随着数学教学目标的升级,数学教学系统就不断得到升级。当课程目标的各种教学目标得以实现后,即“差异”得以消除,一个极端的教学过程就此结束,学生就毕业或者进入社会。当社会对他提出更高的要求时,新的差异就会产生,学习者又重新回到教学活动中来。比如说各种职业培训、在职教育就属于这种情况。因此,学生的实际水平与教学目标之间的差异是教学过程存在的根本原因。

其次,这个矛盾影响着其他矛盾的存在和发展。数学教学系统中的许多矛盾,如学生和教师之间的矛盾、学生与教学内容之间的矛盾、教师和教学内容之间的矛盾、教学目标和教学内容之间的矛盾,都是随着“差异”这个矛盾的产生而产生,随着这个矛盾的消失而消失。这些矛盾的解决都是为解决“差异”这个矛盾。

二、学生的主体地位

数学教学过程是学生的数学认知结构的建构过程。数学知识结构只有通过学生本身的内化才能转化为学生头脑中的数学认知结构。因此,学生在数学教学中处于非常重要的主体地位。学生发展的根本原因是学生内部的矛盾性,而不是学生之外的诸如教材、教学手段等外部条件。学生内部的矛盾性主要表现为求知欲和自身的数学水平之间的矛盾。求知欲中包含着自觉、积极、主动和独立的特性,表现为学习的兴趣、愿望、信念等形式。学生能根据客观条件和自身