



新课标

教案

课堂教学设计与案例

- 诠释新课标理念
- 荟萃教改精华
- 汇编全国优秀案例
- 同时呈现常规课与创新课

数学

必修4·R

延边教育出版社

新课标

教案

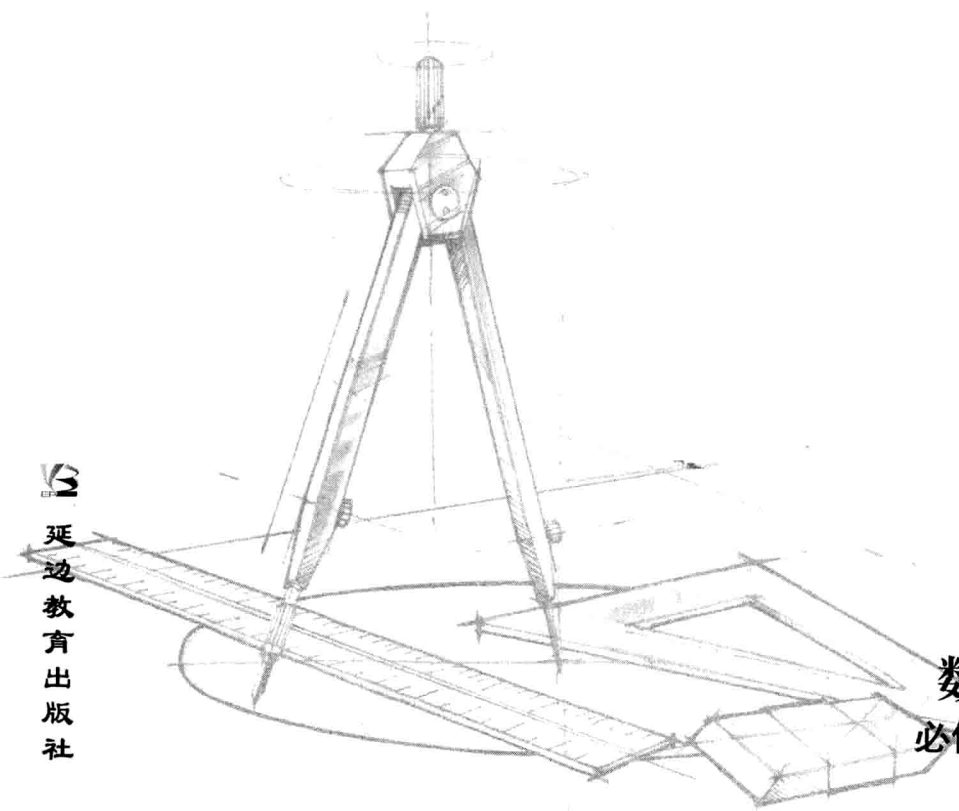
课堂教学设计与案例

数学

必修4·R



延边教育出版社



- 策 划：北京世纪鼎尖教育研究中心
- 执行策划：王 巍
- 丛书主编：邵光华 孔凡代
- 本册主编：艾胜美 杜志国
- 责任编辑：严今石 王苏苏

图书在版编目 (C I P) 数据

新课标教案·数学·4：必修/邵光华，孔凡代主编.
—延吉：延边教育出版社，2009.07
ISBN 978-7-5437-8048-4

I. ①新… II. ①邵… ②孔… III. ①数学课—教案
(教育)—高中 IV. ①G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 117239 号

新课标教案

数学 必修 4

出版发行：延边教育出版社

地 址：吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

网 址：<http://www.topedu.org>

电 话：0433-2913940 010-82611372

传 真：0433-2913971 010-82616641

排 版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印 刷：北京兴华昌盛印刷有限公司

开 本：787×1092 1/16

印 张：12.5

字 数：269 千字

版 次：2006 年 2 月第 1 版

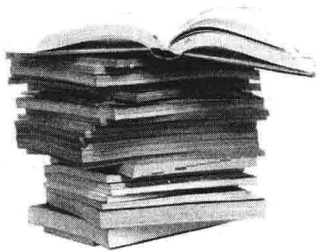
印 次：2013 年 7 月第 8 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5437-8048-4

定 价：25.00 元



前言



《普通高中课程标准(实验)》和《普通高中课程标准实验教科书》所倡导的理念反映了时代的要求和课程改革的总趋势。面对新课程,我们怎样实现教师角色和学生学习方式的转变?怎样有效设计教学情境?如何突出学生的自主学习和探究学习?怎样引导学生在课堂活动中感悟知识的发生、发展过程?如何提高课堂提问和课堂评价的有效性?如何开发有价值的信息,并生成教学过程中的有效课程资源?

