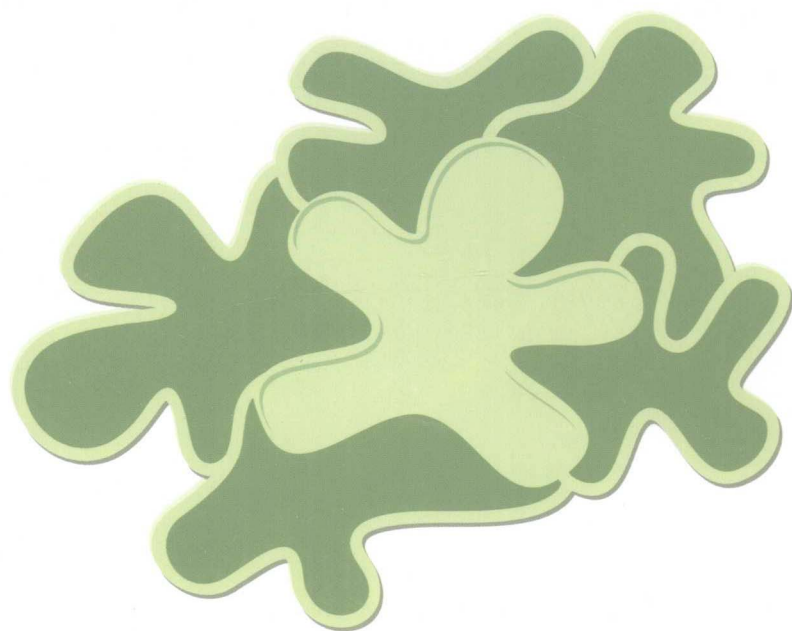


王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊辉



数学 八年级(下)

配湘教版

丛书主编：王后雄

本册主编：张丰收



中国青年出版社

王后雄学案

教材完全解读

数学 八年级(下)

配湘教版

丛书主编：	王后雄	
本册主编：	张丰收	
编委：	陈国庆	谢文
	孙瑾	赵阳春
	张方华	张光军
	殷佑春	卢银森
	陈俊	祝友明
	夏仲文	钟细珍
	易丹	程明
	陶小梅	黄玲



中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读:湘教版.八年级数学.下/王后雄主编.

—2版.—北京:中国青年出版社,2008

ISBN 978-7-5006-6521-2

I.教... II.王... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第177468号

策 划:熊 辉

责任编辑:李 扬

封面设计:蔚 蓝

教材完全解读

数学 八年级(下) 配湘教版

中国青年出版社 出版发行

社址:北京东四12条21号 邮政编码:100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话:(010) 64034328

读者服务热线:(027) 61883306

武汉嘉捷印务有限公司印制 新华书店经销

889 × 1194 1/16 10.75印张 285千字

2008年12月北京第2版 2008年12月湖北第2次印刷

印数:5001—10000册

定价:17.30元

本书如有任何印装质量问题,请与承印厂联系调换

联系电话:(027) 61883355

教材完全解读

本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开,新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求,我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准,让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨,助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点:一是双栏对照,对教材全解全析,在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色;另一个就是注重典型案例学习,突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点,挑战学习的极限,请您在选购和使用本书时,先阅读本书的使用方法图示。

3层完全解读

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点,帮您形成答题要点、解题思维,理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中,是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

对每道题目标明能力层级,用A、B、C表示试题的难度系数,它们依次代表基础题、中难题、难题。

解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时,建议您通过“测试要点”的指向,弄清致错原因,形成正确答案。

1 物质的变化和性质

学习目标·考纲解读

(1)物理变化、化学变化(C.理解);(2)物理性质、化学性质(A.知道);(3)物质变化过程中伴随能量变化(A.知道);(4)运用上述概念解释自然、生活中的一些现象(C.运用)。

1 知识·能力聚焦

1. 物理变化和化学变化

(1)物理变化:物质发生变化的没有生成新物质,这种变化叫做物理变化。如:水蒸发、加碱研碎、蜡烛熔化等。

(2)化学变化:物质发生变化的生成新物质,这种变化叫做化学变化,又叫化学反应。如:石灰石与盐酸反应生成二氧化碳、二氧化碳与水与澄清石灰水反应生成碳酸钙沉淀、还有铁生锈、蜡烛燃烧、食物腐烂、火药爆炸等都是化学变化。

2 方法·技巧平台

3. 判断物理变化和化学变化的方法

(1)化学变化和物理变化的本质区别是有无新的物质生成。因此判断和识别化学变化和物理变化的关键是认真分析变化后有无新的物质生成。

(2)物质性质的识别,关键是看物质的性质是不是只有通过化学变化才能表现出来。如果是,就是化学性质;反之,就不是化学性质,而是物理性质。

(3)区别物质的性质和变化
物质的性质和变化是两个不同的概念。性质是物质的固有属性,而变化是一个过程,是性质的具体表现。

3 创新·思维拓展

5. 文学艺术作品中物理变化和化学变化的描述

有许多诗词和成语描述了物质的物理变化和化学变化,品味这些文学作品对变化的性质作出判断。如:“五更鸡鸣,朝辞白帝,彩云间”是物理变化,“野火烧不尽,春风吹又生”是化学变化。

