

◆ 哲学与社会丛书 ◆

弗雷格的算术哲学

杨海波◎著



本书得到中央高校基本科研业务费专项资金（121419005）资助

◆ 哲学与社会丛书 ◆

弗雷格的算术哲学

杨海波◎著

鄂新登字 01 号
图书在版编目(CIP)数据

弗雷格的算术哲学/杨海波著.
武汉:湖北人民出版社,2012.12

ISBN 978 - 7 - 216 - 07751 - 4

- I. 弗…
- II. 杨…
- III. 弗雷格, G. (1848 ~ 1925) — 哲学思想 — 研究
- IV. B516.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 149954 号

· 哲学与社会丛书 ·

弗雷格的算术哲学

杨海波 著

出版发行:  长江出版传媒
 湖北人民出版社

地址:武汉市雄楚大道 268 号
邮编:430070

印刷:武汉市福成启铭彩色印刷包装有限公司

印张:4.625

开本:880 毫米 × 1230 毫米 1/32

插页:3

版次:2012 年 12 月第 1 版

印次:2012 年 12 月第 1 次印刷

字数:117 千字

定价:18.00 元

书号:ISBN 978 - 7 - 216 - 07751 - 4

本社网址:<http://www.hbpp.com.cn>

主编寄语

马克思有句名言：真正的哲学是时代精神的精华。作为时代精神的精华，哲学必须面向社会，关照现实，努力从当代中国社会发展的实践中汲取养料，为中国特色社会主义现代化建设事业作出贡献。这正是我们编辑出版哲学与社会研究丛书的宗旨所在。

武汉理工大学历来重视哲学的学科建设，早在20世纪80年代，黎德扬教授就与武汉大学合作招收哲学硕士研究生。在黎德扬教授的带领下，1996年科学技术哲学硕士点获得批准，2006年马克思主义哲学、伦理学硕士点获得批准，2007年中国哲学硕士点被湖北省学位办批准立项建设，2011年哲学一级学科硕士点获得批准。至此，我校哲学学科建设迈上了一个新的台阶。

作为一所理工科大学，学校在哲学社会科学的学科建设和科学研究的指导思想上，非常强调强基固本，彰显特色，强化优势，在特色和优势上做文章，走内涵发展和外延发展相结合的道路。基于此，哲学学科建设和科学研究一直坚持基础研究与应用研究相结合的学科特色，坚持面向社会与服务行业相结合的学科发展方向，坚持复合型、应用型的人才培养战略，取得了可喜的成绩和进步。其特色和优势主要表现在：

第一，马克思主义哲学设有马克思主义哲学基础理论、马克思主义社会发展哲学、马克思主义哲学与科技进步等方向，重点突出马克思主义社会发展哲学研究。在马克思主义社会发展哲学研究

的众多路径中,立足于我校马克思主义基本原理博士点的学术资源,着眼于构建社会主义和谐社会的实践要求,重点从马克思主义哲学层面研究高新科技时代的社会发展问题、当代社会发展中的现代性问题与社会发展合理性、社会记忆与社会发展问题三大热点领域。

第二,科学技术哲学设有科学技术哲学理论、科学技术与社会、科技政策与科技管理、科技文化与科技伦理等方向,凸显科学哲学与科学文化研究。主要集中于科学活动论、科学解释学、科学价值论等领域的研究,特别是突出对于作为科学活动论、科学解释学、科学价值论之“三位一体”的科学文化哲学的深度研究。既注重从科学哲学的文化视野研究科学认识论、科学解释学、科学价值论、科学文化演绎的内在机制等理论问题,又从科学技术哲学的视角探讨科技文化生成和发展的社会条件、科技文化的社会功能、科技文化与社会现代化的互动机制等现实问题。

