

污水处理系统数学模型

高等学校“十一五”规划教材

市政与环境工程系列·数学应用

陈兆波 陈志强 林海龙 编著
王相晶 主审

哈尔滨工业大学出版社

基金资助:城市水资源与水环境国家重点实验室开放研究基金(QAK200808)

“十一五”国家高技术研究发展计划“863”项目(2007AA06Z348)

高等学校“十一五”规划教材

市政与环境工程系列·数学应用

污水处理系统数学模型

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书是以作者长期从事污水处理数学建模的研究为基础,归纳总结了大量国内外研究成果编写而成。全书共分7章,主要介绍污水生物处理数学模型,包括好氧活性污泥法、好氧生物膜法、厌氧活性污泥法以及人工神经网络建模等内容,较全面地反应了国内外在此领域的研究现状,具有较强的系统性、实用性和可操作性。

本书可供环境工程及相关科研、生产和设计院所工程技术人员参考,也可用作高等学校环境科学与工程专业教材及教师参考书。

图书在版编目(CIP)数据

污水处理系统数学模型/陈兆波,陈志强,林海龙等编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2009.7

ISBN 978-7-5603-2775-4

I.污… II.①陈…②陈 III.污水处理-数学模型 IV.X703

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第176744号

策划编辑 贾学斌

责任编辑 张 瑞

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 19.25 字数 456千字

版 次 2009年7月第1版 2009年7月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-2775-4

定 价 38.00元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

污水生物处理数学模型经过 30 多年的发展已经基本完善,正确应用数学模型可以使运行管理及设计工作更具有科学性、前瞻性和灵活性。在我国,数学模型技术仍停留在学术认知阶段,而国外在设计、模拟和运行控制方面已经得到普遍的认同和广泛的应用,如欧洲和加拿大的一些公司已经开始在污水处理厂的改造中使用基于模型的控制系统进行优化,效益显著。

污水处理数学模型的作用可以归纳为以下几个方面:(1)设计,即通过模拟对新污水处理厂设计的多个方案进行比较。模拟可以为实际污水处理厂的设计提供知识基础。而且,经过长期的模拟与污水处理厂实际运行的对比,模型还可以避免实验室数据与实际污水处理厂数据由于放大效应而产生的差别。(2)过程优化控制,即对能够改进现有污水处理厂的多种操作方案进行评估。优化一般是指在一定的边界条件下对一定的目标函数的优化。在污水处理中,这些目标函数通常是指处理过程的重要经济指标,而边界条件则是对出水污染物浓度的限制。对现有污水处理厂排放要求的提高,或者污水处理厂负荷的重大变化,或者污水处理厂实际操作条件下的出水水质与设计预期不同,则需对污水处理厂进行离线过程优化。在这种情况下,通常采用模拟的方法评估过程措施是否能在污水处理厂现有构型的基础上提高污染物去除效率。如 Copp 开发了基于 ASM1 的基准污水处理厂通过模拟对脱氮污水处理厂的不同控制策略进行评估,并在方案中包括了评估污水处理厂性能的若干标准。污水处理厂是一个复杂的多变量系统,因此过程的动态控制需要实用的多目标优化技术。如 Rauch 和 Harremos 将遗传算法应用到城市污水处理厂控制系统当中,成功的在多种可行的方案中确定了最优控制方案。(3)学习,即通过模拟能够以不同的方式加深用户对流程的认识。这种认识的深化有助于科研人员开发新工艺或者改进现有的工艺,也有利于评估不同操作条件对污水处理厂运行的影响。(4)开发软测量仪表,就是利用易测过程变量,依据这些易测量的过程变量与难以直接测量的待测过程变量之间的数学模型(软测量模型),通过各种数学计算和估计方法,用计算机软件实现待测量过程变量的测量。易测过程变量常称为辅助变量,例如污水处理过程中易获得的 pH 值、温度、DO 等过程参数。待测过程变量常称为主导变量,例如污水处理中的各种组分、浓度等过程参量。软测量模型及相应的计算机软件也被称为软测量器或“软仪表”。软测量器估计值可作为控制系统的被控变量或反映过程特征的工艺参数,为优化控制与决策奠定了基础。(5)故障检测与诊断,就是用解析冗余取代硬件冗余。解析冗余的主要特点是通过构造观测器估计出系统的输出值,随后将它与输出的测量值进行比较,从中获取故障信息。(6)提高科研工作者学术水平,如硕士或博士可在求学阶段进行数学模型研究,一方面提升其毕业论文水平,发表高水平 SCI 和 EI 文章,另一方面,可将其研究成果尽快用于实践。由前述可见,进行污水处理数学模型研究具有重大意义。

本书针对活性污泥法,生物膜法以及厌氧生物处理法等污水处理工艺,总结了国内外

与污水处理有关的数学模型,在研究和实验及实践的基础上对这些模型进行了修正和改进。本书共分为7章,第1章介绍了污水处理的工艺及机理、污水处理数学模型在国内的研究现状以及简介污水处理建模步骤,这一章的主要目的是让读者了解目前国内外污水处理数学模型的发展概况。第2章介绍了活性污泥生物反应动力学,主要包括有机底物去除动力学、硝化反应动力学、生物反硝化动力学、生物除磷动力学。这一章是污水处理传统动力学模型,对读者来说,是最基本的,也是最重要的,更是最容易理解的。第3章介绍了活性污泥法ASM数学模型。在这章汇集了所有专家学者的研究成果。ASM模型是好氧活性污泥法最重要、最通用的模型,会使读者很感兴趣,但是也比较难理解。第4章介绍了生物膜及膜生物反应器系统数学模型,这章主要是针对污水处理另一大方法——生物膜法而编写的。第5章介绍污水厌氧生物处理数学模型。第6章介绍了基于人工神经网络的污水处理过程数学模型。第7章介绍了污水处理仿真软件。