《新课标教案》是广大一线教师实践新课程的行动记录,这些原汁原味的教学设计透射着教师对新教材的独特感悟;透射着教师对课程改革的专注和积极投身课改、大胆开展实验探索的精神;透射着教师对课堂教学改革的追求;透射着教师对学生的关爱,对新课程理念的个性诠释;透射着不同教师的个性与教学风格;也透射着一线教师实践课改理念的真实境况。它将对新课程实施者有很好的引领作用和借鉴价值。

书中的每篇教案都对教学主要过程作了详细的描述,同时附有教学反思。每篇教案都是实践过的,而且教师们对所采取的措施及效果、对自己的亲身体验与感悟作了深度反思,相信这些宝贵的经验与教训可以成为广大教师的“他山之石”。



从2010年起,延边教育出版社每年组织教案征文活动,向全国各地征集优秀的课堂教学设计与案例。在2011年和2012年连续两年中,为了集中体现高中新课程标准改革的成果,我们又联合在多年教学、教改中取得累累硕果的省、市、区县级教研室和教学团队,组织了大规模的图书内容修订,因此,我们顺利收录了大量获得国家级、省级、地市级比赛奖项的优秀教学设计与案例,相信能给使用这套书的一线教师提供有价值的教学参考信息。

由于我们的水平有限,同时实验还在探索之中,我们期待广大读者对本书提出宝贵的意见和建议。

在图书修订工作中,有一部分作者暂时联系不上,因此未能在相应案例下精确署名。在此,我们表示很大的歉意,并希望看到本书后,相关作者及时与我们联系。



教案

新课标

目录

第一章 三角函数	1.1 任意角和弧度制	1
	1.1.1 任意角	1
	1.1.2 弧度制	6
	1.2 任意角的三角函数	10
	1.2.1 任意角的三角函数(1)	10
	1.2.1 任意角的三角函数(2)	15
	1.2.2 同角三角函数的基本关系	18
	1.3 三角函数的诱导公式(1)	23
	1.3 三角函数的诱导公式(2)	28
	1.4 三角函数的图象与性质	33
	1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	33
	1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质(1)	39
	1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质(2)	45
	1.4.3 正切函数的性质与图象	50
	1.5 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(1)	55
	1.5 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(2)	60
	1.6 三角函数模型的简单应用(1)(A、B案)	64
	1.6 三角函数模型的简单应用(2)(A、B案)	72
	复习小结(A、B案)	81
第二章 平面向量	2.1 平面向量的实际背景及基本概念	91
	2.1.1 向量的物理背景与概念	91
	2.1.2 向量的几何表示	91
	2.1.3 相等向量与共线向量	91
	2.2 平面向量的线性运算	96
	2.2.1 向量加法运算及其几何意义(A、B案)	96
	2.2.2 向量减法运算及其几何意义	106
	2.2.3 向量数乘运算及其几何意义(A、B案)	110
	2.3 平面向量的基本定理及坐标表示	119
	2.3.1 平面向量基本定理	119

目录

新课标 教案

	2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示 119
	2.3.3 平面向量的坐标运算 119
	2.3.4 平面向量共线的坐标表示 123
	2.4 平面向量的数量积 128
	2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义 128
	2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角 134
	2.5 平面向量应用举例 140
	2.5.1 平面几何中的向量方法 140
	2.5.2 向量在物理中的应用举例 145
	复习小结 150
第三章 三角恒等变换	3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 159
	3.1.1 两角差的余弦公式 159
	3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、正切公式 164
	3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式 168
	3.2 简单的三角恒等变换(1) 174
	3.2 简单的三角恒等变换(2) 180
	3.2 简单的三角恒等变换(3) 185
	复习小结 190



第一章

三角函数



1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

执 教:河南省商丘市实验中学 田 淇

【教学分析】

【教学内容分析】

三角函数是基本初等函数,它是描述周期现象的重要数学模型.角的概念的推广正是这一思想的体现之一,是初中相关知识的自然延续,为进一步研究角的和、差、倍、半关系提供了条件,也为今后学习解析几何、复数等相关知识提供了有力的工具.