4 能力·题型设计

下列工艺制作过程中包含了化学变化的是()。

- A. 红纸剪成窗花 B. 黏土烧制成瓷器
C. 冰块制成冰雕 D. 木板制成模型飞机

【解析】古诗词是古人留给我们的宝贵精神财富。

点击考点

测试要点1: 物理变化和化学变化的区别
测试要点2: 物理性质和化学性质的区别
测试要点3: 物理变化和化学变化的联系

名师论析

【考题1】(2007·鄂州市)下列变化中,不属于化学变化的是()。

- A. 蜡烛燃烧 B. 钢铁生锈
C. 冰雪融化 D. 食物腐烂

【解析】是否发生化学变化的准确判断是看“生成新物质”,A、B、D项中所描述物质的变化都生成了新物质,而冰雪融化只是形态变化,没有生成新物质。

【答案】C

【考题4】(2007·南京市中考题)选择“物理变化”“化学变化”“物理性质”和“化学性质”中的合适答案填在相应的空格内。

- (1)在常温时空气是无色无气味的气体:_____
(2)酒精受热变成了酒精蒸气:_____

【解析】(1)描述的是空气的颜色、状态、气味,属于物理性质;(2)酒精由液体变成了气体,状态发生了改变,但无新的物质生成,是物理变化。

【答案】(1)物理性质 (2)物理变化

【考题6】(2007·山东济宁)下列成语所描述的变化与对变化的判断,不符合的是()。

- A. 沙里淘金——物理变化
B. 滴水穿石——物理变化
C. 百炼成钢——化学变化
D. 火树银花——化学变化

【解析】水滴在石头上长年累月日久石头上形成了滴水坑,滴水坑的形成不是简单的物理变化,而是发生了复杂的物理化学变化,故选项D不符合。

【答案】D

下列诗词中不涉及化学变化的是()。

- A. 好雨知时节,当春乃发生
B. 爆竹声中一岁除,春风送暖入屠苏
C. 千锤万凿出深山,烈火焚烧若等闲
D. 春蚕到死丝方尽,蜡炬成灰泪始干

教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

第1单元 走进化学世界 3

单元知识梳理与能力整合

归纳·总结·反思

1. 本单元知识结构

化学的研究对象是物质的

- 组成
- 结构
- 性质——物理性质和化学性质
- 变化规律
 - 物理变化
 - 化学变化

方法·能力整合

1. 实验基本操作技能整合

试臂的握持

(1) 试臂的握持

出镜点：用手一把握成将无名指和小指伸展开；伸直靠上或靠下。

新题型题解

【例1】（高考试题）化学是21世纪最有价值、最富于创造性的中心学科。请你带出一项对当今人类生活产生较大影响的化学研究成果。

【解析】本题是一道开放性试题。

【答案】 不唯一，如：①我国“神舟六号”飞船和变轨无，在轨道上进行了太空，为人类开发利用太空资源增加新成果。

②……

最新3年中考名题题解

中考题型认证

化学实验是获取化学知识学习科学探究的方法和手段，这是本单元的核心观点。中考的主要命题点为：(1) 仪器运用；(2) 实验基本操作规范和方法（见1题）。

3. (2006·厦门) 在点燃蜡烛时，小红发现有一根烛芯沾有食盐的蜡烛比普通蜡烛燃烧的时间长一些。请你与小红一起探究，并回答相关问题。

【提出问题】食盐是否能延长蜡烛的燃烧时间？

【实验探究】

实验名称：探究不同量的食盐对蜡烛燃烧时间的影响。

【解析】 点燃蜡烛是同学们生活中常见的现象，但怎样延长蜡烛的燃烧时间同学们想过但没有探究过的问题，此题提出了一个在生产生活中很有价值的问题。

【答案】 实验结论：①食盐可以延长蜡烛燃烧时间②所加食盐并非越多越好，从本次实验来看，加入0.7g时效果最好

图1-3-16

知识与能力同步测控题

(测试时间：90分钟) 测试满分：100分

一、我会选择(每小题2分，共32分)

1. 化学是一门自然科学，学习化学的一个重要方法是()。

A. 计算 B. 测量 C. 实验 D. 推理

2. 下列仪器中，能用酒精灯火焰直接加热的有()。

①试管 ②集气瓶 ③烧瓶 ④烧杯 ⑤燃烧匙 ⑥石棉网

A. ①③⑥⑦ B. ①②⑤⑦ C. ①③⑤⑥ D. ②③⑤⑥

3. 下列仪器中，能用酒精灯火焰直接加热的有()。

①试管 ②集气瓶 ③烧瓶 ④烧杯 ⑤燃烧匙 ⑥石棉网

A. ①③⑥⑦ B. ①②⑤⑦ C. ①③⑤⑥ D. ②③⑤⑥

答案与提示

第1单元 走进化学世界

1. 物质的变化和性质

1. B (粉末状物质在空气中燃烧，其他性质不好检验)

2. A 3. B

4. C (燃烧是化学变化，其他是物理变化)

5. B (颜色相同，其他性质不好检验)

6. 耐高温，不易氧化，能导电

7. 白色 固体 黑色 固体 白色木材变成黑色的炭

8. 蜡烛燃烧放出热量，蜡烛燃烧发光用于照明(其他合理答案也可)

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识二次提炼与升华，全面提高学习效率。

最新3年中考名题题解

汇集中考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

X导航丛书系列最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解——紧抱中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破——挑战思维的极限



《中考完全学案》



《高考完全学案》

讲 《高考完全解读》 精湛解析——把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试——进入实战的演练

讲 《教材完全解读》 细致讲解——汲取教材的精髓

例 《课标导航基础知识手册》透析题型——掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础——奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“X导航”丛书系列以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

目

录

编者寄语	1
------	---

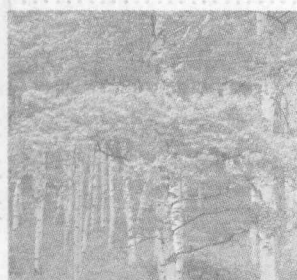
第1章 因式分解

1.1 多项式的因式分解	3
1.2 提公因式法	5
1.3 公式法	8
教材课后习题解答	11
单元知识梳理与能力整合	12
最新3年中考名题詮解	15
知识与能力同步测控题	16



第2章 分式

2.1 分式和它的基本性质	18
2.2 分式的乘除法	23
2.2.1 分式的乘除法	23
2.2.2 分式的乘方	27
2.3 整数指数幂	29
2.4 分式的加减法	32
2.5 分式方程	38
教材课后习题解答	45
单元知识梳理与能力整合	47
最新3年中考名题詮解	51
知识与能力同步测控题	54



第3章 四边形

3.1 平行四边形与中心对称图形	57
3.1.1 平行四边形的性质和中心对称图形	57
3.1.2 中心对称图形(续)	61
3.1.3 平行四边形的判定	67
3.1.4 三角形的中位线	70
3.2 菱形	73
3.3 矩形	78
3.4 正方形	82
3.5 梯形	86
3.6 多边形的内角和与外角和	89
教材课后习题解答	92
单元知识梳理与能力整合	96

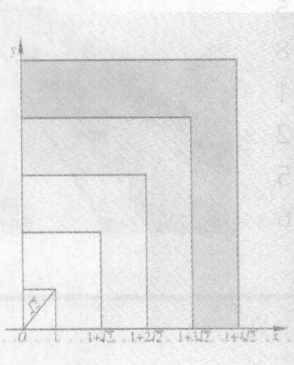


目

录

最新3年中考名题詮解	98
知识与能力同步测控题	100

第4章 二次根式

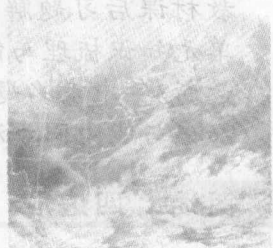


4.1 二次根式和它的化简	103
4.1.1 二次根式	103
4.1.2 二次根式的化简	105
4.2 二次根式的乘、除法	108
4.2.1 二次根式的乘法	108
4.2.2 二次根式的除法	111
4.3 二次根式的加、减法	114
4.3.1 二次根式的加、减法	114
4.3.2 二次根式的混合运算	117

教材课后习题解答	119
单元知识梳理与能力整合	121
最新3年中考名题詮解	123
知识与能力同步测控题	124

第5章 概率的概念

5.1 概率的概念	126
5.2 概率的含义	130
教材课后习题解答	134
单元知识梳理与能力整合	134
最新3年中考名题詮解	136
知识与能力同步测控题	138



