全国高职高专教育“十一五”规划教材

经济数学

下册

主　编　葛云飞
主　审　马韵新
副主编　白水周　焦清云　孙晓梅

高等教育出版社
Higher Education Press

全国高职高专教育"十一五"规划教材

经济数学

下册

主　编　葛云飞
主　审　马韵新
副主编　白水周　焦清云　孙晓梅
编　委　李万军　张淑玲　查新月
　　　　李坤花　张之红　许艳芳

高等教育出版社

内容摘要

为适应新形势对高等职业技术应用型人才的新要求，把“教、学、做”融为一体，我们在教学实践中对工学交替、任务驱动、项目导向、顶岗实习等教学模式进行了探索。为使数学课程能在经济类、管理类专业中得到实际应用，我们在研究的基础上编写了这本具有高职特色的经济数学教材。

本书以案例引入的方式展开知识，用通俗简洁的语言阐明数学概念的内涵和实质，并把数学中的方法和技能展现给学生，体现了“数学为本，经济为用”的经济数学特点。

考虑到每所院校开设数学的课时数有可能不同，我们将全书分成了上、下两册。若只开设一个学期的数学，每周4学时，可只选用上册，而不会影响课程的完整性；如开设两个学期的数学，则使用上、下两册效果更好。上册包括一元函数的微分、积分及备选内容——多元函数的微积分；下册包括随机事件及概率、随机变量及其分布、调查数据分析初步、行列式与矩阵、线性方程组及其应用等五部分。

本书适用于高职院校和普通高等院校经济类、财经类、管理类等专业的学生，同时也可作为成人高校的通用教材，或作为有关人员学习经济数学知识的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学．下册／葛云飞主编．—北京：高等教育出版社，2009.7

ISBN 978-7-04-027570-4

Ⅰ．经… Ⅱ．葛… Ⅲ．经济数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第086755号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京印刷集团有限责任公司印刷二厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960 1/16	版　　次	2009年7月第1版
印　　张	13	印　　次	2009年7月第1次印刷
字　　数	230 000	定　　价	18.90元

物料号　27570-00

前　言

为适应新世纪对高等职业技术应用型人才的新要求,配合产业技术的提升和社会经济的迅速发展,提升高等职业技术人才的综合能力和素质,切实贯彻融“教、学、做”为一体的教学理念,我们根据高等职业教育数学教学特点、需求及高等职业教育培养目标,本着重能力、重应用、重素质、求创新的总体思路,编写了这本数学教材,供高等职业院校经济类、财经类、管理类等专业的学生使用。本教材在许多方面具有明显的高等职业教育的特色,具体反映在以下几个方面:

1. 尊重科学,但不恪守学科。自觉摆脱传统专科的学科型教育和“专科教材为本科教材的压缩”的旧框框,摈弃传统教材以理论知识为核心,以原理、范畴、概念分类为主线,以从理论到理论的阐述为章节结构的惯性做法,并打破传统数学教材的结构,将微积分、线性代数及概率统计基本知识有机地结合在一起,根据数学的认知规律,组织和编排全书内容。特别在教材内容设计方面,力求实现实用性和发展性的和谐统一。

2. 以项目导向、任务驱动、案例引入的方式,展开知识。从经济方面的实例引出概念,并用通俗简洁的语言阐明数学概念的内涵和实质。对基础理论和结论一般不做论证,不过分追求理论上的严密性,适度注意保持数学自身的系统性与逻辑性,尽量用几何图形、数表、案例说明其实际背景和应用价值,由此加深对基本理论和概念的理解。

3. 注重应用数学的能力培养。注意向学生展现方法和技能。为了培养学生用定性和定量相结合的方法解决实际问题的能力,本书配备了案例、实训和综合实训三类题目。本书特别注意那些与实际应用联系较多的知识、方法和技能的训练,目的是强化学生应用数学知识解决实际问题的能力,力图使学生具有举一反三、融会贯通的能力、创新能力和职业能力。

