



力学丛书

陀螺力学

(第二版)

刘延柱 著



国家科学技术学术著作出版基金资助出版

力学丛书

陀螺力学

(第二版)

刘延柱 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统叙述一般力学的分支学科——陀螺力学,以具有高速旋转特性即陀螺特性物体的动力学问题为研究对象。书中对万向支架支承陀螺仪的进动理论和章动理论作简要的总结,对静电支承的转子陀螺和挠性支承的动力调谐陀螺建立较系统的动力学理论。并叙述包括自旋卫星、充液陀螺、滚动陀螺等更广义陀螺运动的动力学原理。全书共分13章。阅读对象为工程力学、导航系统、精密机械、航空航天、船舶海洋等工程专业的研究设计人员及高等学校相关专业的教师和研究生。

图书在版编目(CIP)数据

陀螺力学/刘延柱著. —2版. —北京:科学出版社,2009
(力学丛书)

ISBN 978-7-03-025256-2

I. 陀… II. 刘… III. 陀螺理论 IV. O318

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第143207号

责任编辑:刘延辉 胡 凯 鄢德平/责任校对:陈玉凤
责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009年8月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2009年8月第一次印刷 印张: 26 1/4

印数: 1—2 000 字数: 496 000

定价: 79.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈双青〉)

作者简介



刘延柱 1936年生. 1959年毕业于清华大学工程力学研究班. 1960—1962年进修于莫斯科大学. 1962—1973年任教于清华大学工程力学系. 1973年起于上海交通大学工程力学系任教授、博士生导师、工程力学研究所所长. 2006年退休. 现任中国力学学会名誉理事, 力学史与方法论专业委员会委员, 《力学与实践》副主编. 著有《陀螺力学》、《静电陀螺仪动力学》、《航天器姿态动力学》、《多刚体系统动力学》、《理论力学》、《高等动力学》、《振动力学》、《非线性动力学》、《非线性振动》、《充液系统动力学》、《弹性细杆的非线性力学》、《刚体动力学理论与应用》等著作. 曾获1987年国家自然科学四等奖, 教育部和上海市四项科技进步二等奖, 两项优秀教材一等奖和三项二等奖.

再版序言

《陀螺力学》第一版于 1986 年出版, 写作的意图是希望将这门一般力学分支学科作较系统的总结. 除传统的框架陀螺仪以外, 也包括静电支承的转子陀螺和挠性支承的动力调谐陀螺等新型陀螺仪的动力学原理. 本书第一版出版至今已超过 20 年. 在此期间, 随着科学技术的发展, 陀螺力学学科有不少新进展. 研究范围已不限于陀螺仪实用原理, 而是包括一切具有高速旋转特性或称为陀螺特性的工程对象的动力学问题. 其中航天工程中自旋和双自旋卫星作为特殊类型的转子陀螺, 其姿态稳定性的理论研究在陀螺力学中占据重要位置. 从而使陀螺力学的研究对象从简单的刚体和刚体系统发展为包括刚体、弹性体和液体在内的复杂动力学系统. 此外, 对平面上滚动陀螺的理论分析必须考虑库仑摩擦的非线性特性, 方能对一些有趣的力学现象作出理论解释. 关于陀螺仪混沌运动的研究改变了对陀螺仪漂移现象的传统认识, 即随机漂移现象不仅由外界随机干扰引起, 而且还可来源于陀螺的内禀随机性.

本书第二版除对原书内容作必要的修订和补充以外, 增加了与上述问题有关的新内容. 书中保留原有的 1—9 章, 删去第 10 章的惯性导航简介, 增加充液陀螺、自旋卫星、平面上滚动陀螺和陀螺的混沌运动 4 章, 与原章节纳入同一体系. 作为一本力学著作, 书中不涉及具体陀螺仪表的原理和设计问题, 仅叙述具普遍性的力学规律. 与第一版相同, 本书避免使用过于抽象的数学工具, 与正文有关的理论知识在附录中给出.