第三,伦理学设有伦理学原理、伦理思想史、应用伦理学等方向,以应用伦理学研究为突破口。立足于研究科技、教育、经济、管理和社会发展中的应用伦理问题,重点研究科技伦理学、生命伦理学以及工程伦理学,即以伦理学理论为基础研究高科技发展与应用中的伦理问题、工程设计与建设中的伦理问题,旨在丰富和完善伦理学理论。

第四,中国哲学设有中国哲学基本问题研究、传统哲学与马克思主义中国化研究、中国传统哲学的现代化研究等方向,尤其强调中国传统哲学及其当代价值研究。其研究内容侧重于儒家哲学、道家哲学、中国近现代哲学等。通过深入挖掘中国传统哲学的当代价值,深入研究中国传统哲学现代化,为推进马克思主义哲学的中国化、构建中华民族共有精神家园,提供具有时代价值的传统文

化资源。

第五,外国哲学设有德国古典哲学、当代欧陆哲学、当代英美分析哲学等方向。德国古典哲学重点研究德国三大古典哲学家康德、黑格尔和费尔巴哈的哲学思想,梳理其内在的逻辑关系;当代欧陆哲学重点研究当代法国哲学家拉康、德勒兹、巴迪欧等人的哲学思想、方法论意义及其当代价值;当代英美分析哲学重在研究弗雷格以来的(包括弗雷格、罗素、维特根斯坦等人)分析哲学思想,对意义理论、语义理论、真理理论、语言与心灵等主要内容进行系统研究。

围绕学科建设和科学研究,学院积极推行学术带头人+创新团队的科研运作模式,组建了若干科研创新团队,有组织地开展研究。近年来,获批国家社会科学基金项目、教育部新世纪人才计划支持项目、教育部人文社会科学规划项目、湖北省社会科学基金项目以及武汉市社会科学基金项目等各类基金项目30多项,获得湖北省社会科学优秀成果奖、湖北省科技进步奖以及武汉市社会科学优秀成果奖等各类省部级奖10多项,出版《科技文化与当代中国和谐社会建构》、《转基因食品的伦理审视》、《社会记忆论》等著作20多部,在《哲学研究》、《哲学动态》、《国外社会科学》、《自然辩证法通讯》等重要期刊发表学术论文100余篇,其中多篇被《新华文摘》、《人大复印资料》等全文转载,产生了很好的学术影响。

哲学与社会丛书首先推出的是《马克思恩格斯科技文化观研究》、《可持续发展视域下的科技文化研究》、《型塑与创新——中国特色科技文化的建构》、《国有企业科技创新人文环境研究》以及《弗雷格的算术哲学》等五本著作。这些著作都是哲学系老师们的最新研究成果,凝聚着他们的心血和汗水,在此深表敬意!

哲学与社会丛书由武汉理工大学学科建设经费资助出版,在

研究、编辑和出版过程中,得到了武汉理工大学政治与行政学院领导和同事的关心和支持,得到了政治与行政学院哲学系老师们的积极响应和参与,同时也得到了湖北人民出版社领导和编辑们的热情指导和帮助,在哲学与社会丛书付梓出版之际一并表示由衷的感谢!

杨怀中

2012年12月于武汉

目 录

引 言	1
第一章 弗雷格的基本哲学倾向	8
1.1 算术哲学的基本问题	9
1.1.1 本体论问题	9
1.1.2 认识论问题	10
1.2 弗雷格对语言的思考(I):弗雷格的语句分析理论	13
1.2.1 表达式与表达式的所指的区分	14
1.2.2 弗雷格对语句的分析:专名与函数表达式的 区分	16
1.2.3 表达式的指称与涵义的区别	21
1.3 弗雷格对语言的思考(II):弗雷格的涵义与指称理论	24
1.3.1 弗雷格对涵义与指称的说法	24
1.3.2 为什么要引入涵义	27
1.3.3 弗雷格涵义说的的问题	32
1.4 弗雷格的实在论立场	38
1.4.1 概念实在论与思想实在论	38
1.4.2 数学实在论	40
1.4.3 对数的抽象形成说的反驳	43
1.4.4 我们如何认识作为抽象对象的数	44
1.4.5 小结	48