4. 本教材充分考虑到每所院校开设数学课程的时数会有所不同,特意分为上、下两册。对那些只开设一个学期(每周4学时)课程的学校,可只选用上册,不会影响课程的完整性;对于开设两个学期课程的学校,选用上、下两册更好。

5. 学时分配参考如下:

章序号	内　　容	学时（本章小结学时）
1	函数　极限　连续	10(2)
2	导数与微分	8(2)
3	导数的应用	10(2)
4	积分及应用	14(2)
5	多元函数的微积分*	18(4)
6	随机事件及概率	10(2)
7	随机变量及其分布	10(2)
8	调查数据分析初步	6(1)
9	行列式与矩阵	12(2)
10	线性方程组及其应用	8(1)
合计		106(20)

本书编写分工为：张淑玲（第一章）、张之红（第二章）、查新月（第三章）、李坤花（第四章）、孙晓梅（第五章）、白水周（第六章）、焦清云（第七章）、葛云飞（第八章及附录）、许艳芳（第九章）、李万军（第十章）。主编葛云飞教授改写了部分章节内容，并负责统稿和最终定稿工作。

本教材的立项编写得到了河南省教育厅和高等教育出版社的大力支持和帮助，他们对本书提出了许多宝贵的意见和建议，并组织专家进行修改和审定。马韵新教授作为主审，认真细致地审阅了原稿，并提出了不少改进意见，在此一并表示衷心感谢。

由于编者的水平有限，教材中一定存在不妥之处，希望广大同仁和读者批评指正。

编者

2009年5月

目　　录

第六章　随机事件及概率

前面学习了微积分知识，这些知识的学习使我们的理性思维能力有了较大的提高，也为我们研究经济问题提供了方法；本章学习概率论中的随机事件及概率，为进一步研究随机现象、开展数据统计提供理论工具.

本章在介绍随机事件及概率概念的基础上，将介绍随机事件之间的关系和运算、概率的性质及其计算方法，最后引入随机事件的独立性概念以及与之有关的概率计算公式.

第一节　随机试验与随机事件

在客观世界中，我们会发现存在两种不同的现象，一种现象是在一定的条件下某种结果必然发生或必然不发生. 例如，向上抛一块石子，石子必然下落；再如，纯净水在标准大气压下，被加热到100℃时必然沸腾等；这类现象我们称之为**必然现象**. 另一种现象是在一定的条件下某种结果可能发生，也可能不发生，事前无法预测确切结果. 如，随意地抛掷一枚硬币时，对硬币落下的结果，不能事先预知是正面向上还是反面向上；再如，在混有合格品与不合格品的一包商品中，随意地任抽一件，抽取到的可能是合格品，也可能是不合格品；这类具有不确定性的现象，我们称之为**随机现象**. 随机现象在自然界中是广泛存在的，为研究随机现象发生的规律，常常需要做大量的试验或观察.

一、随机试验

1. 案例引入

案例 1 [上抛硬币试验]　将一枚硬币垂直上抛，到达最高点后垂直下落到水平桌面上，其结果可能是有币值的“正面”朝上，也可能是有图案的“反面”朝上. 但是，在硬币落下之前，我们并不能预知两种结果中哪一种情况发生.

案例 2 [丢掷骰子试验]　将一粒骰子用两手捂着并上下摇动，然后丢在水平桌面上，其结果可能是 6 种不同点数中的某一点数朝上，骰子滚动停止前不能预知 6 种结果中哪一种情况发生.

由此可见，在对随机现象进行研究时，需要观察或测量等，我们把对自然界

或社会现象所作的观察或测量统称为**试验**.

2. 概念阐述

如果试验具有下列特征,我们称之为**随机试验**:

(1) 试验在相同的条件下可以重复进行;

(2) 每次试验的可能结果不止一个,而且所有可能结果事先是明确的;

(3) 每次试验在结束前,无法预言发生哪一种可能结果.