本书由陈兆波、陈志强、郑国香、蔡威撰写。其中第1章、第6章由蔡威编写,第2章由陈志强编写,第3章、第5章由陈兆波编写,第4章、第7章由郑国香、林海龙编写。全书由陈兆波和陈志强共同整理和定稿。本书在编写过程中得到了哈尔滨工业大学任南琪教授、袁一星教授、马放教授、赵庆良教授、王鹏教授、田禹教授、冯玉杰教授、王爱杰教授、李建政教授等人的悉心指导和关注,并提出了宝贵的修改意见,在此向他们表示衷心的感谢。此外,也向本书编写过程中提供宝贵资料的同济大学、重庆大学、清华大学、昆明理工大学、浙江大学等院校及张自杰老师表示衷心的感谢;也向哈尔滨工业大学出版社贾学斌、张瑞编辑所付出的辛勤劳动表示衷心的感谢!

本书旨在让读者全面地了解污水处理数学模型,在编写过程中参阅了大量的有关污水处理数学模型方面的硕士和博士论文,以及国内外近年来发表的相关论文和学术著作,对于丰富本书的内容,扩宽本书的深度和广度起到了很大的作用,在此谨向本书编写过程中参阅的原文作者致以诚挚的谢意!

本书内容丰富,信息量大,叙述详尽,可供环境保护领域的科研人员、工程技术人员和高等院校环境科学与工程专业的硕士研究生和博士研究生参考使用。由于污水处理数学模型的迅速发展,科研成果层出不穷,有关文献浩如烟海,加之作者学识有限,书中难免存在疏漏和不妥之处,恳请读者和相关人士批评指正,不胜感谢!

作者

2008年10月

目 录

第 1 章 污水处理机理和数学模型简介	1
1.1 污水处理机理	1
1.2 污水处理数学模型简介	12
1.3 污水处理建模步骤	26
第 2 章 污水处理静态模型	38
2.1 有机污染物降解动力学模型	38
2.2 微生物增殖动力学模型	40
2.3 完全混合式活性污泥法数学模型	43
2.4 推流式活性污泥法数学模型	45
2.5 活性污泥生物絮体反应数学模型	47
2.6 营养物去除动力学	52
第 3 章 活性污泥数学模型(ASM _s)	59
3.1 活性污泥 1 号模型(ASM1)	59
3.2 活性污泥 2 号模型(ASM2)	98
3.3 活性污泥 3 号模型(ASM3)	126
第 4 章 生物膜及膜生物反应器数学模型	145
4.1 生物膜反应器数学模型	145
4.2 膜生物反应器数学模型	160
第 5 章 污水厌氧生物处理数学模型	175
5.1 厌氧生物处理静态数学模型	175
5.2 厌氧消化过程(ADM)动态数学模型	182
5.3 污水厌氧生物处理数学模型应用实例	211
第 6 章 基于人工神经网络的污水处理过程数学模型	218
6.1 人工神经网络理论	218
6.2 建立人工神经网络模型的技术路线	223
6.3 基于 BP 神经网络的污水处理数学模型	228
6.4 基于 RBF 径向基网络的污水处理过程数学模型	242
6.5 基于 ANFIS 的污水处理过程数学模型	261
第 7 章 污水处理仿真软件	271
7.1 不同使用者对仿真器的需求	271
7.2 仿真程序及仿真模块	272

7.3 仿真器中的数学模型	272
7.4 仿真器特征及选择标准	276
7.5 通用仿真器	285
7.6 常用的污水处理过程仿真软件	290
7.7 污水处理仿真软件的发展方向	297
参考文献	299

第 1 章 污水处理机理和数学模型简介

随着水资源的日益短缺和水环境污染的日益严重,污水处理越来越受到人们的关注。污水处理方法分为活性污泥法和生物膜法两种,其中以活性污泥法应用最为广泛。

1.1 污水处理机理

污水处理主要是利用活性污泥(生物固体)对污水中的污染物质(底物)进行处理,去除污水中呈胶体状态和溶解状态的有机物质。在污水处理中,主要参与污水处理的组分有:一是引起吸附和氧化分解作用的微生物群体,即活性污泥;二是废水中的有机物,它是处理对象,也是微生物的食料;三是溶解氧,没有充足的溶解氧,好氧微生物既不能生存也不能发挥氧化分解作用。当然保证微生物、有机物和溶解氧的充分接触也是系统高效稳定运行的重要条件,一般通过曝气装置来实现。因此,污水处理净化机理有活性污泥吸附有机物、被吸附有机物的氧化和同化作用、活性污泥絮体的沉淀分离、硝化、脱氮和除磷,现分述如下。

1.1.1 微生物的生长

微生物的生长可以分为以下 6 个阶段:

(1) 迟滞阶段:是微生物培养初期由于要适应新的环境,一般并不分裂增殖,但生物体的个体增大,生理活动能力也增强,其生长时间最长,而增长速率等于零。

(2) 加速阶段:随着微生物对环境的适应,细菌开始分裂增殖,此时生长时间缩短,增长速率提高。

(3) 指数阶段:经过加速阶段后微生物开始快速稳定地生长,比增长率最大并且稳定,底物转化速率最大。

(4) 衰减增长阶段:由于底物浓度逐渐下降,以及有毒代谢物的累积量逐渐增加,此时微生物生长时间延长,比增长率下降。

(5) 稳定阶段:营养枯竭,有毒代谢物浓度很高,物质的拥挤程度最大。

(6) 内源呼吸阶段:内源代谢,高死亡率,细胞消散。

污水处理厂运行前期(投泥阶段)生物固体的生长情况一般为前 2 个阶段,运行期的生物固体生长一般处于后 4 个阶段。根据现有的国际上通用的污水中各组分的命名规则有:污水中的非溶解物质一般用符号 X 表示,可溶解物质则用符号 S 表示,对于某一种具体的组分可用脚标加以区别表示,如污水中的生物固体可以表示为 X_B 。

根据微生物生长 6 个阶段的特征显示,微生物在不同的阶段具有不同的比增长速率。Monod 对微生物生长的指数阶段和衰减增长阶段进行了定量描述。他从试验研究中观察到:微生物增长速率(dX/dt),不仅与微生物浓度有关,同时也受某些营养物质浓度的影响。具体的营养物的剩余浓度与微生物比增长率之间的关系,见式(1.1)。

$$\mu = \hat{\mu} \frac{S}{K_s + S} \quad (1.1)$$

式中, μ 为比增长速率, 表示单位微生物的增长速率, 定义为 $\mu = \frac{(dX/dt)_g}{X}$, X 为微生物的浓度; $\hat{\mu}$ 为 μ 在限制增长的底物浓度达到饱和时的最大值, 受温度影响; S 为限制微生物生长的底物浓度; K_s 为饱和常数, 数值上等于 $\mu = \frac{\hat{\mu}}{2}$ 时的底物浓度。

根据式(1.1)可以看出, 只要底物浓度能够保持在给定的常数值, 比增长速率可以为 $0 \sim \hat{\mu}$ 之间的任一数值。任何一个设计成连续培养微生物的系统都满足这个条件, 很多污水生物处理过程就是根据这一特性设计的。

另外, 微生物除增长以外, 还会因为衰减而死亡, 即内源呼吸阶段。根据 Herbert 等式, 微生物内源代谢时的消耗速率与现阶段的微生物量成正比, 也就是

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)_d = bX \quad (1.2)$$

式中, b 为微生物的衰减系数。

微生物的生长可以写成

$$[\text{净增长量}] = [\text{总增长量}] - [\text{内源呼吸消耗的微生物量}] \quad (1.3)$$

用数学表达式表示为

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{dX}{dt}\right)_g - \left(\frac{dX}{dt}\right)_d \quad (1.4)$$

将式(1.1)、式(1.2)代入式(1.4)有

$$\frac{dX}{dt} = \hat{\mu} \frac{S}{K_s + S} X - bX \quad (1.5)$$

1.1.2 有机物的去除

1. 活性污泥对有机物的吸附

吸附是在气液、固液等相界面上, 物质因物理化学作用而被浓缩的现象。活性污泥对有机物的吸附就是有机物在活性污泥表面的浓缩现象。

将废水与活性污泥进行混合曝气, 废水中的有机物就会减少, 被去除。有机物去除量和活性污泥耗氧量随曝气时间的变化如图 1.1 所示。

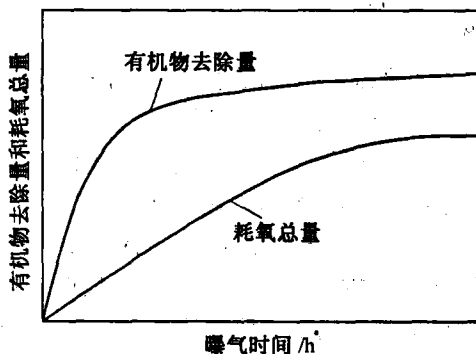


图 1.1 有机物去除量和耗氧总量随曝气时间变化

从图 1.1 可知, 在废水与活性污泥接触的短时间内, 有机物被大量地去除, 这种现象称为初期吸附。被吸附的有机物经水解后, 被微生物摄入体内, 接着被氧化和同化。在初期吸附阶段, 活性污泥的耗氧量与表观有机物的去除量无关, 它与被氧化和同化的量有关。