第二章 弗雷格的逻辑与算术的逻辑归约	53
2.1 《概念文字》中的逻辑与数学归纳法	54
2.1.1 《概念文字》中的逻辑	55
2.1.2 祖先关系的定义与数学归纳法	61
2.2 《算术基础》中的几个定义	64
2.2.1 概念的数与休谟原则	64
2.2.2 广义的数、0、后继关系与自然数的定义	66
2.3 《算术的基本定律》中的逻辑	68
2.3.1 弗雷格逻辑的本体论预设	69
2.3.2 《算术的基本定律》中逻辑的一阶部分	71
2.3.3 二阶理论 FL	74
2.4 在 FL 中发展算术	77
2.4.1 概念间等数、概念的数的定义与休谟原理的 证明	78
2.4.2 广义的数、0、后继与自然数的形式定义	79
2.5 罗素悖论、弗雷格的修改与蒯因的证明	80
2.5.1 罗素悖论如何产生	80
2.5.2 弗雷格的修改	81
2.5.3 修改是不成功的	82
2.5.4 小结	84
2.6 弗雷格定理与新弗雷格主义	85
2.6.1 弗雷格算术的语言 L	86
2.6.2 弗雷格算术 FA	86
2.6.3 休谟原则和公理 Numbers 分别与二阶 逻辑一致且彼此等价	87
2.6.4 戴德金—皮亚诺公理的证明	89

第三章 弗雷格的分析性概念与定义观	98
3.1 康德的分析性概念	101
3.1.1 康德的分析性概念	101
3.1.2 康德定义的问题	106
问题一 概念间的“包含”关系是模糊的	106
问题二 求助于人们对概念“想到了什么” 这一主观标准	107
问题三 康德只考察“可明显划分为主谓 结构的语句”	107
问题四 标准不同	108
3.2 弗雷格的分析性概念	109
3.2.1 弗雷格的分析性概念	109
3.2.2 弗雷格定义的问题	111
问题一 不一致问题	111
问题二 一致性要求太弱	112
问题三 保持指称要求依旧太弱	113
弗雷格晚年的标准:定义必须保持涵义	113
3.3 弗雷格论形式定义与概念分析	114
3.3.1 分析悖论	115
3.3.2 弗雷格对形式定义的看法	116
定义只是缩写,对真正的定义来说并不存在 分析悖论	116
弗雷格分析性与蒯因分析性本质上是相同的 ..	117
3.3.3 蒯因对分析性概念的批评	118
3.3.4 弗雷格论概念分析与形式定义的关系	121
3.3.5 概念分析的恰当性	126
参考文献	129

引 言

戈特洛布·弗雷格^① 1848 年出生于波罗的海南岸、德国北部港口城市维斯马(Wismar), 1925 年在巴特克莱嫩(Bad Kleinen)去世, 是德国的数学家、逻辑学家与哲学家, 也是现代数理逻辑与语言哲学的奠基人。他于 1869 年进入耶拿大学, 学习化学、数学与哲学, 然后进入哥廷根大学学习物理、数学与宗教哲学。他在 1873 年获得博士学位, 1874 年回耶拿执教, 直到 1918 年在耶拿退休。在这期间, 他发表了为现代数理逻辑奠基的《概念文字》(1879)、详细阐述其逻辑主义思想的《算术基础》(1884)、形式地实施其算术的逻辑还原的《算术的基本定律》(卷一, 1893, 卷二, 1903), 以及一系列重要的哲学文章或讲演, 代表性的有《论函数与概念》(1891)、《论涵义与指称》(1892)、《论概念与对象》(1892)、《论思想》(1918)。



弗雷格究其一生想要弄清楚, 算术真理为何为真, 算术的严格基础是什么。弗雷格认为, 在数学中能够证明的都要给予证明, 为弄清这些问题, 首先就要弄清楚什么是严格的、可以判定的证明。