二、随机事件

1. 案例引入

案例 1 [上抛硬币试验] 在上抛硬币中,其可能结果有两个,一是"正面"朝上,二是"反面"朝上,每一种结果都称为随机试验中的事件,即随机事件.

案例 2 [丢掷骰子试验] 在抛掷骰子的实验中,其可能结果有 6 种,分别是:1 点朝上、2 点朝上、3 点朝上、4 点朝上、5 点朝上和 6 点朝上,这 6 中结果中的每一种结果都是该试验中的随机事件.

2. 概念阐述

在随机试验中,可能出现、也可能不出现的每一种结果称为**随机事件**,简称**事件**. 在研究随机事件时,常用大写的英文字母 $A,B,C,\cdots$ 来表示随机事件.

在随机试验中,不可分解的事件称为**基本事件**;所有可能发生的基本事件所组成的集合称为试验的**样本空间**,记作 Ω. 如,在丢掷骰子的实验中,"1 点朝上"、"2 点朝上"、"3 点朝上"、"4 点朝上"、"5 点朝上"和"6 点朝上"都是该试验的基本事件,这 6 种基本事件的集合即为该试验的样本空间.

每次随机试验中一定发生的事件称为**必然事件**,记作 Ω;每次随机试验中不可能发生的事件称为**不可能事件**,记作 $\varnothing$. 如,从装有 3 个红色球、2 个白色球的盒子里,任取 3 个球的实验中,"3 个球中至少有 1 个红色球"的事件就是必然事件,"3 个球全为白色球"的事件是不可能事件. 为了讨论问题的方便,将必然事件 Ω 及不可能事件 $\varnothing$ 作为随机事件的两个极端情况.

3. 方法展示

在一个随机试验中,一般会出现多个有着内在联系的随机事件,为研究和掌握随机事件的规律性和发生的可能性问题,需要研究随机事件间的关系和运算. 下面借助于集合论的方法来阐述事件间的关系和运算.

(1) 事件的包含和相等

如果事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生,则称事件 A **包含于**事件 B,或称事件 B **包含**事件 A,记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$(如图 6.1 所示).

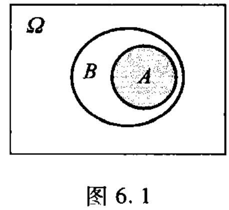

图 6.1

如果 $A\subset B$,也称事件 A 是事件 B 的**子事件**.

如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称事件 A 与事件 B **相等**,记作 $A=B$.

如,在"从装有 3 个红色球、2 个白色球的盒子里,任取 3 个球"的实验中,记事件 $A=\{$取得 3 个红球$\}$,事件 $B=\{$至少取得 1 个红球$\}$,事件 $C=\{$3 个都不是白球$\}$. 因为事件 B 的发生,即任取 3 个球中至少取得 1 个红球,它包含了 3 个球皆为红球的情况,即事件 A 的发生,故有事件 $A\subset B$;在该试验中,"3 个球皆为红球"与"3 个球都不是白球"是同一回事,故事件 $A=C$.

对于任意的事件 A,从集合的角度有:$\varnothing\subset A\subset\Omega$.

(2) 事件的并(或和)

事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件,称为事件 A 与事件 B 的**并**(或**和**). 记作 $A\cup B$ 或 $A+B$(如图 6.2 所示).

因为 $A\cup B=\{$事件 A 与事件 B 至少有一个发生$\}$,显然 $A\cup B\supset A$, $A\cup B\supset B$;另外,如果 $A\subset B$,则 $A\cup B=B$.

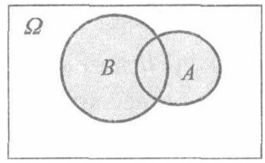

图 6.2

另外,有 $A\cup\varnothing=A$, $A\cup\Omega=\Omega$, $A\cup A=A$.