期末测试卷	140
-------	-----

答案与提示	142
-------	-----

知识与方法

阅读索引

第1章 因式分解

1.1 多项式的因式分解

1. 定义 3
 2. 因式 3
 3. 公因式 3
 4. 因式分解是多项式的一种变形,就是把多项式转化成乘积的形式,它与整式乘法正好是相反的变化 3
 5. 因式分解的结果必须是几个整式的积的形式,而不是几个整式的积与某项的和差形式 3
 6. 因式分解的结果必须是每一个因式在有理数范围内不能再分解为止 4
 7. 最终分解结果仅相差一个数字因数的,可看作分解结果相同 4
 8. 因式分解和分解因式是同义语,它属于恒等变形,即“形”变而“值”不变 4
- #### 1.2 提公因式法
1. 多项式各项的公因式 5
 2. 提公因式法 5
 3. 利用提公因式法进行多项式的因式分解的一般步骤 5
 4. 提公因式时要提“全”提“净” 5
 5. 注意避免分解因式的漏项问题 6
 6. 提公因式应注意的问题 6
 7. 提公因式法分解因式的关键 6
 8. 提公因式法实质是逆用乘法分配律 6
 9. 灵活运用提公因式法分解因式,可以使一些运算简化 6
- #### 1.3 公式法
1. 把整式相乘的乘法公式反过来,就得到因式分解的两个公式 8
 2. 应注意的问题 8
 3. 运用公式法分解因式 9

第2章 分式

2.1 分式和它的基本性质

1. 分式的基本性质 18
2. 分数的约分 18

3. 多项式的商 18
 4. 分式的性质 18
 5. 分式与分数的区别 18
 6. 分式有意义、无意义或等于零的条件 19
 7. 分数与分式间的联系 19
 8. 分式的概念包括三个方面 20
 9. 分式的符号法则 20
 10. 约分 21
 11. 最简分式 21
- #### 2.2 分式的乘除法
- ##### 2.2.1 分式的乘除法
1. 分式乘分式 23
 2. 分式除以分式 23
 3. 分式与分式相乘 24
 4. 整式和分式相乘 24
 5. 运算 24
 6. 分式运算的结果必须注意的事项 25
 7. 正确进行分式的乘除法运算 25
 8. 分式的约分问题 25
 9. 分式在各方面的应用 25
- ##### 2.2.2 分式的乘方
1. 分式的乘方就是把分子、分母各自乘方 27
 2. 求乘方运算要注意的事项 27
 3. 乘方的运算顺序 27
 4. 在较复杂的运算中,可以根据符号法则,将符号先确定下来 28
 5. 分式的乘除法 28
- #### 2.3 整数指数幂
1. 乘方 29
 2. 几个常见的性质 29
 3. 零指数幂的意义 29
 4. 负整数指数幂的意义 30
 5. 科学记数法的定义 30
 6. 零指数幂与负整数指数幂 30
 7. 零指数与负整数指数幂的条件 30
 8. 科学记数法 30
- #### 2.4 分式的加减法
1. 约分 32
 2. 分式的通分 32
 3. 分式的加减法 32

4. 分式的混合运算 33
 5. 运算结果必须是最简分式 33
 6. 通分的依据 34
 7. 求最简公分母的步骤 34
 8. 通分的步骤 34
 9. 分式的加减法应注意的事项 34
 10. 约分与通分的联系及区别 35
 11. 分式的运算技巧 35
 12. 分式运算应灵活 35
- #### 2.5 分式方程
1. 分式方程的意义 38
 2. 可化为一元一次方程的分式方程的解法 38
 3. 列分式方程解应用题的一般步骤 39
 4. 列分式方程解应用题的两步检验 39
 5. 解分式方程为什么要验根 39
 6. 分式方程的无解与分式方程的增根的联系及区别 40
 7. 列方程(组)解应用题的关键 41
 8. 几种典型问题的各量之间的关系 41
 9. 解分式方程是方程知识与分式的有机结合 42
 10. 如何解分式方程组 42

第3章 四边形

3.1 平行四边形与中心对称图形

- ##### 3.1.1 平行四边形的性质和中心对称图形
1. 平行四边形的定义 57
 2. 平行四边形的表示方法 57
 3. 平行四边形的性质 57
 4. 两条平行线间的距离 57
 5. 平行四边形的面积 57
 6. 平行四边形定义的作用 58
 7. 利用平行四边形的性质可解决相关问题 58
 8. 学习本节的最终目标 58
- ##### 3.1.2 中心对称图形(续)
1. 中心对称 61
 2. 中心对称的性质 61
 3. 中心对称图形 61
 4. 常见的中心对称图形 62

5. 中心对称的特征	62
6. 中心对称和中心对称图形的区别	63
7. 利用中心对称和旋转解题	64
8. 对称的应用	64
3.1.3 平行四边形的判定	
1. 平行四边形的判定一	67
2. 平行四边形的判定二	67
3. 平行四边形的判定三	67
4. 平行四边形的判定四	67
5. 平行四边形判定方法的选择	68
6. 平行四边形知识的运用	68
7. 平行四边形的判定方法	68
8. 技巧与规律	68
3.1.4 三角形的中位线	
1. 三角形中位线定义	70
2. 三角形中位线定理	70
3. 三角形中位线定理的作用	70
4. 三角形中位线的判定	70
5. 符号语言	70
6. 三角形中位线定理的证明	71
7. 任一个三角形的三条中位线都有以下结论	71
8. 学习三角形、梯形的中位线时,应注意以下两点	72
9. 中位线在解题中的作用	72
3.2 菱形	
1. 菱形的定义	73
2. 菱形的性质一	73
3. 菱形的性质二	73
4. 菱形的面积	74
5. 菱形的判定一	74
6. 菱形的判定二	74
7. 菱形的性质及判定方法的作用	75
8. 性质与判定的对照	75
9. 小结	75
3.3 矩形	
1. 矩形的定义	78
2. 矩形的性质	78
3. 矩形的判定方法	78
4. 直角三角形的一条重要性	79
5. 矩形的面积公式	79

6. 知识结构	79
7. 方法与规律	79
8. 其他问题	79
3.4 正方形	
1. 正方形的定义	82
2. 正方形的性质	82
3. 正方形的判定	83
4. 正方形与平行四边形、矩形、菱形的关系	83
5. 正方形的周长与面积	83
6. 正方形与平行四边形、矩形、菱形的性质和判定方法的比较	83
3.5 梯形	
1. 梯形的定义	86
2. 等腰梯形和直角梯形	86
3. 等腰梯形的性质	86
4. 等腰梯形的判定	86
5. 梯形的结构特征	86
6. 梯形的分类	87
7. 等腰梯形性质及判定方法的作用	87
8. 梯形的中位线	87
9. 解决梯形问题的基本思路	87
10. 梯形的面积	87
3.6 多边形的内角和与外角和	
1. 多边形的有关概念	89
2. 多边形的内角和与外角和定理	90
3. 凸多边形和正多边形	91
4. 瓷砖铺设的条件	91

第4章 二次根式

4.1 二次根式和它的化简	
4.1.1 二次根式	
1. 二次根式的概念	103
2. 二次根式中被开方数所含字母的取值范围	103
3. 两个重要的公式	103
4. 非负数及非负数性质	104
5. 二次根式的应用	104
4.1.2 二次根式的化简	
1. 积的算术平方根的性质	105
2. 商的算术平方根的性质	105
3. 最简二次根式的定义	106
4. 关于 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)应注意的几点	106
5. 对最简二次根式定义的理解	