【我的思考】

本节课是学生在初中已学习了 $0^\circ\sim 360^\circ$ 角的基础上,进一步将角的概念推广,是一堂承上启下的课.教学中我采用启发式、探究式教学方法,突显数形结合思想,将“正角”“负角”“象限角”“终边相同的角”的概念具体化、直观化,落实这些概念的教学目标,突破重难点.

【教学目标】

知识技能:

1. 理解并掌握正角、负角、零角的定义.
2. 理解任意角以及象限角的概念.
3. 掌握所有与 α 角终边相同的角的表示方法.

数学思考:通过学习使学生建立直角坐标系讨论任意角,能判断象限角,会书写终边相同角的集合;掌握区间角的集合的书写.培养学生的观察、探索、类比研究和推理的能力.

问题解决:通过本节的学习,使学生对角的概念有了一个新的认识,即有正角、负角和零角之分.角的概念推广以后,知道角之间的关系.理解掌握终边相同的角的表示方法,学会运用运动变化的观点认识事物.

情感态度:课堂教学中通过图片的展示、生活实验演示、学生的活动与探究、交流与讨论逐步实现知识与技能的形成、过程与方法的培养、情感态度与价值观的陶冶.

【教学重难点】

重点:将 $0^\circ\sim 360^\circ$ 范围的角推广到任意角.

难点:用集合来表示终边相同的角.



教学过程

一、创设情境,引入课题

课件出示跳水与体操比赛的视频以及齿轮传动动画,感受生活中与角有关的现象.

设疑:怎样才能准确地描述这些生活中与角有关的现象?

(引导学生分析从旋转量与旋转方向来描述.)

课件出示教材 P2 思考题:你的手表慢了 5 分钟,你是怎样将它校准的?假如你的手表快了 1.25 小时,你应当如何将它校准?当时间校准以后,分针转了多少度?(让学生上台演示)

【设计意图:创设课堂情境,使学生产生认知上的冲突,说明角的概念推广的必要性,同时激发学生的学习兴趣 and 主动探究的精神.】

强调:虽然过去我们学习了 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围的角,但在上述问题中它们按照不同方向旋转所成的角,不全是 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的角.因此,仅有 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的角是不够的,我们必须将角的概念进行推广.(板书课题)

二、探究新知,讲授新课

教师结合上述实例提出问题:

(1)你认为刻画这些角的关键是什么?

(不仅要有旋转量,还要有旋转方向.)

(2)如果把旋转中心作为角的顶点,如何表示不同的旋转方向呢?

(3)为了区分形成角的两不同的旋转方向,可以作怎样的规定?如果一条射线没有作任何旋转,它还形成一个角吗?

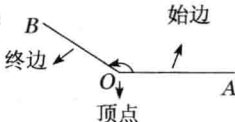
教师引导学生通过类比正数、负数和零,鼓励学生大胆猜测得到正角、负角、零角的定义,教师在学生猜测的基础上,利用课件展示正角、负角和零角,并给出任意角的定义,从而使重点得到了突破.

【设计意图:通过借助课件学生可以更清楚地认识正角、负角和零角与旋转方向的关系,并利用任意角的定义来重新回答前面的情境问题.】

1. 任意角的相关概念.

角的定义:角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

角的名称:



角的分类:

正角:按逆时针方向旋转形成的角.

零角:一条射线没有作任何旋转形成的角.

负角:按顺时针方向旋转形成的角.

强调说明:

(1)在不引起混淆的前提下,“角 α ”或“ $\angle \alpha$ ”可以简记成“ α ”;



(2) 零角的终边与始边重合, 如果 α 是零角, 则 $\alpha=0^\circ$;

(3) 角的概念经过推广后, 包括正角、负角和零角.

2. 象限角.