例 6.1 在投掷骰子的实验中,如果记"点数为 1"的事件为 A,"点数为奇数"的事件为 B,"点数大于 3"的事件为 C,试求 $A\cup B$,$A\cup C$.

解 因为 $A=\{$点数为 1$\}$, $B=\{$点数为奇数$\}$, $C=\{$点数大于 3$\}$,所以,

$$A\cup B=\{\text{点数为奇数}\}=B,\ A\cup C=\{\text{点数为 1 或 4、5、6}\}.$$

(3) 事件的交(或积)

事件 A 与事件 B 同时发生的事件,称为事件 A 与事件 B 的**交**(或**积**). 记作 $A\cap B$ 或 AB(如图 6.3 所示).

因为 $A\cap B=\{$事件 A 发生且事件 B 发生$\}$,所以有

$$A\cap B\subset A\subset A\cup B,$$
$$A\cap B\subset B\subset A\cup B.$$

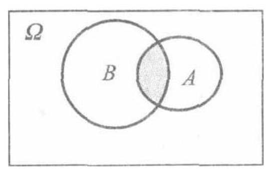

图 6.3

另外,有 $A\cap\varnothing=\varnothing$, $A\cap\Omega=A$, $A\cap A=A$.

在例 6.1 中, $A\cap B=\{$点数为 1$\}$, $B\cap C=\{$点数为 5$\}$.

(4) 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件,称为事件 A 与事件 B 的**差**. 记作 $A-B$(如图 6.4 所示).

因为 $A-B=\{$事件 A 发生且事件 B 不发生$\}$,所以有

$$A-B=A-A\cap B,\quad A-B\subset A.$$

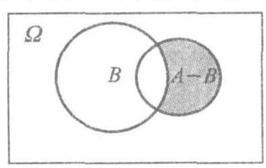

图 6.4

在例 6.1 中,

$$B - A = \{点数为 3、5\},$$
$$C - B = \{点数为 4、6\}.$$

（5）事件的互斥（不相容）

在一次实验中，如果事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $A \cap B = \varnothing$，则称事件 A 与事件 B **互斥**（或**互不相容**）（如图 6.5 所示）.

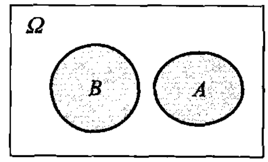

图 6.5

如，在一次射击实验中，事件 A 表示“击中 10 环”的事件，事件 B 表示“击中 8 环”的事件，于是，在一次实验中，事件 A 与事件 B 不会同时发生，故二者是互斥事件.

（6）事件的对立

在一次实验中，如果事件 A 与事件 B 不能同时发生，但二者又必有一个发生，即：$A \cap B = \varnothing$，且 $A \cup B = \Omega$，则称事件 A 与事件 B 是**对立**事件，事件 A 的对立事件常记为 $\overline{A}$（如图 6.6）.

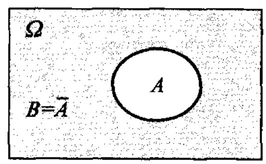

图 6.6

如，在一次投掷硬币的实验中，“正面朝上”事件与“反面朝上”事件就是对立事件.

4. 应用举例

例 6.2 某人投篮三次，设 A_i 为事件“第 i 次投中”（$i = 1,2,3$），试用事件 A_1，A_2，A_3 表示下列事件：

（1）只有第一次投中；

（2）只投中一次；

（3）至少投中一次；

（4）三次皆投中；

（5）至多投中一次.

解 （1）只有第一次投中，意味着事件 A_1 发生，且事件 A_2，A_3 不发生，所以该事件可表示为 $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$.

（2）只投中一次，意味着事件 A_1，A_2，A_3 中只有一个发生，而其他两个事件都不发生，所以该事件可表示为 $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} \cup \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \cup \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$.

（3）至少投中一次，意味着事件 A_1，A_2，A_3 中至少有一个发生，所以该事件可表示为 $A_1 \cup A_2 \cup A_3$.