解	106
6. 怎样化二次根式为最简二次根式	107
4.2 二次根式的乘、除法	
4.2.1 二次根式的乘法	
1. 二次根式的乘法	108
2. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 的逆用	108
3. 多个二次根式之和(差)的积的运算	108
4. 比较无理数的大小	109
5. 二次根式乘法的应用	109
4.2.2 二次根式的除法	
1. 二次根式的除法	111
2. 商的算术平方根的性质	111
3. 最简二次根式	111
4. 二次根式的除法技巧	112
5. 化二次根式为最简二次根式的方法	112
6. 二次根式化成“最简”的六字口诀	112
4.3 二次根式的加、减法	
4.3.1 二次根式的加、减法	
1. 二次根式的加法法则和减法法则	114
2. 二次根式的加减法步骤	114
3. 二次根式的分母有理化	114
4. 二次根式的加减的应用	115
4.3.2 二次根式的混合运算	
1. 二次根式的混合运算	117
2. 二次根式的混合运算的技巧	117
3. 二次根式的特殊计算	118

第5章 概率的概念

5.1 概率的概念	
1. 随机事件(random event)	126
2. 概率	126
3. 区分随机事件、必然事件和不可能事件	127
4. 事件与可能性大小的关系	127
5. 随机事件的可能性	127
6. 事件的划分	128
5.2 概率的含义	
1. 概率的含义	130
2. 用列表法求概率	130
3. 用树形图法求概率	131
4. 用模拟实验的频率估计随机事件发生的概率	131

编者寄语

——怎样学好湘教八年级数学(下)

八年级数学(下)包括因式分解、分式、四边形、二次根式及概率的概念,这些内容都是初中数学的重要知识,同学们在学习中一定遇到了很多困难吧,在这里,我介绍几种学习方法。

一、用类比的思想学习数学。

如学习分式时我们应该同学习分数结合起来,通过类比的方法学习。即,通过分数的定义、性质、运算来思考分式的定义、性质、运算,比较它们之间的相同点及不同点,弄清楚它们的不同点就学会了新的知识。同学们在学习上要养成这个良好的学习习惯,学习起来就会举一反三、触类旁通。

二、用分类的思想学好数学。

四边形这一章的内容比较复杂,知识点比较多,而且容易混淆。在学习时,同学们应该注重对它们进行分类,对五种特殊的四边形(平行四边形、菱形、矩形、正方形、梯形)的性质和判定进行逐一分类,了如指掌,尤其是对它们的性质、判定的证明过程要熟悉,因为很多证明题的思路与此有密切的联系。还有在学习上要仔细、深入,如果提到这五种四边形的角,我们就应该知道它们的性质之间的区别和联系,对它们的边和对角线的学习也是如此。

三、运用转化的思想学习数学。

二次根式的运算是初中生学习的一个难点,学习这个内容,同学们经常爱出现错误。怎样才能学好这个内容呢?我们可用转化的方法来学习,如在学习二次根式的加减法运算时,我们就把它转化为多项式的加减法运算,把合并同类二次根式转化为合并同类项;在学习二次根式的乘法时,我们就把它转化为多项式乘以单项式或多项式乘以多项式,用整式的乘法法则转化为二次根式的乘法运算,像这样学习我们就会觉得轻松、快乐、简单。

四、牢记概念、理解概念。

概念是学习新知识的第一关,因为它是构建新知识的网络和体系,因此,同学们要高度重视概念的学习,对于概念我们要熟练、记牢,要透彻地理解,更要灵活地运用,不要读死书。

同学们在学习中还可能遇到其他的问题,如听懂了课,会做作业但不会考试,又如老师讲的内容太多,还没完全搞清楚等问题。这本《教材完全解读》就能帮助你解决这些问题。这本书有如下几个特点:

1. 对书中的概念进行了归纳、讲解、剖析,并对知识进行了升华,它的思路与老师讲课的思路基本一致,这本书可以称为学生的读书笔记。
2. 针对概念,配备了相应的例题和习题,配备这些例题和习题的目的是帮助同学们进一步熟悉、理解概念,而最终达到提高学生的解题能力的目的。
3. 每一章的后面对知识进行再提炼,并选择典型的关键的专题和中考热门题进行讲解,这些题目有传统的优秀题,有体现素质要求的中考题,它的重要目的在于拓宽学生的视野,全方位提高学生的能力。

我相信,同学们掌握了上述的数学学习方法,有《完全解读》对你的大力帮助,大家的数学成绩一定有一个大幅度的提高。

希望同学们热爱数学!

顺祝同学们学习进步。

第1章 因式分解

课标单元知识

◆ 1. 教材知识解读 ◆

本章内容主要包括多项式因式分解的意义及有关概念,多项式因式分解的两种主要方法是提公因式法和公式法.多项式的因式分解是把一个多项式表示成若干个起着“基本建筑块”作用的多项式的乘积的形式,这为解决许多问题架起了桥梁.多项式因式分解是初中阶段以及在以后学习中经常用到的重要内容和基本方法.

本章内容一方面紧密配合了前面学过的整式乘法中的有关内容,另一方面直接为学习分式的约分、解一元二次方程、解一元二次不等式打下了必要的基础.

本章重点:因式分解的两种基本方法.

难点:综合运用提公因式法、公式法因式分解,体会因式分解的作用.

◆ 2. 考试说明要求 ◆

(1)了解因式分解的意义以及它与整式乘法的关系,感受因式分解在解决相关问题中的巨大作用.

(2)通过观察、类比、归纳、总结、反思的过程,理解并掌握因式分解的两种方法——提公因式法、运用公式法.

(3)在本章的学习中要注意因式分解是整式乘法的逆变形,二者不能混淆.学习中要紧紧抓住这一关键,采用对比的方法,从多项式乘法出发,根据相等关系,得出因式分解的公式和方法.

(4)注意提公因式法和公式法的灵活运用,因式分解

是多项式的恒等变形,但并非所有的多项式都能因式分解.

(5)在提公因式法中,首先要找出公因式,提出公因式后,括号内的项数应与原多项式的项数相等.

(6)在公式法中,注意平方差公式和完全平方公式在应用中的区别,公式中的字母 a 、 b ,即可以用数或字母代替,也可以用单项式或多项式代替.

(7)因式分解要分解彻底,直至分解到每个因式都不能再分解为止.

◆ 3. 学习方法导航 ◆

(1)在本章的学习中要注意因式分解是整式乘法的逆变形,二者不能混淆.学习中要紧紧抓住这一关键,采用对比的方法,从多项式乘法出发,根据相等关系,得出因式分解的公式和方法.

(2)在提公因式法中,首先要找出公因式,提出公因式后,括号内的项数应与原多项式的项数相同.

(3)在公式法中,要掌握平方差公式和完全平方公式.在应用公式时要注意,公式中的字母 a 、 b ,既可以用数或字母代替,也可以用单项式或多项式代替.

(4)因式分解要分解彻底,直至分解到每个因式都不能再分解为止.

中考命题趋向

因式分解在以往的中考中,以填空题或选择题的形式出现,但近几年全国的中考试卷中,在逐渐消失.而因式分解作为解决综合题,常常以应用题的形式出现.

1.1 多项式的因式分解

学习目标·考纲解读

- (1) 能理解因式分解的意义。(A. 知道)
- (2) 注意因式分解的对象是多项式, 分解的结果用整式乘积的形式表示。(B. 理解)
- (3) 在学习过程中培养观察能力和探究能力。(C. 应用)

1 知识·能力聚焦

1. 定义

把一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种变形叫作把这个多项式分解因式, 也叫作把这个多项式因式分解 (factoring).