结合上述任意角的定义, 教师进一步提出问题:

问题 1: 度量一个角的大小, 既要考虑旋转方向, 又要考虑旋转量, 通过上述规定, 角的范围就扩展到了任意大小. 那么, 对于 $\alpha=210^\circ$, $\beta=-150^\circ$, $\gamma=-660^\circ$, 你能用图形表示这些角吗? 你能总结一下作图的要点吗?

(用几何画板演示作图, 让学生概括作图要点.)

画图表示一个大小一定的角, 先画一条射线作为角的始边, 再由角的正负确定角的旋转方向, 再由角的绝对值大小确定角的旋转量, 画出角的终边, 并用带箭头的螺旋线加以标注.

问题 2: 如果把角放在直角坐标系中, 那么怎样放比较方便、合理?

动手操作: 以同一条射线为始边作出 60° , 210° , -150° , 450° 的角.

让学生画图、探究、讨论和交流后给出合理的方法.

【设计意图: 让学生自行尝试, 培养学生处理数学问题的动手能力及其猜想、探究能力.】

(课件出示象限角的概念.)

定义: 若将角的顶点与原点重合, 角的始边与 x 轴的非负半轴重合, 那么角的终边(端点除外)在第几象限, 我们就说这个角是第几象限角.

强调: 角的终边落在坐标轴上, 则此角的终边不属于任何一个象限, 这个角也就不叫第几象限角, 为了今后研究的方便, 我们也给它一个名称叫做坐标轴上的角.

判断题: (1) 锐角一定是第一象限角. ()

(2) 小于 90° 的角一定是锐角. ()

(3) 第一象限角一定不是负角. ()

(4) 钝角一定是第二象限角. ()

【设计意图: 让学生明确角的概念推广以后, 初中的有些相关概念也要发生改变. 使学生进一步理解象限角的概念, 培养学生的数形结合能力, 为下面引入终边相同的角作好铺垫.】

3. 终边相同的角.

课件出示教材 P3 探究: 将角按照上述的方法放在直角坐标系中后, 给定一个角, 就有唯一的一条终边与之对应. 反之, 对于直角坐标系内任意一条射线 OB , 以它为终边的角是否唯一? 如果不唯一, 那么终边相同的角有什么关系?

(1) 在直角坐标系内标出 210° , -150° 角的终边, 你有什么发现? 它们有怎样的数量关系? 328° 、 -32° 、 -392° 角的终边呢?

(2) 在直角坐标系内, 一个角的终边对应了唯一一条射线, 那么是否存在与这个角的终边相同的角? 如果存在, 如何表示?

让学生从具体问题入手, 分组讨论, 探索终边相同的角的关系, 并归纳. 教师因势利导, 给予启发, 并总结评价. 同时用几何画板演示, 让学生发现终边相同的角的关系, 并用集合表示出来.

师生共同抽象概括出一般关系: 任何一个与 α 角终边相同的角都可以看作终边绕原点旋转周角的整数倍后又回到了原来的位置, 即角具有周而复始的变化规律. 即: 所有与角 α 终边



相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合 $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$,即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

强调:(1) $k \in \mathbf{Z}$;

(2) α 是任一角;

(3) 终边相同的角不一定相等,但相等的角终边一定相同.终边相同的角有无限个,它们相差 360° 的整数倍;

(4) 角 $\alpha + k \cdot 720^\circ$ 与角 α 终边相同,但不能表示与角 α 终边相同的所有角.

【设计意图:探究终边相同的角之间的关系,体会从特殊到一般、从具体到抽象的思想方法,培养学生观察、归纳的能力,为后面学习周期的概念作铺垫,并让学生理解终边相同的角不是唯一的,而是一个角的集合.】

三、例题精讲,深化概念

例 1:(教材 P4 例 1)在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内,找出与 $-950^\circ 12'$ 角终边相同的角,并判定它是第几象限角.

师生共同分析讨论找到 k 值的方法,学生畅所欲言,教师及时总结方法.

解:(见教材 P4)

【设计意图:使学生能用终边相同的角解决实际问题,找出与已知角终边相同的角,并判定是第几象限角,为以后使用诱导公式、实现大角化小角等奠定基础.】

例 2:(教材 P4 例 2)写出终边在 y 轴上的角的集合.