在 17 世纪, 牛顿与莱布尼茨使得微积分成为一门独立的科学。

^① 全名为: 弗里德里希·路德维希·戈特洛布·弗雷格(Friedrich Ludwig Gottlob Frege)。

18世纪,微积分迅猛发展。但如克莱因所说:“18世纪的(数学)思想确实是不严密的、直观的……数学的物理意义引导着数学的步骤,而且时常提供部分论据,以填补那些非数学的步骤。推理的本质无异于一条几何定理的证明,其中使用了一些从图形上看来完全是显然的事实,尽管没有公理或定理作为他们的依据。最后,结论在物理上的正确性似乎也保证了它在数学上也必定是正确的。”^①弗雷格所处的时代正是数学家们开始关切数学概念与证明的严格性的时代。数学家们开始严格地刻画诸如极限、连续性、可导、函数与积分等概念,并尝试较为严格地建立(或刻画)有理数与无理数(实数)数系。约在1872年前后,康托与戴德金已经分别发表了完善的建立于有理数系上的无理数(或实数)理论,从而把整个微积分的大厦建立在严格的实数理论之上。^②而在假定有了自然数系、它的基本性质以及之上的运算后,人们容易定义(或描述)有理数及其运算并推出熟悉的关于有理数的运算结果与性质。这样,整个微积分就建立在人们熟悉的自然数系的性质与运算上面。

弗雷格的工作想要更进一步,一方面涉及数学证明的严格性,弗雷格想弄清究竟什么样的证明才算作是严格的、没有空缺的以及不依赖于直观的;另一方面,他想弄清一些关于算术的一般性的问题,他问:数学真理为何为真,(实数)算术的基础是什么?一般的数是什么、数是否可以定义(或说用定义来描述),进而关于数的基本定理可以从更为基本的原理以及这些定义的基础上得到证明,换句话说,我们能否找到一个真理的集合,使得所有算术真理原则上都已经“包含”在这个真理系统之内了,还是说算术真理是康德所说的依赖时间直观的综合判断。弗雷格对这两个问题都给

① 参见莫里斯·克莱因:《古今数学思想》,上海科学技术出版社2002年版,第二册,第376~377页。

② 同上书,第四册,第46~51页。

出了自己的回答。对于什么样的证明才是严格的这个问题，弗雷格在《概念文字》中初步地给出了他的语句分析理论、形式语言、公理、推理规则以及在如上基础上对严格证明的说明。在这些基础上，我们有了初步的“可判定的”证明观念。对于第二个问题，他付诸近乎一生的心血，试图证明算术真理或基本规律就是通过逻辑基本规律与逻辑规则在恰当的的定义的基础上逻辑地推演得出来的定理。为此，他建立初步严格的逻辑系统，给出算术基本概念的分析与定义，考察语言与语义学上的相关问题，并严格地推出算术的基本定律。

在当时，弗雷格的工作并不为他的同行所认可，人们（包括康托与施罗德）很难理解他的思想，对它们的评价也很低，直到罗素发现了它。^① 1902年，年轻的罗素去信告知弗雷格：他的系统会产生矛盾。为此，弗雷格在1903年出版的《算术的基本定律》的第二卷中加上了一个附录，尝试通过限制他的公理五来避免矛盾。罗素在1903年的《数学原则》最后加上了20多页的一个附录，较为仔细地讨论弗雷格的算术、逻辑原理以及背后的一些区分。在1918年狱中写就的通俗的《数理哲学导论》中，罗素也高度地评价了弗雷格的《概念文字》以及《算术基础》等著作。^② 通过罗素，人们渐渐地知道了弗雷格工作的重要性。我们今天知道，弗雷格对概念与概念外延的朴素想法相当于肯定了朴素集合论中不受限制的概括