2 方法·技巧平台

2. 因式

几个整式相乘, 每个整式叫作它们的积的因式. 例如 $(x+2)(x-3)=x^2-x-6$ 中, $x+2$ 和 $x-3$ 就是 x^2-x-6 的因式.

3. 公因式

几个整式公有的因式, 即为这几个整式的公因式. 或者说, 如果一个整式能同时整除几个整式, 那么这个整式即为这几个整式的公因式. 如 ma 、 $-mb$ 、 mc 三个整式中都有因式 m , 则 m 是这三个整式的公因式.

4. 因式分解是多项式的一种变形, 就是把多项式转化成乘积的形式, 它与整式乘法正好是相反的变形

$$\text{如 } (x+y)(x-y) \xrightarrow{\text{多项式乘法}} x^2-y^2 \xrightarrow{\text{多项式的因式分解}} (x+y)(x-y)$$

从上图可以看出, 整式乘积和与之对应的多项式保持相等关系, 但方向不同, 意义就不一样. 但不能说因式分解是整式乘法的逆运算, 因为整式乘法的逆运算是整式的除法.

3 创新·思维拓展

5. 因式分解的结果必须是几个整式的积的形式, 而不是几个整式的积与某项的和差形式

如 $(3x^2+6xy-12x)=3x(x+2y-4)$, $m^2+8m-9=(m-1)(m+9)$ 都是因式分解; 而 $x^2-y^2=(x+y)^2 \cdot \frac{x-y}{x+y}$, $x^2-4+3x=(x+2)(x-2)+3x$, 虽然每个式子左右两边相等, 但不符合因式分解的要求.

名师诠释

[考题 1] 下列各式从左到右边的变形中, 是因式分解的有().

- ① $24x^2y=4x \cdot 6xy$; ② $(x+5)(x-5)=x^2-25$; ③ $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$; ④ $9x^2-6x+1=3x(3x-2)+1$; ⑤ $\frac{1}{3}ax+\frac{1}{3}bx=\frac{1}{3}x(a+b)$; ⑥ $x^2+1=x\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

[解析] 根据因式分解的两点说明, ①式左边是单项式, 不是多项式; ②式的变形是整式乘法; ④式右边仍是和的形式, 而不是积的形式; ⑥式右边 $x+\frac{1}{x}$ 不是整式, 所以, 上面的变形中, 只有 ③⑤ 是因式分解.

[答案] B

[点评] 判断一个多项式的恒等变形是不是因式分解一定要紧扣定义, 分解的对象必须是多项式, 结果必须是几个整式乘积的形式.

[考题 2] 当 $a=\frac{16}{33}$, $b=\frac{17}{33}$ 时, 求代数式 a^2+ab 的值.

[解析] 由 $a(a+b)=a^2+ab$ 可得 a^2+ab 因式分解结果为 $a(a+b)$, 观察可发现 $a+b=\frac{16}{33}+\frac{17}{33}=1$, 代入计算, 方法简便.

[答案] $a^2+ab=a(a+b)=\frac{16}{33} \times \left(\frac{16}{33}+\frac{17}{33}\right)=\frac{16}{33} \times 1=\frac{16}{33}$.

[点评] 求代数式值的问题, 如果能利用因式分解就要利用因式分解, 这样可以使计算简便.

[考题 3] $81^7-27^9-9^{13}$ 能被 45 整除吗? 为什么?

[解析] 若原式能被 45 整除, 那么其结果应含因式 45. 仔细观察 81 、 27 、 9 都是 3 的乘方, $81^7=(3^4)^7=3^{28}$, $(27)^9=(3^3)^9=3^{27}$, $9^{13}=(3^2)^{13}=3^{26}$.

[答案] $81^7-27^9-9^{13}=3^{28}-3^{27}-3^{26}=3^{26} \times (3^2-3-1)=3^{26} \times 5=3^{24} \times 3^2 \times 5=3^{24} \times 45$. 所以 $81^7-27^9-9^{13}$ 能被 45 整除.

[点评] 当遇到判断某一代数式能否被某数整除时, 考虑因式分解是一种常见的方法.

[考题 4] 分解因式 x^3-x , 结果为().

- A. $x(x^2-1)$ B. $x(x-1)^2$
C. $x(x+1)^2$ D. $x(x+1)(x-1)$

(2006·湖南衡阳)

[答案] D

[点评] 根据整式乘法运算, $x(x+1)(x-1)=x^3-x$, 故选 D.

6. 因式分解的结果必须是每一个因式在有理数范围内不能再分解为止

- 如: (1) $m^5 - m = m(m^4 - 1)$;
 (2) $m^5 - m = m(m^2 + 1)(m^2 - 1)$;
 (3) $m^5 - m = m(m - 1)(m + 1)(m^2 + 1)$.

应用整式乘法公式检查(1)、(2)、(3)均成立,但(3)才是把多项式 $m^5 - m$ 分解因式的结果.

7. 最终分解结果仅相差一个数字因数的,可看作分解结果相同

- 如: (1) $4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$;
 (2) $4x^2 - 1 = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

由此可知,因式分解结果唯一,对例子中 $4x^2 - 1$ 的分解因式习惯上写成(1)的形式.

8. 因式分解和分解因式是同义语,它属于恒等变形,即“形”变而“值”不变

[考题5] 若 $x^2 + mx - 15 = (x + 3)(x + n)$, 求 m, n 的值.

[答案] 因为 $x^2 + mx - 15 = (x + 3)(x + n)$, 所以 $x^2 + mx - 15 = x^2 + (3 + n)x + 3n$.

所以 $\begin{cases} m = 3 + n, \\ 3n = -15. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m = -2, \\ n = -5. \end{cases}$ 所以 $m = -2, n = -5$.

[点评] 本题综合考查了二元一次方程组的解法、整式的运算等知识,利用因式分解和整式乘法的关系,将右边展开,根据同次项系数相等可得关于 m, n 的方程组.

[考题6] 若 $a^2 + a = 0$, 则 $2a^2 + 2a + 2007$ 的值为_____. (2007·河北)

[解析] 本题可以从已知求出 a 的值,然后代入所求式,也可以将所求式转化为含 $a^2 + a$ 的式子,然后将 $a^2 + a$ 的值整体代入,显然后者更方便些.

$$2a^2 + 2a + 2007 = 2(a^2 + a) + 2007 = 2 \times 0 + 2007 = 2007.$$

[答案] 2007

[点评] 考查了将多项式部分因式分解和整体代入的思想.

4 能力·题型设计

1A 下列由左到右的变形是因式分解的是 ().

- A. $(x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$
 B. $x^3 + x^2 - 1 = x^2(x + 1) - 1$
 C. $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$
 D. $a - 1 = a\left(1 - \frac{1}{a}\right)$

2A 若 a 的值使得 $x^2 + 4x + a = (x + 2)^2 - 1$ 成立,则 a 的值为 ().

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

3A $(2x + a)(2x - a)$ 是多项式_____因式分解的结果. ()

- A. $4x^2 + a^2$ B. $4x^2 - a^2$
 C. $-4x^2 + a^2$ D. $-4x^2 - a^2$

4A $2006^2 + 2006$ 不能被 () 整除.