教师引导学生先在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 找到满足条件的角,然后逐步引导学生写出终边在 y 轴上的角的集合.并指出集合化简的目标是形式上的统一,这两个集合求并集的关键是把 270° 改写成 $90^\circ + 180^\circ$,从而使本题的难点得以解决.

解:(见教材 P4)

【设计意图:一是从静态角度巩固理解终边相同的角的表示;二是从动态角度体会把角的终边旋转得到 $\alpha = 90^\circ + k \times 180^\circ (k \in \mathbf{Z})$ 的过程,体现出由形到数及由数到形的数形结合思想方法,降低教学难点.】

例 3:(教材 P5 例 3)写出终边在直线 $y = x$ 上的角的集合 S ,并把 S 中适合不等式 $-360^\circ \leq \beta < 720^\circ$ 的元素 β 写出来.

解:(见教材 P5)

【设计意图:巩固终边相同的角的表示方法,并让学生理解角的集合的并集运算,结合前面的例 2,让学生掌握终边在直线上的角的集合及并集的书写方法.】

四、课堂练习

教材 P5 练习的第 1~5 题.

(让学生先做,教师再进行提问,学生回答.)

五、课堂小结

教师引导,师生共同总结:

1. 角的概念是如何推广的?推广后,应注意什么?象限角是如何定义的?
2. 学习了终边相同的角的表示后,你觉得它能解决哪些问题?有哪些作用?
3. 本节课你学习了哪些数学思想方法?



【设计意图:让学生回顾本节主要内容,完善学生的认知结构,体会数学思想方法.】

作业设计

作业:教材 P9 习题 1.1A 组第 1,2,3 题.

备选作业:找出日常生活中大于 360° 的角和负角,并熟练掌握它们的表示方法,深入理解终边相同的角的特点.

教学反思

任意角这一节用一个课时完成,感觉比较紧张.这一节课的特点是概念多,内容基础但特别地繁琐.本节课主要是让学生结合实例体验角的概念推广的必要性;从运动的观点出发,进行角的概念推广,理解并掌握正角、负角、零角的定义;能用集合和数学符号表示终边相同的角,即掌握所有与角 α 的终边相同的角的表示方法;能建立适当的坐标系来讨论任意角,理解象限角、坐标轴上的角的概念,并能用集合和数学符号表示.

通过这一节课的教学,我觉得有很多精彩之处.整节课各个环节的转换与连接显得十分自然,浑然一体,前后呼应,师生沉浸在轻松的学习氛围中.课伊始,趣即生;课进行,趣愈浓;课结束,趣犹存.

回过头来再看这节课,也有一些需要改进的地方.本节课问题设置太过简单,台阶过密、跨度太小,学生在学习过程中没有遇到陷阱,没有产生激烈的思维碰撞,因此,看似顺畅,但可能记忆不够深刻.今后要注意有梯度的设问,台阶不要过密,要有一定的思维跨度.高一学生比较天真,为了表现自己,争抢回答问题,缺乏对问题的深入思考,致使学生基础不够扎实,在今后的教学中要切实抓好落实,既要让学生积极思考,勇于发言,更要注意培养学生良好的思维品质.

资源延拓

笛卡尔坐标系

据说有一天,法国哲学家、数学家笛卡尔生病卧床,病情很重,尽管如此他还反复思考一个问题:几何图形是直观的,而代数方程是比较抽象的,能不能把几何图形与代数方程结合起来呢?也就是说能不能用几何图形来表示方程呢?要想达到此目的,关键是如何把组成几何图形的点和满足方程的每一组“数”挂上钩,他苦苦思索,拼命琢磨,通过什么样的方法,才能把“点”和“数”联系起来.突然,他看见屋顶角上的一只蜘蛛,拉着丝垂了下来,一会儿工夫,蜘蛛又顺着丝爬上去,在上边左右拉丝.蜘蛛的“表演”使笛卡尔的思路豁然开朗.他想,可以把蜘蛛看作一个点,它在屋子里可以上、下、左、右运动,能不能把蜘蛛的每个位置用一组数确定下来呢?他又想,屋子里相邻的两面墙与地面交出了三条线,如果把地面上的墙角作为起点,把交出来的三条线作为三根数轴,那么空间中任意一点的位置就可以用这三根数轴上找到有顺序的三个数来表示.反过来,任意给一组三个有顺序的数也可以在空间中找到一点 P 与之对应,同样道理,用一组数 (x, y) 可以表示平面上的一个点,平面上的一个点也可以用两个有顺序的数来表示,这就是坐标系的雏形.