（4）三次皆投中，意味着事件 A_1，A_2，A_3 皆发生，所以该事件可表示为 $A_1A_2A_3$.

（5）至多投中一次，意味着事件 A_1，A_2，A_3 至多有一个发生，所以该事件可表示为 $\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3} \cup A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} \cup \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \cup \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$.

实训一

1. 指出下列事件哪些是随机事件,哪些是必然事件,哪些是不可能事件.

(1) 上海市明年的清明节会下雨;

(2) 某班下学期经济数学的平均成绩在85分以上;

(3) 某商品100件中只有1件次品,从这100件商品中任取2件,至少1件正品;

(4) 在标准大气压下,水烧到50℃时水就沸腾.

2. 一只袋中装有红、蓝、黄三个小球,现从中任取两个,试写出可能的随机事件.

3. 试用事件 A,B,C 分别表示下列事件:

(1) A,B,C 中只有事件 A 发生;

(2) A,B,C 中至少有一个发生;

(3) A,B,C 中恰有一个发生;

(4) A,B,C 中至多有两个发生.

4. 向指定目标射击三次,设 A_i 为事件"第 i 次击中目标"($i=1,2,3$),试用文字叙述下列符号表示的事件:

(1) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$;

(2) $A_1A_2A_3$;

(3) $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$;

(4) $A_1 - A_2$;

(5) $\overline{A_1A_2}$;

(6) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$.

第二节　随机事件的概率

前面我们学习了随机试验以及随机试验中的随机事件的概念,并研究了随机事件的关系.但是,在一次随机试验中,对某一随机事件来说,可能发生也可能不发生,往往无法预言;同时,我们认识到,在一定条件下重复进行试验时,任一事件发生的可能性大小是客观存在的,是事件本身固有的属性.在这节中,我们将研究随机事件发生的可能性大小的度量问题.

一、概率的定义

1. 案例引入

案例[投掷硬币试验]　历史上不少人做投掷硬币的试验,以此观察"正面朝上"的事件发生的可能性大小.一些试验记录如表6.1.

表6.1

试验者	投掷次数	正面朝上次数	正面朝上的频率
德摩根	2048	1061	0.5181
蒲　丰	4040	2048	0.5069

续表

试验者	投掷次数	正面朝上次数	正面朝上的频率
费歇尔	10000	4979	0.4979
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005

如果对某一试验重复进行 n 次，而事件 A 发生 k 次，那么称 $\frac{k}{n}$ 为事件 A 的**频率**.

由此可见，在抛掷硬币的试验中，抛掷次数越大，事件发生的频率就越具稳定性，且逐渐稳定于常数 0.5，这个数反映了在试验中，“正面朝上”事件发生的可能性大小.

2. 概念阐述

事件发生的可能性大小通常用一个数来度量，这种度量事件发生可能性大小的数称为事件的**概率**.

如果随机试验的样本空间中基本事件的总数为有限数 n，且每一随机事件发生的可能性相等，而试验中的事件 A 包含 m 个基本事件，则事件 A 的概率为 $P(A)=\frac{m}{n}$，称该概率为**古典概率**，简称**概率**. 这种概型称为**古典概型**.

如果随机试验的样本空间中有无限多个基本事件，它们发生的可能性相等，并且，根据问题的实际意义可以将各个基本事件看作某个区间或区域 G 中的一个点，将各个基本事件发生的可能性相等理解为：在 G 中任一小区间或区域 g 内任取一点的可能性只与 g 的度量（长度、面积、体积等）成正比、与 g 的形状、位置无关，那么事件 $A=\{g$ 中的所有点对应的事件$\}$ 的概率为

$$P(A)=\frac{g\text{ 的度量}}{G\text{ 的度量}}.$$

我们把这样定义的概率称为**几何概率**. 这种概型称为**几何概型**.