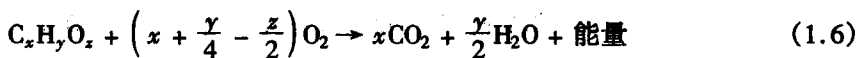
2. 被吸附有机物的氧化和同化作用

以被活性污泥吸附的有机物作为营养源, 经氧化和同化作用后, 被微生物所利用, 表示

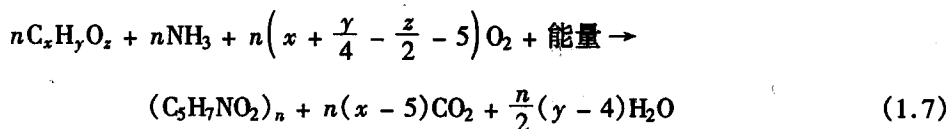
如下

被吸附的有机物 $\begin{cases} \text{氧化分解(产生能量)} \\ \text{同化作用(合成细胞)} \end{cases}$

所谓氧化是指微生物将吸附的有机物进行分解来获得合成细胞和维持其生命活动等所需的能量,这个过程可用下式表示

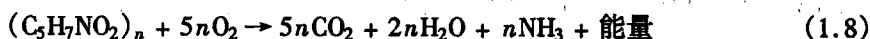


所谓同化是指微生物利用氧化所获得的能量,将有机物合成新的细胞物质。这个过程可用下式表示



式中, $C_xH_yO_z$ 为污水中的有机物; $(C_5H_7NO_2)_n$ 为活性污泥微生物的细胞物质。

所谓内源呼吸过程是指:如果废水中的有机物很少时,活性污泥中的微生物就会氧化体内积蓄的有机物和自身细胞物质来获得维持生命活动所需的能量。这个过程可用下式表示



3. 活性污泥絮体的沉淀分离

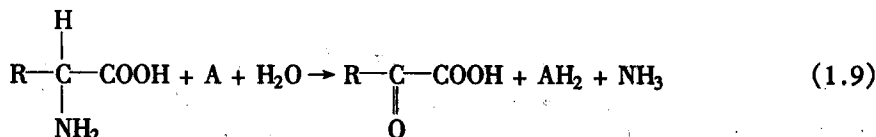
采用活性污泥法处理废水,除应保证活性污泥对有机物的吸附、氧化和同化能顺利地进行外,为了得到澄清的出水,活性污泥还必须具有良好的混凝和沉降性能。

活性污泥的混凝和沉降性能与微生物所处的生长阶段有关。在指数阶段,有机物与微生物之比(称 F/M 比,工程上以 BOD 污泥负荷表示)高,微生物对有机物的去除速度虽然很快,但活性污泥的混凝和沉淀性能较差。随着曝气时间的增长, F/M 比越来越小,当微生物生长接近内源呼吸阶段时,活性污泥的吸附、混凝和沉淀性能都很好。城市污水处理厂广泛采用的普通活性污泥法就是利用微生物生长处于从衰减增长阶段到内源呼吸阶段来处理废水的。在曝气池内活性污泥具有良好的去除有机物的性能。在二沉池内也具有好的沉降性能。

4. 硝化

普通活性污泥法是利用异养菌以有机物为底物处理污水的。活性污泥中还有以氮、硫、铁或其他化合物为底物的自养菌,如硝化菌,它能在绝对好氧条件下,将氨氮氧化为亚硝酸盐,并进一步氧化为硝酸盐,这些反应称硝化反应。参与硝化反应的细菌有 *Nitrosomonas* 等氨化细菌和 *Nitrobacter* 等亚硝酸氧化细菌,这些细菌统称为硝化菌。硝化菌从氧化反应中获得所需能量,而从碱度中获得所需碳源。

城市污水中含氮化合物有氨氮、有机氮、亚硝酸氮和硝酸氮。污水中的有机氮主要来自食物残渣和粪便中蛋白质的分解产物。蛋白质在微生物的参与下被分解,进行脱氨反应,生成氨氮,其反应为

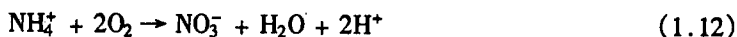
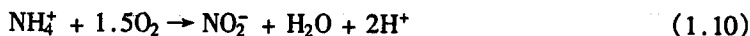


式中, A 为受氢体; R 为不参与反应的部分。

上述反应, 每生成 1 g 氨氮会产生 3.57 g 碱度(以 CaCO_3 计)。

由于硝化菌的增殖速度比活性污泥中的异养菌慢, 因此要将其保留在活性污泥中, 就需要比较长的污泥停留时间(SRT), 另外, 硝化菌的增殖速度还受水温、溶解氧(DO)、pH 值等影响。

氨氧化菌把氨氮氧化为亚硝酸盐, 亚硝酸氧化菌把亚硝酸盐氧化为硝酸盐的硝化反应如下



硝化菌是好氧菌, 将每克氨氮氧化为硝酸盐需要 4.57 g 氧。同时将每克氨氮氧化为硝酸盐需消耗 7.14 g 碱度。

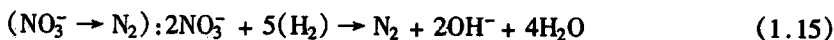
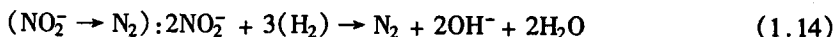
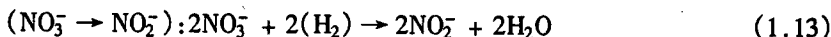
如硝化反应不彻底, 废水经处理后还含有氨氮和硝化菌, 那么在测定 BOD 时, 水中残留的氨氮会被氧化, 结果 BOD 浓度增高。因出水残留氨氮而增加的 BOD 称为 N-BOD, 有别于氧化有机物的 C-BOD。但应指出的是, 有的出水中残留的氨氮浓度很高, 但 N-BOD 并不高, 这是因为活性污泥中硝化菌还很少, 还没有进行硝化反应。