1.1.2 弧度制

【教学分析】

教学目标

1. 理解弧度的意义,能正确进行弧度与角度的换算.
2. 理解在弧度制下,任意角的集合与实数集之间建立一一对应的关系.
3. 经历用类比法学习新知识的过程,认识类比方法的重要性.
4. 进一步体会数形结合思想在解决数学问题中的作用.

教学重难点

重点:弧度的意义,弧度与角度的换算.

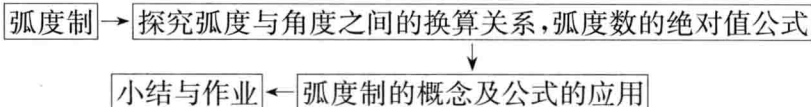
难点:弧度的意义理解.

教学准备

教师:将教材中需要投影的材料做成投影片.

学生:直尺、量角器等.

教学导图



【教学设计】

教学过程

1. 度量长度可以用米、尺、码等不同的单位制,度量重量可以用千克、斤、磅等不同的单位制,角的度量是否也能用不同的单位制呢?

【设计意图:类比地提出问题,引发学生的兴趣和思考,自然地引入弧度制.】

师活动:教师一提问:什么是角度制?

学生一学生回答,回忆、复习角度制.

教师一引导学生画两个圆心、半径均不同的圆,在两圆中分别作一个 60° 的圆心角,求出对应的弧长,然后分别求比值 $\frac{\text{弧长}}{\text{半径}}$,探究这两个比值有何关系.

学生一画图,求比值,回答问题.

师生一共同探究,其比值相等,得出结论:一定大小的圆心角 α 所对应的弧长与半径的比值是确定的,与半径大小无关.

教师一给出弧度的定义、符号表示、读法,引出弧度制.

学生一观察投影片(教材 P6 图 1.1 - 8),并思考:若把图中圆的半径改为 2, \widehat{AB} 的长等于 2, $\angle AOB$ 还是 1 弧度的角吗?

师生一学生回答,教师给出正确的评价:这样,角还可以用弧度制来表示.

2. 阅读、观察教材 P6“探究”的投影片,图中半径为 r 的圆的圆心与原点重合,角 α 的始边与 x 轴的正半轴重合,交圆于点 A ,终边与圆交于点 B . 请在下列表格中填空,并思考:如果一



个半径为 r 的圆的圆心角 α 所对的弧长为 l , 那么 α 的弧度数是多少? 既然角度制、弧度制都是角的度量制, 那么它们之间如何换算?

【设计意图: 根据弧度的定义, 探求求圆心角的弧度数的方法, 同时, 探究角度制与弧度制的换算关系.】

师生活动: 教师—引导学生观察教材 P6 图 1.1-9, 根据弧度的定义填空, 并探讨角度制与弧度制之间的换算关系.

学生—填空, 思考问题, 交流, 讨论.

师生—师生交流, 归纳探究结果: 正角的弧度数是一个正数, 负角的弧度数是一个负数, 零角的弧度数是 0. 如果半径为 r 的圆的圆心角 α 所对弧的长为 l , 那么, 角 α 的弧度数的绝对值是 $|\alpha| = \frac{l}{r}$, 角度制与弧度制之间的换算关系为 $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

3. 弧度的概念及有关公式的应用.

【设计意图: 通过练习掌握角度与弧度之间的互化及公式 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ 的应用.】

师生活动: 教师—分析解决教材 P7 例 1.

分析: (1) 首先把 $67^\circ 30'$ 化成 $(\frac{135}{2})^\circ$, 然后用 $\frac{135}{2}$ 乘以 $\frac{\pi}{180} \text{ rad}$.