- A. 3 B. 2006 C. 2007 D. 2008

5B $ax - ay = a$ _____.

6B 若 $x^2 - mx - 18 = (x - 3)(x + 6)$, 则 m 的值为_____.

7A 已知: $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$, $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$, $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$, 则 $4 - x^2 =$ _____, $4x - x^2 - 4 =$ _____.

8B 观察: $11 - 2 = 3^2$, $1111 - 22 = 33^2$, $111111 - 222 = 333^2$, 则 $111111111 - 2222 =$ _____.

9B 若 $x^2 + 6x + a = (x + 3)^2$, 求 a 的值.

10A 用线段把左右两列相等的式子连起来.

- ① $a^2 - 9$ A. $(x - 5)(x + 2)$
 ② $x^2 - 8x + 16$ B. $(2x - y)(2x + y)$
 ③ $4x^2 - y^2$ C. $(a - 3)(a + 3)$
 ④ $x^2 - 3x - 10$ D. $(x - 4)^2$

11B 观察下列各式: $\frac{2}{1} + 2 = \frac{2}{1} \times 2$, $\frac{3}{2} + 3 =$

$$\frac{3}{2} \times 3; \frac{4}{3} + 4 = \frac{4}{3} \times 4; \dots$$

点击考点

测试要点1

测试要点1.4

测试要点1.6.8

测试要点1.4

测试要点2.4

测试要点1.2.5

测试要点1.3

测试要点7.8

测试要点1.3

测试要点1.4

测试要点2.3

测试要点6.7.8

测试要点8

测试要点1.5.8

测试要点1.4

测试要点1.4.7

测试要点1.4.7

测试要点1.6.8

测试要点6.7

(1) 请你写出第四个式子.

(2) 请你用一个含正整数 n 的式子表示上述规律.

12B 多项式 $x^2 + px + 12$ 可以分解为两个一次因式的积,求满足条件的整数 p 的值. (写出一个即可)

13A 计算: $(3x + 2)(x - 1)$, 然后因式分解 $3x^2 - x - 2$.

(1) 若 $3x^2 - mx + n = (3x + 2)(x - 1)$, 求 m, n 的值.

(2) 若 $3x^2 - x - 2 = (mx + n)(x - 1)$, 求 m, n 的值.

14B 已知 $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, 求 $1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ 的值.

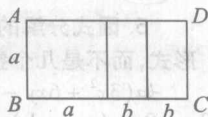
15B 有一个养鱼池是由三个宽都是 2.36 米的长方形小鱼池组成,若这三个小鱼池的长分别为 13.25 米, 13.46 米, 13.29 米, 试求该鱼池的面积是多少平方米?

16B 某高速公路全长约 1500 千米,初二学生组成的优秀学生旅游团第一天行了全程的 56%, 第二天行了全程的 34%, 问两天共行了约多少千米?

17B 已知一个长方形的面积为 $5a + 5b$, 且长方形的一边长为 5, 求该长方形的另一边长.

18B 若 $x^2 + ax - 6a$ 可因式分解为 $(x - 2)(x + b)$, 求 a, b 的值.

19B 如图 1-1-1 所示, 由一个边长为 a 的小正方形与两个长、宽分别为 a, b 的小长方形组成 图 1-1-1 图形 ABCD, 则整个图形可表达出一些有关多项式因式分解的等式, 请你写出其中的任意两个等式.



1.2 提公因式法

学习目标·考纲解读

- (1)了解公因式的概念.(A.了解)
- (2)掌握确定几个多项式的公因式的方法(在现代数学文献中,把单项式看成只有一项的多项式).(B.理解)
- (3)能熟练掌握提取公因式的方法.(C.应用)

1 知识·能力聚焦

1. 多项式各项的公因式

多项式 $ma+mb+mc$, 各项都含有一个公共的因式 m , 这时我们把因式 m 叫作这个多项式各项的公因式.

(1)正确找出多项式各项的公因式是提公因式法的关键,找多项式各项公因式的方法是:①公因式的系数是多项式各项系数的最大公约数;②字母取多项式各项中都含有的相同的字母;③相同字母的指数取该字母在各项中指数最小的那一个.例如:多项式 $8a^3b^2c-12ab^2c^2+4a^2b^3c^3d$ 各项系数的最大公约数是4,各项都含有的相同字母是 a, b, c , a 的指数最小的是1, b 的指数最小的是2, c 的指数最小的是1,因此各项的公因式是 $4ab^2c$.

(2)多项式各项的公因式可以是单项式,也可以是多项式.例如:多项式 $6m(p-3)-5n(p-3)$ 各项的公因式是 $p-3$,它是一个多项式.又如:多项式 $x(a+b)^2-y(a+b)^2+z(a+b)^3$ 各项的公因式是 $(a+b)^2$.

2. 提公因式法

多项式 $ma+mb+mc$ 各项都含有公因式 m , 可以把公因式 m 提到括号外面,将多项式 $ma+mb+mc$ 写成因式 m 与 $a+b+c$ 乘积的形式,这种分解因式的方法叫作提公因式法.

2 方法·技巧平台

3. 利用提公因式法进行多项式的因式分解的

一般步骤

第一步找出多项式各项的公因式,第二步提出多项式各项的公因式.其关键是正确找出各项的公因式,当一个多项式各项的公因式正确找出后,需要提公因式,此时可以直接观察出提出公因式后剩下的另一个因式;也可以用原多项式去除以公因式,所得的商即为提出公因式后剩下的另一个因式.如分解因式 $9x^3y-12x^2y^2+18x^2y^3z$, 公因式为 $3x^2y$, 则 $(9x^3y-12x^2y^2+18x^2y^3z) \div 3x^2y = 3x-4y+6y^2z$, 所以有 $9x^3y-12x^2y^2+18x^2y^3z = 3x^2y(3x-4y+6y^2z)$.

4. 提公因式时要提“全”提“净”

当一个多项式提出公因式后,剩下的另一个因式

名师诠释

【考题1】 多项式 $2a^2bc+8a^3b$ 的公因式是_____.

【解析】 多项式 $2a^2bc+8a^3b$ 中的第一项 $2a^2bc=2a^2b \cdot c$, 第二项 $8a^3b=2a^2b \cdot 4a$, 这两项中都含有因式 $2a^2b$, 所以 $2a^2b$ 就是这个多项式的公因式.

【答案】 $2a^2b$

【点评】 公因式是多项式中的每一项都含有的相同因式,对于整数系数应该取最大公因数;对于字母应该取各项相同字母且相同字母指数最低的.

【考题2】 试确定下列多项式的公因式.

- (1) x^2-25x^2y ; (2) $3a^3b+12a^2b-9a^4b^2$;
(3) $m(x+4y)^2+2mn(4y+x)-m^2(x+4y)$.

【解析】 (1)中各项相同字母是 x , 最低次幂 x^2 , 所以公因式是 x^2 .

(2)中各项系数的最大公约数是3, 相同字母是 a, b , 取其最低次幂的积 a^2b , 所以公因式是 $3a^2b$.