当进水氨氮浓度高且碱度低时, 随着硝化反应的进行而逐渐消耗水中的碱度, 结果出水 pH 值下降, 在这种情况下, 需投加氢氧化钠等碱性物质以提高碱度。

5. 脱氮

活性污泥中有的异养菌, 在没有溶解氧的条件下, 能利用硝酸盐中的氧(结合氧)来氧化分解有机物, 这种细菌从氧的利用形式看是属于兼性厌氧菌。反硝化生物脱氮(简称脱氮)是指兼性厌氧菌利用有机物将亚硝酸盐或硝酸盐还原为氮气的反应, 脱氮菌即为参与反硝化脱氮反应的兼性厌氧菌。

脱氮反应是在没有溶解氧的条件下, 脱氮菌进行呼吸的反应, 其反应为



式中, (H_2) 为氢供体。氢供体由污水中原有的有机物、投加的甲醇等有机物或细菌内贮存物质的分解产物来提供。为使脱氮反应能顺利进行, 要求活性污泥混合液中不存在溶解氧, 但应有足够的有机物。

从以上公式可知, 脱氮反应中, 还原每克硝酸盐生成 3.75 g 碱度, 需要 2.86 g BOD (C-BOD)。

近年来, 利用硝化和反硝化机理开发了多种生物脱氮工艺。前置反硝化生物脱氮法工艺的流程及机理如图 1.2 所示。

6. 除磷

活性污泥中存活着对磷有过剩摄取能力的聚磷菌, 当它处于厌氧状态时, 会将聚积体内的磷以正磷酸形态向混合液中放出, 结果混合液中正磷酸浓度就会逐渐增加。当它处于好氧状态时, 聚磷菌将摄取混合液中的正磷酸, 结果混合液中正磷酸浓度会逐渐减少, 即通常所

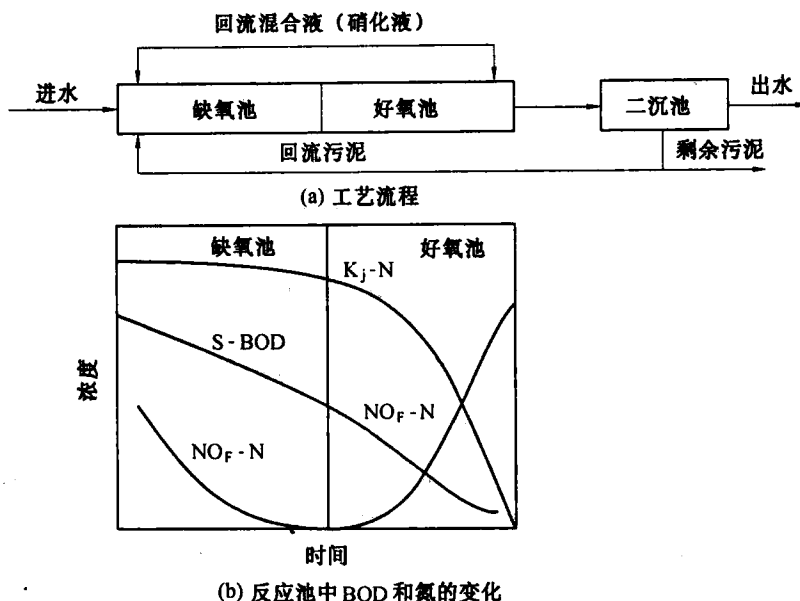


图 1.2 生物脱氮机理示意图

说的好氧吸磷、厌氧放磷。当混合液在二沉池进行固液分离后,可得到磷浓度很低的出水。同时在厌氧条件下,混合液中有有机物浓度逐渐降低,这表明,在厌氧状态下有机物也被微生物所摄取。

厌氧好氧活性污泥法生物除磷的机理如图 1.3 所示。

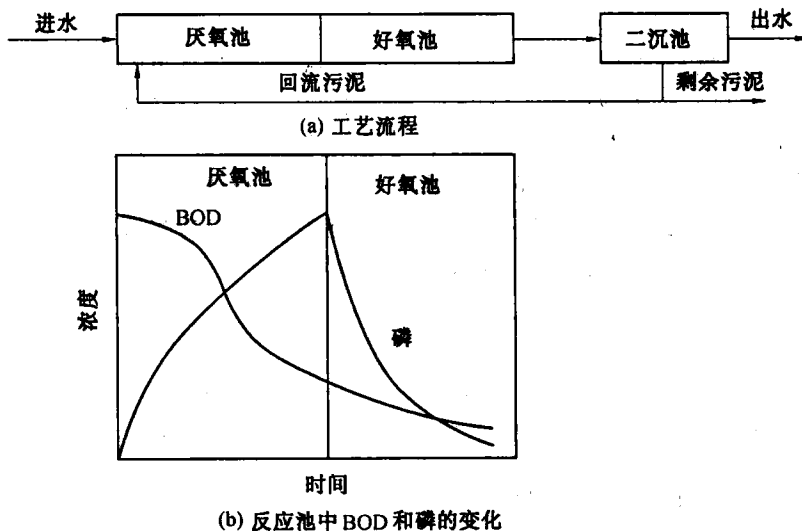


图 1.3 生物除磷机理示意图

生物除磷法就是利用活性污泥中的聚磷菌对磷的过剩摄取去除污水中的磷。厌氧好氧活性污泥法生物除磷要求厌氧池混合液不含溶解氧、亚硝酸盐和硝酸盐,处于绝对厌氧状态。活性污泥反复处于厌氧和好氧的交替状态,会提高其含磷率。由于磷不会以气态挥发,因