(2) 让学生利用计算器完成角度与弧度转化的操作程序.

学生—完成教材 P9 练习第 1 题.

师生—学生说结果, 教师给出评价.

学生—阅读自学完成教材 P7 例 2, 并完成教材 P8 的表格. 明确计算器的操作程序.

教师—引导学生分析在弧度制下, 角的集合与实数集 \mathbf{R} 之间建立起一一对应关系, 让学生观察投影片(教材 P8 图 1.1-10), 加深理解.

学生—完成教材 P9 练习第 2, 3 题.

教师—让学生汇报结果.

教师—板书、分析教材 P8 例 3.

(1) 由公式 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ 立即可得 $l = |\alpha|r$.

(2) 首先写出圆心角为 n° 的扇形的弧长公式和面积公式, 再将 n° 转换为 α 弧度, 即 $\alpha = \frac{n\pi}{180}$, 代入到扇形的面积公式可得公式(2).

(3) 将 $l = \alpha R$ 代入公式(2)可得公式(3).

学生—独立完成教材 P9 练习第 5, 6 题.

教师—提问学生, 并给出评价.

学生—阅读完成教材 P8 例 4 及 P9 练习第 4 题.

教师—演示利用计算器求 $\sin 1.5$ 的操作程序. 给出正确的结果.

4. 尝试小结.

(1) 1 弧度的角是怎样定义的?

(2) 角度制与弧度制的换算关系是怎样的?



(3)用弧度制表示角有哪些方便之处?

【设计意图:复习本节重点知识,优化知识结构.】

师生活动:师生一共同总结:两种制度的换算关系式: $\pi=180^\circ$;圆中等于半径长的弧所对的圆心角为1弧度;弧度制的引入为扇形的弧长公式、面积公式带来方便,为角的表示带来方便.

作业设计

作业:教材 P9~10 习题 1.1A 组第 4,7,8,9 题.

备选作业:

1. 已知扇形的周长是 6 cm, 面积 2 cm^2 , 则扇形的中心角的弧度数是 ()

A. 1 B. 4 C. 1 或 4 D. 2 或 4

答案:C

解:设中心角为 θ , 则根据题意得:

$$\begin{cases} 2r + \theta r = 6, & \text{①} \\ \frac{1}{2}\theta r^2 = 2. & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $r = \frac{6}{2+\theta}$, 代入②得

$$\frac{1}{2}\theta \cdot \left(\frac{6}{2+\theta}\right)^2 = 2,$$

解得: $\theta=1$ 或 $\theta=4$, 可知都适合.

2. 证明:一定大小的圆心角 α 所对应的弧长与半径的比值是唯一确定的, 与半径大小无关.

证明:设圆心角 α 的度数的绝对值为 θ , 设圆的半径为 r .

则圆心角 α 所对应的弧长 $l = \frac{2\pi r}{360} \times \theta = \frac{\pi r \theta}{180}$,

$$\therefore \frac{l}{r} = \frac{\theta \cdot \pi r}{180r} = \frac{\pi \theta}{180}.$$

$\because \pi, 180$ 为常数, θ 为定值,

\therefore 一定大小的圆心角 α 所对应的弧长与半径的比值是唯一确定的, 与半径大小无关.

教学设计说明

1. 用类比的思维方法,自然地引入弧度制,符合学生学习的认知心理规律.为了突破弧度制概念这个难点,本设计先让学生动手实验操作,计算比值,然后发现弧长与半径之比的性质,确定圆心角的大小,为弧度制的建立打下基础,做好充分准备.这样设计学生能较容易地建立弧度制概念,降低学习的难度.

2. 设计探究问题,从弧度的概念出发,学生自主探究,研究圆心角的弧度数的求法,角度与弧度的换算关系.这一过程既是学习知识的过程,又是“发现”知识的过程,有利于培养学生的探究能力.



资源延拓

弧度制的由来

18世纪以前,人们一直是用线段的长来定义三角函数的.瑞士数学家欧拉(Euler,1707—1783),在他于1748年出版的一部划时代的著作《无穷小分析概论》中,提出三角函数是对应的三角函数线与圆半径的比值,并令圆的半径为1,使得对三角函数的研究大为简化.这是欧拉在数学史上的重要功绩之一.