① 卡尔纳普在回忆其1910年至1914年在耶拿大学读书时期的弗雷格时说：戈特洛布·弗雷格（1848—1925年）那时虽然已经年逾花甲，却是耶拿大学唯一的特邀数学教授（副教授），他的著作在德国几乎无人知晓，无论是数学家还是哲学家都未曾注意到它。弗雷格对这种明显的冷遇深感失望，有时还深感伤心。没有一家出版社愿意出版他的主要著作——两卷本的《算术的基本定律》，他只好自费印刷出版。（参见卡尔纳普：《卡尔纳普思想自述》，上海译文出版社1985年版，第4页。）

② 罗素曾说：这些定义（祖先以及遗传性）以及归纳法的理论属于弗雷格，早在1879年发表在他的《概念文字》中。虽则本书价值巨大，但作者相信，在它出版后二十多年，作者是第一个研读过它的人。（参见罗素：《数理哲学导论》，商务印书馆2003年版，第29页。）

原则,进而导致罗素悖论,而弗雷格 1903 年的修改也是不成功的,弗雷格的尝试最终失败了。^①

弗雷格 1918 年从耶拿大学退休,迁居巴特克莱嫩,并发表了最后的几篇文章,包括讲述思想实在论的《论思想》(1918)、《论否定》(1918)以及《复合思想》(1923)。在晚年(1924 年),他重新思考算术的基础,并最终放弃了逻辑主义方案,并试图给出基于空间直觉的算术理论。1925 年,他死于巴特克莱嫩,终年 76 岁。他把未发表的手稿遗赠给他的养子,后者又把这些遗稿转交给慕尼黑大学的亨利希·肖尔兹教授。不幸的是,这些遗稿在 1945 年的一次轰炸中被炸毁,只存留了肖尔兹教授复制的一部分。^②

尽管弗雷格的主要努力失败了,但是他对数学、逻辑以及语言的思考深深地影响了几位著名的哲学家,如罗素、维特根斯坦以及卡尔纳普。^③ 罗素从 1902 年开始与弗雷格讨论,并有长达十余年的通信交流。他曾与怀特海合著《数学原理》(1910—1913),在前言中他们说:在逻辑分析方面,我们主要学的是弗雷格。弗雷格在 1911 年左右同维特根斯坦讨论罗素悖论,并推荐其去剑桥跟随罗素学习。据吉奇(Geach, P.)在其编译弗雷格的《逻辑研究》的前言中回忆,维特根斯坦死前曾对他说:如果他也能像弗雷格那样写东西该多好。而卡尔纳普在 1910 至 1914 年左右是弗雷格的学生,听过他的几门课,之后,他又仔细地研究过他的主要著作,他在《思想自述》中说:在逻辑与语义学方面,弗雷格对他的影响最大。

① 朴素集合论中不受限制的概括原则大致是说:任给一个条件都存在着一个满足此条件的东西或对象所组成的集合。

② 参见 Frege, G. (1979). *Posthumous Writings*, H. Hermes, F. Kambartel, and F. Kaulbach (eds.), translated by Peter Long and Roger White, Chicago: University of Chicago Press, pp. IX-XII.