比较事件概率的上述两种定义，概括它们的共同之处，得到**概率的公理化定义**如下：

对任意的事件 A，称满足下列条件的函数 $P(A)$ 为事件 A 的**概率**：

公理 1　$0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

公理 2　$P(\varnothing)=0, P(\Omega)=1$；

公理 3　对于互不相容的可数个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$，有

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n+\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)+\cdots.$$

3. 方法展示

在古典概型下,求随机事件的概率就是求出样本空间中基本事件个数 n 和随机事件 A 包含基本事件的个数 m ,再由公式 $P(A)=\dfrac{m}{n}$,求得概率.

在几何概型下,求随机事件的概率就是求出样本空间中含基本事件的度量和随机事件 A 含基本事件的度量,再由公式 $P(A)=\dfrac{g\text{ 的度量}}{G\text{ 的度量}}$求得概率.

4. 应用举例

例 6.3[摸球问题] 现袋中装有 5 个红球,3 个黄球,从中随机地一次摸出两个球,求摸出的球都是红球的概率.

解 设事件 $A=\{$摸出 2 个红球$\}$,由题意,该试验的基本事件总数为 $n=C_8^2=28$,

事件 A 包含的基本事件数为 $m=C_5^2=10$,所以,事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}.$$

例 6.4 [会面问题] 现甲乙两人相约 7 点钟至 8 点钟到某约定地点会面,先到者等候 20 分钟后可离去,如果两人在这段时间内的任意时刻到达会面地点的可能性是相同的,问这两个人会面的概率是多少?

解 因两人在约定时间内到达会面地点的时刻是随机的,可能是 7 点到 8 点一个小时内的任意时刻,据题意可化为几何问题求解.

设 x,y 分别表示两人到达会面地点的时刻,则两人到达时刻的所有结果可构成一个边长为 60(分钟)的正方形区域 G,如图 6.7 所示.而两个人能会面的条件是 $|x-y|\leq 20$,满足这一条件的区域是图中的两条平行线 $x-y=20$ 与 $y-x=20$ 之间的带形区域(阴影部分),即会面这一事件包含的所有结果是阴影部分的区域 g,于是,由几何概率的计算公式得,两人会面的概率为

$$P=\frac{60^2-40^2}{60^2}=\frac{5}{9}.$$

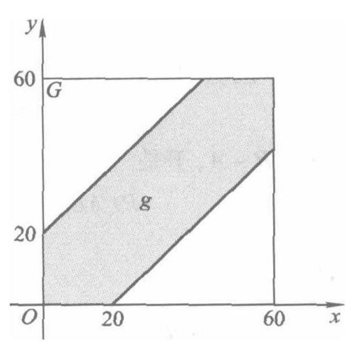

图 6.7

二、概率的性质

1. 方法展示

下面我们不加证明地给出概率的性质.

性质 1　对于互不相容的事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$，有

$$P(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$

性质 2　$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

性质 3　如果事件 $A \subset B$，则 $P(B - A) = P(B) - P(A)$.

性质 4　对于任意两个事件 A，B，有 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

性质 4 常称为概率的加法公式.

2. 应用举例

例 6.5［种植管理］　某棉麦连作地区，因受气候条件的影响，棉花减产的概率为 0.08，小麦减产的概率为 0.06，棉花与小麦都减产的概率为 0.04，试求：

(1) 棉花、小麦至少有一样减产的概率；

(2) 棉花、小麦至少有一样不减产的概率.

解　设事件 $A = \{$棉花减产$\}$，事件 $B = \{$小麦减产$\}$，则 $P(A) = 0.08$，$P(B) = 0.06$，且棉花与小麦都减产的事件 AB 的概率为 $P(AB) = 0.04$，于是有

(1) 棉花、小麦至少有一样减产的概率为

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.08 + 0.06 - 0.04 = 0.10.$$

(2) 棉花、小麦至少有一样不减产的概率为

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0.04 = 0.96.$$

例 6.6　已知 $P(A) = 0.3$，$P(B) = 0.6$，试根据下列条件分别求 $P(A \cup B)$ 与 $P(\overline{A}B)$.(1) 事件 A 与 B 互不相容；(2) $A \subset B$.