其次,欧拉在上述著作的第八章提出了弧度制的思想.他认为,如果把半径作为1个单位长度,那么半圆的长就是 π ,所对圆心角的正弦值是0,即 $\sin \pi=0$.同理,圆的 $\frac{1}{4}$ 的长是 $\frac{\pi}{2}$,所对的圆心角的正弦值是1,记作 $\sin \frac{\pi}{2}=1$,这一思想将线段与弧的度量单位统一起来了,大大简化了某些三角公式及计算.

1873年6月5日,数学教师汤姆生(James Thomson)在北爱尔兰首府贝尔法斯特(Belfast)女王学院的数学考试题目中创造性地首先使用了“弧度”一词.他将“半径”(radius)的前四个字母与“角”(angle)的前两个字母合在一起,构成“radian”,并被人们广泛接受和引用,我国学者曾把“radian”译成“径”(由“弧”与“径”两字的一部分拼成),中华人民共和国成立以来,中学数学教材中都把“radian”译作“弧度”.

1881年,学者哈尔斯特(G. B. Halsted)等用希腊字母 ρ 表示弧度的单位,例如用 $\frac{3}{5}\pi\rho$ 表示 $\frac{3}{5}\pi$ 弧度.1907年,学者包尔(G. N. Bauer)用 r 表示.1909年,学者霍尔(A. G. Hall)等又用 R 来表示,例如将 $\frac{\pi}{4}$ 弧度写成 $\frac{\pi}{4}R$.现在人们习惯把弧度的单位省略.



1.2 任意角的三角函数

1.2.1 任意角的三角函数(1)

执 教:福建省松溪一中高级教师 朱海建

【 教 学 分 析 】

■ 教学内容分析

本节课是三角函数这一章里最重要的一节课,它是本章的基础,是在初中学习的锐角三角函数的基础上,进一步学习任意角的三角函数.三角函数的定义是本章的基本概念和重要概念,也是学习后续内容的基础,更是学好本章内容的关键.因此,要重点体会、理解和掌握三角函数的定义.在此基础上,这节课又进一步研讨了三角函数的定义域,函数值在各象限的符号,以及诱导公式一,这既是对三角函数的简单应用,也是初、高中概念(三角函数定义)同化教学的好素材.

■ 我的思考

在概念教学过程中要注意学生已有知识经验的作用,发挥其正迁移,防止其负迁移.本课时研究的是任意角的三角函数,学生在初中阶段曾经研究过锐角三角函数,其研究范围是锐角;其研究方法是几何的,没有坐标系的参与;其研究目的是为解直角三角形服务.从初中的锐角三角函数到高中的任意角的三角函数,是中学生在三角函数认知结构上的一次质的变革,如何使这次认知结构的变革在四十五分钟之内形成雏形,关键是把研究方法从初中的直角三角形转化为高中的平面直角坐标系.本节课从初中三角函数定义入手,明确研究角的变化,原有定义存在局限性,并揭示由此带来的新问题,激发学生的学习兴趣;引导学生借助单位圆在坐标系中进行研究,先将锐角的三角函数问题置于坐标系中,帮助学生利用坐标系和单位圆重新认识锐角三角函数,这样做激活了学生的已有知识经验,并用新的视角认识三角函数新的定义.在此基础上,把锐角的三角函数定义推广到任意角,以此为依托,探究三角函数的定义域、符号、诱导公式等,从中渗透数形结合的思想.

■ 教学目标

知识技能:理解任意角的三角函数(正弦、余弦、正切)的定义,经历用单位圆法定义三角函数的过程.

数学思考:体会定义三角函数过程中的数形结合、化归、数学模型等思想方法.

问题解决:会用定义求特殊角的三角函数值,会求已知终边位置的角的三角函数值.会从函数的三要素的角度认识三角函数的对应法则、自变量和函数值.

情感态度:经历知识探索过程,获得发现问题、解决问题的能力,培养合情推理能力.

■ 教学重难点

重点:通过概念的同化与精致过程,帮助学生理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义,并在这个过程中突出单位圆的作用.

难点:引导学生将任意角的三角函数的定义同化,帮助学生真正理解定义.