此,从二沉池排出剩余污泥的含磷量等于磷的去除量。图 1.4 为活性污泥磷物料平衡图。

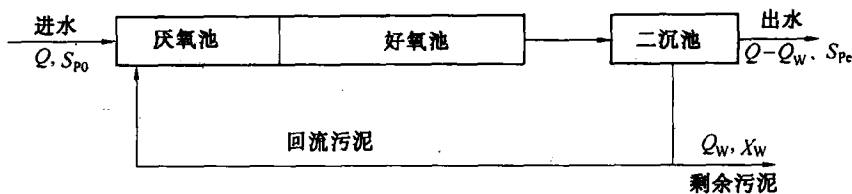


图 1.4 活性污泥磷物料平衡图

活性污泥磷平衡可以用下式表示

$$QS_{P0} = Q_w X_w R_{PW} + (Q - Q_w) S_{Pe} \quad (1.16)$$

或
$$S_{Pe} = \frac{1}{Q - Q_w} (QS_{P0} - Q_w X_w R_{PW}) \quad (1.17)$$

式中, Q 为处理水量; Q_w 为剩余污泥量; S_{P0} 为进水磷质量浓度; S_{Pe} 为出水磷质量浓度; X_w 为剩余污泥 SS 质量浓度; R_{PW} 为剩余污泥 SS 的含磷率。

从上式可知,剩余活性污泥 SS 含磷率越高,则磷的去除率越大。

1.1.3 氧气传递

1. 传质理论

气体通过气液界面的传质问题也就是气体通过界面所受的阻力问题。传质的通量可以通过阻力值由公式计算得到。但由于气液界面附近的区域难于进行观察和做试验,因此可以通过建立数学模型来描述传质过程。虽然目前已提出了多种模型,但常用的有以下 4 种:静止液相膜理论、双膜理论、浅渗理论及界面更新理论。

(1) 静止液相膜理论

微生物在好氧生长过程中需要消耗氧气,而这些氧气通常是由鼓风机将空气从外界向反应器内通入的,这一过程被称为曝气过程。空气中的氧气通过溶解过程进入水中,所以在活性污泥生物处理过程中还涉及气体的传递过程。最简单的气体传递过程可以用静止液相膜理论进行描述。这个理论认为在气、液相界面上存在一个聚集着气体分子的静止液膜,液膜中的气体浓度分布是不均匀的,气体浓度从亨利定律给出的饱和值减少到与液膜界面处的较小值。图 1.5 和图 1.6 为静止液相膜理论的示意图。

应用菲克第一扩散定律有

$$\frac{\partial M}{\partial t} = - D_L A \frac{\partial C}{\partial Y_f} \quad (1.18)$$

式中, $\frac{\partial M}{\partial t}$ 为物质传递速率; D_L 为扩散常数; A 为溶质扩散通过的横截面面积,即气、液相界面的面积; $\frac{\partial C}{\partial Y_f}$ 为浓度梯度,即浓度随距离的变化率。

由于液膜的厚度极小,一般只有几个分子的厚度,因此可以用线性近似法表示微分量 $\frac{\partial C}{\partial Y_f}$, 此时有

$$\frac{\partial C}{\partial Y_f} \approx \frac{C_s - C}{Y_f} \quad (1.19)$$

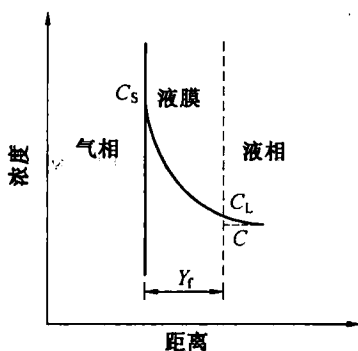


图 1.5 气体通过静止液相膜传递示意图

C_s —亨利定律预测的气体在液体中的饱和浓度值； C —液体中的气体浓度； Y_f —液膜的厚度； C_L —与液体交界处的气体浓度。

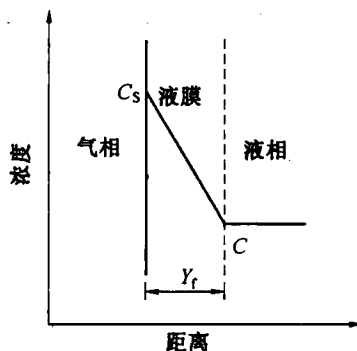


图 1.6 气体通过静止液膜传递的线性近似示意图

将式(1.19)代入式(1.18), 并且两边同时除以液体体积 V , 可以得到: $\frac{1}{V} \frac{\partial M}{\partial t} = -D_L \frac{A}{V} \frac{C_s - C}{Y_f}$, 由于其为一元函数, 偏导可化为导数形式表示, 即

$$\frac{1}{V} \frac{dM}{dt} = -D_L \frac{A}{V} \frac{C_s - C}{Y_f} \quad (1.20)$$