解　(1) 因事件 A 与 B 互不相容，则 $AB = \varnothing$，于是

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.9.$$

因为 $AB = \varnothing$，则 $\overline{A} \supset B$，于是 $\overline{A}B = B$，故

$$P(\overline{A}B) = P(B) = 0.6.$$

(2) 因为 $A \subset B$，所以 $A \cup B = B$，于是

$$P(A \cup B) = P(B) = 0.6.$$

又 $\overline{A}B = B - A$，于是

$$P(\overline{A}B) = P(B - A) = P(B) - P(A) = 0.3.$$

实训二

1. 在上抛两枚硬币的试验中，记事件 $A = \{$两枚正面朝上$\}$，事件 $B = \{$有一枚正面朝上$\}$，事件 $C = \{$至少有一枚正面朝上$\}$，则概率 $P(A) =$ ________，$P(B) =$ ________，$P(C) =$ ________.

2. 一批产品中，正品分为一级品和二级品两种，且产品中一级品率为 0.7，二级品率为 0.2，试求这批产品的正品率和次品率.

3. 甲、乙两艘轮船都将在某日内到达某码头，甲乙两船在该日到达码头的时刻是等可能

的，甲船到达码头停泊1小时，乙船到达码头停泊2小时；如果码头仅能容纳一艘轮船，试计算这两艘轮船都不需要等候的概率.

4. 某种产品共有30件，内含正品23件，次品7件. 现从中逐件抽取5件产品，试在下列情况下，分别计算被抽取的5件产品中前2件为次品、后3件为正品的概率：

(1) 每抽取1件检验后放回，再抽取下1件(放回抽样)；

(2) 每抽取1件检验后不再放回，然后在余下产品中抽取下1件(不放回抽样).

第三节 条件概率与全概率公式

前面，我们讨论了在随机试验中，某一事件 A 发生的概率 $P(A)$ 的计算问题. 但在实际问题中，有时还要考虑在"事件 B 发生"的前提下事件 A 发生的概率. 一般地说，"事件 A 发生的概率"与"在事件 B 发生的前提下事件 A 发生的概率"，二者未必相同.

一、条件概率

1. 案例引入

案例［奥运食品检验］ 在第29届北京奥运会上，为给运动员提供健康、安全的饮料，奥组委对饮料的供应严把质量关，批批检验. 某日进一批饮料共150件，其中甲厂提供60件，且30件为果味饮品；乙厂提供90件，且有60件为果味饮品. 试讨论下列事件的概率：

(1) 从全部饮料中，任抽一件为果味饮品；

(2) 从甲厂提供的饮料中任抽一件，产品为果味饮品.

分析 设事件 $B=\{$取得甲厂提供的饮料$\}$，事件 $A=\{$取得果味饮品$\}$.

由古典概率的计算公式，我们有如下结论：

(1) 从全部饮料中，任抽一件为果味饮品的概率为：$P(A)=\dfrac{90}{150}=\dfrac{3}{5}$；

(2)"从甲厂提供的饮料中任抽一件，产品为果味饮品"事件是在事件 B 发生的前提下，事件 A 发生的事件，事件 B 发生的前提下事件 A 发生的事件的概率称为事件 A 的条件概率，记为 $P(A|B)$，则 $P(A|B)=\dfrac{30}{60}=\dfrac{1}{2}$.

如果把事件 B 已经发生这个前提作为形成条件概率 $P(A|B)$ 的附加条件，那么，对事件 A 的发生不附加条件的概率 $P(A)$ 称为无条件概率.

我们注意到，在上述案例中，事件 $AB=\{$从全部饮料中任抽一件是甲厂的果味饮品$\}$，则 $P(AB)=\dfrac{30}{150}=\dfrac{1}{5}$，又，$P(B)=\dfrac{60}{150}=\dfrac{2}{5}$，于是