本书的再版得到国家科学技术学术著作出版基金和上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院的支持, 作者在此谨表示衷心感谢. 并望读者对书中错误和不妥之处不吝指正.

刘廷柱

2009 年 4 月于上海交通大学

第一版序言

陀螺力学是一般力学的一个重要分支. 它以经典刚体动力学为基础, 并随着陀螺仪技术的发展逐渐形成为一门不同于经典刚体动力学的独立力学分支. 本书的主要目的是系统地叙述陀螺力学的基本理论并介绍近年来的新进展.

自 1978 年以来, 作者曾在上海交通大学为陀螺仪器专业和工程力学专业研究生讲授陀螺力学课程, 并先后为新跃仪表厂和上海仪表厂开设陀螺力学讲座. 本书是在课程讲义的基础上作较大的修改和补充后写成的, 其中关于转子陀螺仪和挠性陀螺仪的较新内容主要来自作者近年来的工作成果. 在写作过程中, 作者力图以最简洁的方式总结万向支架陀螺仪的进动和章动理论, 同时介绍陀螺力学的新进展, 如新型陀螺仪原理、非线性问题、弹性变形问题等, 将这部分内容与万向支架陀螺仪理论乃至刚体动力学的经典理论贯通起来而形成较完整的体系. 但限于水平, 这个意图离完全实现还相距甚远. 此外, 本书着重从动力学观点阐明陀螺仪运动的普遍性规律, 而不企图对具体陀螺仪表作详细解释. 书中避免使用过深的数学工具, 读者只要掌握矢量、矩阵和常微分方程的基本知识就能顺利阅读. 虽然通常认为陀螺与陀螺仪的名词涵义略有不同, 后者主要指工程技术中使用的陀螺仪表, 但在本书中因力学模型相同而不加区别. 在本书的写作和出版过程中, 得到各方面的热情关怀和支持, 承蒙北京航空学院黄克累教授详细审阅初稿并提出宝贵意见, 杨海兴同志协助完成全部插图, 在此谨表深切的谢意.

限于水平, 错误与不妥之处在所难免, 望读者不吝指正.

刘廷柱

1982 年 6 月于上海交通大学

主要符号表

a	旋转椭球赤道半轴, 球形转子最大离心变形		相对固定轴的位移, 转子球心相对腔体
a_j	椭球半轴		球心的位移
\mathbf{a}	加速度	\mathbf{e}	基矢量列阵
A	面积, 主惯性矩	E	沿纬线指东的坐标轴, 总机械能
A_R	转子的赤道惯性矩	\hat{E}	量纲为一的总机械能
B	主惯性矩	E	单位矩阵, 单位并矢
B_j	第 j 刚体	\mathcal{E}	地球表面
\mathbf{B}	磁感应强度	f	频率
c	旋转椭球极半轴,	f	比力
$c = C/H$	黏性阻尼系数	F	力, 摩擦力
C	主惯性矩, 径向修正系数	F^*	惯性力
C_P	主刚体极惯性矩	g	重力加速度
C_R	转子极惯性矩	G_j	第 j 陀螺
C^*	陀螺体等效惯性矩	G	陀螺力矩阵
C_j	第 j 电极的电容	h	高度, 转子与腔体的间隙
C	有限转动张量, 径向修正矩阵, 阻尼矩阵	h	转子支点相对平衡 环支点矢径
C_P^a	方向余弦矩阵	\mathcal{H}	哈密顿函数
d	距离	\mathcal{H}	赫赛矩阵
$d = D/H$		$H = H_0 \cos \beta_0$	
D	阻尼力矩系数	H_0	动量矩常数
D_0	绕极轴的阻尼力矩系数	H	动量矩
D_1	绕赤道轴的阻尼力矩系数	i	x 轴基矢量
$D_B = kB^2$	磁场阻尼力矩系数	j	y 轴基矢量
D_i	参数平面的分区	J_{pp}	惯性矩
D	并矢, 阻尼矩阵	J	惯性张量
e	基矢量, 转子中心	$J^{(1)}$	主刚体的惯性张量
		$J^{(2)}$	凝固液体团的惯性张量