又有 $\frac{1}{V} \frac{dM}{dt} = \frac{dC}{dt}$, 所以式(1.20) 可写为

$$\frac{dC}{dt} = -D_L \frac{A}{V} \frac{C_s - C}{Y_f} \quad (1.21)$$

由于膜的厚度和气液相截面的面积是难以确定的, 因此我们通常进行如下的定义

$$K_L = \frac{D_L}{Y_f} \quad (1.22)$$

$$K_{La} = K_L \frac{A}{V} \quad (1.23)$$

式中, K_L 为气体传递系数; K_{La} 为总的气体传递系数。

将式(1.22)、(1.23) 代入式(1.21) 有

$$\frac{dC}{dt} = -K_{La}(C_s - C) \quad (1.24)$$

又因为在曝气过程中气体浓度是随时间而增加的, 因此方程右边不应该为负值, 应该去掉式(1.24) 右边的负号, 即

$$\frac{dC}{dt} = K_{La}(C_s - C) \quad (1.25)$$

微生物生长过程需要底物和氧气, 一般我们将产率 Y 定义为底物所产生(合成) 的微生物量, 用数学表达式可以表示为

$$Y = \frac{\Delta X}{\Delta S} \quad (1.26)$$

式中, ΔX 为活性微生物的增量; ΔS 为被微生物所利用的底物。

微分形式为

$$Y = \frac{\partial X}{\partial S} \quad (1.27)$$

根据式(1.18)、(1.26) 和(1.27), 我们可以得到微生物生长过程中底物和氧气的生成速率分别为

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{1}{Y} \hat{\mu} \frac{S}{K_s + S} X \quad (1.28)$$

$$\frac{dS_0}{dt} = -\frac{1 - Y\hat{\mu}}{Y} \frac{S}{K_s + S} X \quad (1.29)$$

式中, S_0 为溶解氧质量浓度。

又因为微生物衰减过程中也消耗氧气, 所以总的氧气生成速率可用下式表示

$$\frac{dS_0}{dt} = -\frac{1 - Y\hat{\mu}}{Y} \frac{S}{K_s + S} X - bX \quad (1.30)$$

(2) 双膜理论

1926 年怀特曼(Whitman) 提出了双膜理论。他对气液传质过程做了如下 3 个假设:

- ① 气液界面两边的流体各有一层不动膜;
- ② 在气液界面上气与水立即达到平衡状态;
- ③ 传递物质的分压或浓度分布不随时间变化, 处于稳定状态, 即通过气膜的通量和液膜的通量相等。

双膜理论的传质模型如图 1.7 所示。

在稳定状态下, 单位面积的传质速度即氧的通量可用下式表示

$$J = -D_g \frac{dP}{dz} = -D_L \left(\frac{dC}{dz} \right) = k_g(P_b - P_l) = k_L(C_l - C_b) \quad (1.31)$$

式中, J 为氧的通量; D 为扩散系数; k 为传质系数; C 为物质浓度; P 为分压; z 为距离; 下标 g, L, l, b 分别表示气体、液体、气液界面、主体。

如果气液界面处符合亨利定律, 设与气相主体的分压 P_b 呈平衡时的氧的浓度为 C_s , 与液体主体浓度 C_b 平衡的氧的分压为 P_s , 由 Henry 定律得

$$H(P_b - P_l) = C_s - C_l \quad (1.32)$$

$$H(P_l - P_s) = C_l - C_b \quad (1.33)$$

式中, H 为亨利常数。

将式(1.33)代入式(1.31)得

$$J = \frac{P_b - P_l}{\frac{1}{k_g}} = \frac{C_l - C_b}{\frac{1}{k_L}} = \frac{P_l - P_s}{\frac{1}{Hk_L}} = \frac{C_s - C_l}{\frac{H}{k_g}} = \frac{P_b - P_s}{\frac{1}{k_g} + \frac{1}{Hk_L}} = \frac{C_s - C_b}{\frac{1}{k_L} + \frac{H}{k_g}} =$$

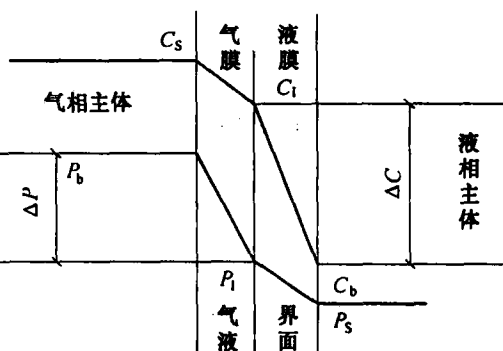


图 1.7 双膜理论传质模型图

$$K_g(P_b - P_s) = K_L(C_s - C_b) \quad (1.34)$$

式中, K_g, K_L 分别表示气膜和液膜的总传质系数(以面积计)。

氧气溶于水时, 由于气膜阻力比液膜阻力小得多, 因此液膜阻力决定氧的传质速度。则式(1.34)可近似表示为

$$J = k_L(C_s - C_b) \approx K_L(C_s - C_b) \quad (1.35)$$

(3) 浅渗理论

浅渗理论是由 Higbie 提出的, 他指出, 在实际的生产过程中气相与液相的接触是短暂的, 由于接触时间很短就不可能达到稳定状态, 这就是该理论的基本点。例如, 气泡在水中上升过程中, 紧挨气泡表面的一层水是不不断地被替换掉的。

浅渗理论同样具有 3 个假设条件:

- ① 气体传递到它所接触的水中的时间极短, 气体扩散进入水的深度必然是很浅的;
- ② 传质过程是不稳定的, 即随时间而变化的, 因此传质通量不是一个恒量;
- ③ 传质阻力主要在水膜内。