(3)中的公因式由单项式 m 和多项式 $x+4y$ 的乘积构成, 不能漏掉其中的任何一个, 这里把 $x+4y$ 看作一个整体.

【答案】 (1) x^2 (2) $3a^2b$ (3) $m(x+4y)$

【点评】 确定公因式时,应从系数和因式这两个方面考虑:

(1)对于系数:①如果各项系数都是整数,取各项系数的最大公因数作为公因式的系数.②如果各项系数中有分数时,则公因式的系数为分数,分母取各项系数分母的最小公倍数,分子取各项系数分子的最大公因数.

(2)对于因式:①取各项相同字母并且各相同字母的指数取次数最低的.②也可以取各项相同的因式,并且相同因式的指数取次数最低的.

公因式可以是单项式也可以是多项式.

公因式的系数的“+”“-”,一般由首项来决定.

【考题3】 在物理电学中,求串联电路的总电压公式时,有公式 $U=IR_1+IR_2+IR_3$, 当 $R_1=19.7, R_2=32.4, R_3=35.9, I=2.5$ 时,求电压 U 的值.

【解析】 先利用提公因式法将公式的右边进行因式分解,然后代入求值.

【答案】 $U=IR_1+IR_2+IR_3=I(R_1+R_2+R_3)$.

当 $R_1=19.7, R_2=32.4, R_3=35.9, I=2.5$ 时,
 $U=2.5 \times (19.7+32.4+35.9) = 2.5 \times 88 = 220$.

中应该再也不能提出公因式了,否则,就是在找出多项式各项的公因式时没有找正确.

5. 注意避免分解因式的漏项问题

一般提出公因式后,括号里的多项式项数应与原多项式的项数一致,如 $4x^2 + 6xy + 2x = 2x(2x + 3y + 1)$,不要写成 $4x^2 + 6xy + 2x = 2x(2x + 3y)$,而漏掉“1”.

6. 提公因式应注意的问题

(1) 在把含有字母的式子作为公因式提出来时,要特别注意统一字母的排列顺序

如: $m(a-b) + n(b-a) = m(a-b) - n(a-b) = (a-b)(m-n)$.

(2) 如果多项式的首项系数是负数,一般应先提出“-”,使括号内的第一项系数是正数,然后再对括号内的多项式进行提公因式

如: $-12a^2b - 16ab^2 = -(12a^2b + 16ab^2) = -4ab(3a + 4b)$.

3 创新·思维拓展

7. 提公因式法分解因式的关键

做好提公因式法分解因式前的准备工作是正确运用提公因式法分解因式的关键

提公因式法是因式分解的最基本的方法,是今后学习因式分解其他方法的基础,也是我们进行因式分解时首先考虑使用的方法,只有当多项式不能使用提公因式法时,才考虑使用其他方法或将其他方法与提公因式法进行综合运用,这些将在后面进一步讨论.运用提公因式法进行因式分解时,首先要做的准备工作就是要观察所给多项式的各项是否有公因式.一是看各项系数是否含有不为1的最大公约数;二是看各项是否含有相同字母;三是看各项是否含有由相同字母而组成的相同或不同的式子,从而明确所给多项式各项的公因式.特别是把含有相同字母的式子作为公因式提出时要注意字母顺序及符号上的变化.这里特别注意:

(1) 当 n 为正整数时,则 $(x-y)^{2n} = (y-x)^{2n}$, $(x-y)^{2n-1} = -(y-x)^{2n-1}$.

(2) 若 n 为整数,则 $(a+b)^n = (b+a)^n$;

若 n 为偶数,则 $(a-b)^n = (b-a)^n$;

若 n 为奇数,则 $(a-b)^n = -(b-a)^n$.

(3) $a-b-c = -(b+c-a)$.

8. 提公因式法实质是逆用乘法分配律

我们知道乘法分配律用代数式表示出来,就是 $a(b+c) = ab+ac$,反过来看就有 $ab+ac = a(b+c)$.即式子 $ab+ac$ 的各项含有公因式 a ,就可把公因式 a 提到括号外边来.从而把多项式 $ab+ac$ 写成了两个因式 a 和 $(b+c)$ 的乘积的形式,这种变形是恒等变形.

9. 灵活运用提公因式法分解因式,可以使

一些运算简化

如 $3 \cdot 14 \times 9.8 + 3 \cdot 14 \times 0.2 = 3 \cdot 14 \times (9.8 + 0.2) = 3 \cdot 14 \times 10 = 31.4$.

[考题4] 把 $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3$ 分解因式.

[解析] 本题两部分的系数都是分数,为了尽量使提取公因式后的括号内各项系数为整数就应提取各系数分母的最小公倍数的倒数,本题是 $\frac{1}{4}$,同时,我们所说的提取公因式中相同的字母及其最低次幂,由于字母可以表示数、单项式、多项式,因此本题中相同的字母是指 a 和 $(x-2a)$,最低次幂分别是 1 和 2,所以 $(x-2a)^2$ 也是公因式.本题提取的公因式就是 $\frac{1}{4}a(x-2a)^2$.

$$\begin{aligned} \text{[答案]} \quad & \frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3 \\ &= \frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 + \frac{1}{4}a(x-2a)^3 \\ &= \frac{1}{4}a(x-2a)^2(2a+x-2a) \\ &= \frac{1}{4}a(x-2a)^2 \cdot x = \frac{1}{4}ax(x-2a)^2. \end{aligned}$$

[点评] 本题要注意以 n 的奇偶来决定 $(a-b)^n$ 变为 $(b-a)^n$ 后是否需要在括号前添负号, $(2a-x)^3 = -(x-2a)^3$,所以 $-\frac{1}{4}a(2a-x)^3 = \frac{1}{4}a(x-2a)^3$,这里往往易出现的错误是括号外没有改变符号,望同学们引起注意.

[考题5] 将下列各式因式分解:

$$(1) 5x^2 - 15x^3; \quad (2) -18x^3yz^2 + 9xyz - 36x^2y^6z^3;$$

$$(3) 7(x-y) + 14y(y-x); \quad (4) 32(p-q)^3 - 16(q-p)^2;$$

$$(5) 3^n - 3^{n+1}.$$

$$\text{[答案]} \quad (1) 5x^2 - 15x^3 = 5x^2(1-3x);$$

$$(2) -18x^3yz^2 + 9xyz - 36x^2y^6z^3 = -(18x^3yz^2 - 9xyz + 36x^2y^6z^3) = -9xyz(2x^2z - 1 + 4xy^5z^2);$$

$$(3) 7(x-y) + 14y(y-x) = 7(x-y) - 14y(x-y) = 7(x-y)(1-2y);$$

$$(4) 32(p-q)^3 - 16(q-p)^2 = 32(p-q)^3 - 16(p-q)^2 = 16(p-q)^2[2(p-q)-1] = 16(p-q)^2(2p-2q-1);$$

$$(5) 3^n - 3^{n+1} = 3^n(1-3) = -2 \times 3^n.$$

[点评] 准确地确定公因式,并注意符号的变化.