③ 弗雷格也与胡塞尔以及希尔伯特就一些具体问题(如定义问题、分析悖论问题、一致性等问题等)进行过激烈地争论。

在 20 世纪,奥斯丁(Austin, J.)在 1950 年翻译了《算术基础》;吉奇与布兰科(Geach, P. and Black, M.)在 1960 年翻译了弗雷格的主要哲学文章,编为《弗雷格的哲学著作选译》;菲尔斯(Furth, M.)在 1964 年翻译了《算术的基本定律》第一卷的前半部分与第二卷附录。^①在 1979 与 1980 年,人们又分别把弗雷格的《遗文集》与《通信集》编辑、翻译为英文。这样,弗雷格的著作开始被人们广泛地阅读、研究与讨论。他在语言哲学、形而上学(本体论)、认识论以及数学哲学上的思考也被人们广泛研究。其中,涌现出了诸如达米特(Dummett, M.)、帕森斯(Parsons, C.)、布勒斯(Boolos, G.)、伯吉斯(Burgess, J.)、海克(Heck, R.)、黑尔(Hale, B.)、赖特(Wright, C.)、林斯基(Resnik, M.)、斯鲁佳(Sluga, H.)等一批研究弗雷格哲学思想的学者与专家。在 20 世纪 80 年代左右重新发现了弗雷格定理之后,人们对弗雷格数学哲学思想的兴趣也日益增加。学者们提出各种版本的新弗雷格主义主张,而对各种版本的新弗雷格主义所面对的诸多问题的讨论也一直是当今数学哲学中较为活跃的部分。

本书是关于弗雷格算术哲学思想的历史性研究,分为三个部分。

弗雷格以其所主张并努力建立的逻辑主义思想而为人所熟知。弗雷格认为算术真理就是逻辑真理。而仅从这个结论来看,我们不足以看出弗雷格的基本哲学立场。在第一部分中,我们讨论弗雷格的基本哲学倾向。我们简要地勾勒算术哲学的基本问题;简要地论述弗雷格在语言学以及语义学上的几个区分;在这些基础上,我们考虑弗雷格对算术基本问题的回答,讨论他的概念实在论、思想实在论以及针对数学对象的柏拉图主义数学观,并讨论

^① 近来,海克(Heck, R.)与斯坦利(Stanley, J.)等在尝试着把《算术的基本定律》完整地翻译成英文。

弗雷格是如何在他的逻辑还原过程中以及表述他的哲学立场时利用他在哲学上的上述区分与考量的。

在第二部分里,我们较为仔细地讨论弗雷格的逻辑主义之路。为此,我们简要地讨论《概念文字》中的逻辑,指出其本质上是带完整二阶存在概括规则的二阶逻辑,并介绍弗雷格如何用遗传性概念来处理数学归纳法;考察弗雷格在《算术基础》中的几点认识与逻辑主义还原中的几个定义;讨论弗雷格《算术基本定律》中的逻辑,并参考 Burgess(2005)与 Heck(1996),我们给出一个清楚且大致符合弗雷格想法的二阶逻辑 FL;在此基础上,我们考察弗雷格如何在其中发展算术、如何证明存在无穷的数;接着,我们讨论罗素悖论如何在这个逻辑系统中产生、弗雷格的修改以及为什么他的修改是不成功的,随后是对此系统的一般性的讨论,总结其中存在的哲学问题以及不一致的根源;在这章的最后,我们简要地提及近些年来人们所发现的弗雷格原则上已经知道的一个漂亮结果,Boolos 称作的弗雷格定理。我们简要地介绍 Boolos 的版本,以及这个系统的一致性证明。

第三部分主要讨论弗雷格的分析性概念以及他对定义的理解。弗雷格继承了康德对分析性概念的基本想法,并对其加以改进。我们在这一章里首先考察康德的的分析性概念,指出他的缺陷;然后讨论弗雷格的对之改进后的分析性概念,以及他的定义中存在的一些问题。这些问题主要和对定义的理解有关。弗雷格后期在与胡塞尔的讨论中清楚地认识到了分析悖论,并对此给出了自己的回答。我们将仔细考察弗雷格的定义观以及对于概念分析的看法,指出弗雷格给出的分析性概念与蒯因在《经验主义两个教条》中给出的分析性概念本质上是相同的,蒯因批评分析性观念的一个重要理由背后的想法就是分析悖论。在笔者阅读所及,在 19 世纪 90 年代后的弗雷格的著作中,弗雷格不再提及算术真理是分

析性真理,这可能是由于认识到了分析悖论的缘故。接下来,我们指出弗雷格对概念分析的看法一旦与他的逻辑主义还原想法联系在一起的话就会产生一定的问题。