与双膜理论假设的传质过程是稳定的不同, 浅渗理论认为气液接触后, 因气液接触时间很短, 浓度分布随时间而变化, 所以物质的传递可看成为在半无限的液膜中的非稳定扩散。

根据 Fick 第二定律, 传质的基本公式, 初始条件及边界条件可用下式表示

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad \begin{cases} t = 0, z > 0, C = C_b \\ t > 0, z = 0, C = C_s \\ t > 0, z = \infty, C = C_b \end{cases} \quad (1.36)$$

这里做变量代换 $C' = C - C_b$, 再将基本公式和边界条件做拉普拉斯变换得

$$sLt(C') = D \frac{\partial^2 Lt(C')}{\partial z^2} \quad (1.37)$$

$$z = 0, Lt(C') = C'/s \quad (1.38)$$

$$z = \infty, Lt(C') = 0$$

在上边的边界条件下, 对式(1.37)求解得

$$Lt\left(\frac{\partial C'}{\partial t}\right) = \frac{C_s - C_b}{s} \exp\left(-z\sqrt{\frac{s}{D}}\right) \quad (1.39)$$

再做拉普拉斯逆变换并整理后得

$$\frac{C - C_b}{C_s - C_b} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right)}{z\sqrt{Dt}} d\left(\frac{z}{z\sqrt{Dt}}\right) \quad (1.40)$$

将式(1.40)微分, 如符合 Fick 第一定律, 则通量为

$$J = -D\left(\frac{\partial C}{\partial z}\right)_{z=0} = \sqrt{\frac{D}{\pi t}}(C_s - C_b) \quad (1.41)$$

式中, $\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{C_s - C_b}{\sqrt{\pi Dt}} \left[-\exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right) \right]$ 。

气液接触后, 在 t_c 时间内平均传质通量可用下式表示

$$\bar{J} = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} J dt = \frac{C_s - C_b}{t_c} \sqrt{\frac{D}{\pi}} \int_0^{t_c} \frac{1}{t^{1/2}} dt = 2\sqrt{\frac{D}{\pi t_c}}(C_s - C_b) \quad (1.42)$$

式(1.36)中的 k_L 与式(1.42)的 $2\sqrt{\frac{P}{\pi t_c}}$ 相应,则

$$k_L \propto 2\sqrt{\frac{D}{\pi t_c}} \quad (1.43)$$

由式(1.43)可知,接触时间 t_c 越短,传质系数 k_L 就越大。对机械曝气来说,一般认为 t_c 是指从形成液体飞沫开始到再次进入池液为止这段时间。而对鼓风曝气来说, t_c 是指从产生气泡开始到在水面破裂为止这段时间。减少接触时间就意味着要增加搅拌量、紊动及动力消耗。

(4) 界面更新理论

浅渗理论认为,由于在传质过程中气体和水的接触界面是不变的,接触时间都是从 $0 \sim \infty$,所以只存在一个扩散深度问题。而界面更新理论认为,由于水膜中的水存在着一种紊动混合状态,因此传质的界面不可能是固定不变的,应由无数的接触时间($0 \sim \infty$)和不同的面积微元组成,这些面积微元在相应的接触时间内所传递的质量总和才是真正的通量。界面更新理论实际上是浅渗理论的一个发展。

在浅渗理论的非稳定扩散的基础上,Danckwerts 的界面更新理论引入紊流下的界面更新率(γ_s)的概念发展起来。

假设在紊流状态下,液面是由无数的面积微元组成的,这些面积微元不断地被新的面积微元所更新。设单位时间内界面更新率和表面龄期分布函数分别为 γ_s 和 $A(t)$ 。设龄期从 $(t - \Delta t)$ 到 t 的 Δt 间隔内的微元为 $A(t)\Delta t$,在此间隔时间内更新的微元面积为 $A(t)\Delta t\gamma_s\Delta t$,没有更新的微元面积为 $A(t)\Delta t(1 - \gamma_s\Delta t)$ 。没有被更新的微元是下一时间从 t 到 $(t + \Delta t)$ 的 Δt 间隔的微元,故得

$$(1 - \gamma_s\Delta t)A(t)\Delta t = A(t + \Delta t)\Delta t \quad (1.44)$$

对上式进行整理,并令 $\Delta t \rightarrow 0$,得

$$\frac{dA(t)}{dt} = -\gamma_s A(t) \quad (1.45)$$

假设龄期是从 $0 \sim \infty$ 分布的,即

$$\int_0^{\infty} A(t)dt = 1 \quad (1.46)$$

如果 γ_s 一定,由式(1.45)、(1.46),可得到龄期分布函数为

$$A(t) = \gamma_s \exp(-\gamma_s t) \quad (1.47)$$

如果将式(1.41)看做微元的通量,则

$$J = (C_s - C_b) \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \gamma_s \exp(-\gamma_s t) dt = (C_s - C_b) \sqrt{D\gamma_s} \quad (1.48)$$

式中, J 为单位面积的氧转移速度。

时间平均通量为

$$\bar{J} = \sqrt{D\gamma_s} (C_s - C_b) \quad (1.49)$$

因此

$$K_L \propto \sqrt{D\gamma_s} \quad (1.50)$$

从上式可知, K_L 与 $\sqrt{\gamma_s}$ 成正比,这表示 K_L 与紊流程度有关。