[考题6] 把下列各式因式分解:

$$(1) -2x^2y - x^3 - xy^2; \quad (2) a^3 - 81a;$$

$$(3) 9(a+b+c)^2 - 4(a-b-c)^2; \quad (4) 2x^6 - 16x^4y^2 + 32x^2y^4.$$

$$\text{[答案]} \quad (1) -2x^2y - x^3 - xy^2 = -x(2xy + x^2 + y^2) = -x(x+y)^2;$$

$$(2) a^3 - 81a = a(a^2 - 81) = a(a+9)(a-9);$$

$$(3) 9(a+b+c)^2 - 4(a-b-c)^2 = [3(a+b+c)]^2 - [2(a-b-c)]^2 = [3(a+b+c) + 2(a-b-c)][3(a+b+c) - 2(a-b-c)] = (3a+3b+3c+2a-2b-2c)(3a+3b+3c-2a+2b+2c) = (5a+b+c)(a+5b+5c);$$

$$(4) 2x^6 - 16x^4y^2 + 32x^2y^4 = 2x^2(x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4) = 2x^2(x^2 - 4y^2)^2 = 2x^2[(x+2y)(x-2y)]^2 = 2x^2(x+2y)^2(x-2y)^2.$$

[点评] 先看是否有公因式,再判断是否符合公式的特点,对于每个因式都要看是否能继续因式分解.

[考题7] 把 $(3a+b)(3a-b)^3 - (a+5b)(b-3a)^3$ 分解因式.

[解析] $(3a-b)$ 与 $(b-3a)$ 互为相反数,故变形后可得到公因式,即 $b-3a = -(3a-b)$,故 $(b-3a)^3 = [- (3a-b)]^3 = -(3a-b)^3$.

$$\begin{aligned} \text{[答案]} \quad & (3a+b)(3a-b)^3 - (a+5b)(b-3a)^3 \\ &= (3a+b)(3a-b)^3 + (a+5b)(3a-b)^3 \\ &= (3a-b)^3(3a+b+a+5b) \\ &= (3a-b)^3(4a+6b) \\ &= 2(3a-b)^3(2a+3b). \end{aligned}$$

[点评] 应考虑因式的变形和因式分解的结果应满足的条件,还要注意因式分解要彻底.



能力·题型设计

1A 如果一个多项式的各项有公因式,可以把_____,这种因式分解的方法叫作提公因式法.

2A 用提公因式法分解因式时,公因式的系数取_____,字母取_____,各字母的指数取_____.

3A 分解因式: $(a-4)b+(4-a)c=$ _____.

4A 多项式 $9x^2y-27xy^2+81x^4y^2$ 各项的公因式是_____.

5A $-16x^4-32x^3+56x^2=-8x^2(\quad)$.

6B $\frac{8}{27}ab^2+\frac{4}{9}b^2c=$ _____ $(2a+3c)$.

7A 若 $-4x^{n-1}-6x^{n+1}$ 的公因式是 M ,则 M 为().

- A. $2x^{n-1}$ B. $2x^{n+1}$
C. $-2x^{n-1}$ D. $-2x^{n+1}$

8A $(-2)^{2007}+2^{2008}$ 的结果为().

- A. -2^{2007} B. -2^{2008}
C. 2^{2007} D. 2^{2008}

9A 多项式 $-2x^3y^4z^6+4x^2y^2z^2-6xyz$ 各项的公因式是().

- A. $-x^2y^2z^2$ B. $-xyz$
C. $-2xyz$ D. $-x^3y^4z^6$

10A 把 $-3x^2+6x^3$ 因式分解为().

- A. $-3(x^2+2x^3)$ B. $-3x(x-2x^2)$
C. $-3x^2(1+2x)$ D. $-3x^2(1-2x)$

11A $x^3(x-2)^2-x^2(2-x)^2+x^2(x-2)$ 因式分解的结果为().

- A. $x^2(x-2)(x^2-3x+3)$
B. $x^2(x-2)(x^2-x-1)$
C. $x^2(x-2)(x^2-3x+2)$
D. $(x-2)(x^2-3x+3)$

12B $2^{2006}+(-2)^{2007}$ 等于().

- A. 2^{2006} B. 2^{2007}
C. -2^{2006} D. -2^{2007}

13A 因式分解: $xy-x^2=$ _____.

14A $-2x^2y-4xy^2+2xy$ 可分解为_____.

15B $(x+1)mn-x-1=(mn-1)\cdot$ _____.

16A 把多项式 $6a^3b^2-3a^2b^2-18a^2b^3$ 分解因式时,应提取的公因式为().

- A. $3a^2b$ B. $3ab^2$
C. $3a^3b^3$ D. $3a^2b^2$

点击考点

测试要点1,2

测试要点1,4

测试要点2,6

测试要点1,5,7

测试要点2,6,7

测试要点6,7,8

测试要点1,7

测试要点4,8

测试要点9

测试要点1,3,4

测试要点4,7

测试要点4,5

测试要点7,8

测试要点2,7

测试要点1,3,4,6,7,8,9

测试要点4,5

测试要点9

测试要点3,4

测试要点2,7

测试要点6,7

测试要点1,6

17B 多项式 $-2x^3+6x^2+2x$ 分解因式的结果是().

- A. $-2(x^3-3x^2+x)$
B. $-2x(x^2-3x)$
C. $-2x(x^2-3x-1)$
D. $-2(x^3-3x^2-x)$

18B 把多项式 $(3a-4b)(7a-8b)+(11a-12b)(8b-7a)$ 分解因式,其结果应该是().

- A. $8(7a-8b)(a-b)$
B. $2(7a-8b)^2$
C. $8(7a-8b)(b-a)$
D. $-2(7a-8b)^2$

19A $m^2(a-2)+m(2-a)$ 分解因式等于().

- A. $(a-2)(m^2-m)$
B. $m(a-2)(m+1)$
C. $m(a-2)(m-1)$
D. 以上答案都不对

20A 多项式 $(5x-2y)^2+(2x+5y)^2$ 分解因式等于().

- A. $2(5x-2y)^2$
B. $-2(5x-2y)^2$
C. $29(x^2+y^2)$
D. 以上答案都不对

21B 把下列各式分解因式.

- (1) $-8x^4y+6x^3y^2-2x^2y$;
(2) $4x^m y^n b-6x^{m+1} y^{n+2}+2x^{m+2} y^{n+1}$;
(3) $m^2(p-q)+m(q-p)$;
(4) $xy(x-y)-x(y-x)^2$;
(5) $a(x-2)-b(2-x)+c(x-2)$;
(6) $(x-m)^3(x-n)+(x-m)^2(n-x)$;
(7) $x(a-b)+y(b-a)-z(a-b)$;
(8) $(2x+3)(x-2y)+(x-2y)(x-1)+(2y-x)$;
(9) $a(x+y-z)-b(z-x-y)-c(x-z+y)$;
(10) $3(x-1)^3y-(1-x)^3z$;
(11) $(a-b)(a+b-1)-(b-a)$;
(12) $-a(b-a)^2-ab(a-b)^2+ac(b-a)^2$;
(13) $ax(a-b+1)-ay(a-b+1)-az(b-a-1)$;
(14) $5x^3y(x-y)^3-10x^4y^3(y-x)^2$;
(15) $(b-a)(z-y-x)-(a-b)(2x+y-z)-(a-b)(y-2x)$.