J^*	液体的等效刚体惯性张量	\mathcal{N}	与地球面重合的固定球面
$J = J^{(1)} + J^{(2)}$		N	法向约束力
$J_* = J^{(1)} + J^*$		O	陀螺支点, 坐标原点
$J' = J^{(2)} - J^*$		O_0	固定点
$J^{(0)}$	惯性矩阵	O_e	地球球心
J_i	第 i 刚体的中心惯性张量	O_s	载体质心
$k = \sqrt{\mu/B}$	复摆的固有角频率	p	载体角振动频率, 支承力场强度, 液体压强
$k = \mu/H$	陀螺摆或陀螺罗经固有角频率	p_j	广义动量
$k = \sqrt{K/m}$	固有角频率	p	瞬时转动轴基矢量
$k_s = \sqrt{gR}$	舒勒频率	P	任意点
k_γ	陀螺球摆动角频率	P_j	第 j 质点, 第 j 复摆
k	z 轴基矢量	P_j	力矩冲量
K	弹簧刚度系数	q_j	广义坐标
K	刚度矩阵	Q_i	广义力
l	长度, 质心与支点距离	Q_{gi}	陀螺力
l	支点至质心矢径, 质心至底部曲面的曲率中心矢径	r	半径, 曲率半径
L	拉格朗日函数, 积分路径, 轴对称的腔壁母线	r	矢径
L_i	框架部件之间的约束力	r'	任意点相对地球质心的矢径
m	质量	r^0	球坐标基矢量
M	力矩	r_c	质心相对参考点的矢径
M_g	陀螺力矩	r_P	接触点相对固定点的矢径
M_m	驱动力矩	R	地球半径, 劳斯函数
M_a	惯性力矩	R^*	简化劳斯函数
M_d	阻尼力矩	R	矢径
M_s	弹簧力矩	s	特征值
M_f	摩擦力矩	$s = \omega/k$	量纲为一的角频率
M_B	磁场感应力矩	S_j	第 j 电极
M'	干扰力矩	S	面积
n	自旋角速度	S_i	奇点
n^0	法线轴基矢量	t	时间
N	沿子午线指北的坐标轴	t^0	子午线切线轴基矢量
		T	动能, 周期, 时间常数
		T_j	动能中广义速度的 j 次

齐次式	z_n	章动解
T_0 转子自旋周期	Z	沿地垂线的坐标轴, 章动振幅
T_2 相对动能	α	卡尔丹角, 方向余弦
T_s 舒勒周期	α_s	陀螺罗经速度误差, 纬度误差
T_p 进动周期	α	角加速度
T_γ 陀螺球摆动周期	β	卡尔丹角, 方向余弦
$u = \cos \vartheta$	$\beta = \omega_0 / \omega_c$	
$u = \omega_x + i\omega_y$	β^*	β 的奇点
$u = (v_{c\xi} + iv_{c\eta})/h$	γ	卡尔丹角, 内环摆角, 扭角, 方向余弦
u 流体质点的相对流速	$\gamma = \cos \theta$	
u_0 椭球腔变换至球腔的流速	$\gamma = A'/A$	
v 速度, 对地球的相对速度, 流体质点的绝对流速	$\gamma_R = C_R \Omega_{R0} / H$	
v_0 刚体内参考点的速度	Γ	影响平均涡量变化率的 参数
v^* 腔体椭球度引起的速度增量	δ	脉冲函数
v_c 质心速度	δ	锥运动误差, 相位差, 连杆偏角, 扭角
V 势能	$\delta = a/h_0$	
V_j 第 j 电极的电压	δ^*	线振动与转动的相位差
V^* 相对势能	δ_{ij}	克罗尼克符号
\mathcal{V} 李雅普诺夫函数	Δ_η	电极水平错位
V 绝对速度	$\Delta'_\zeta, \Delta''_\zeta$	电极半球高错位
$w = \delta + i\gamma$	ΔK	扭杆的剩余刚度
$w = \Omega'_x + i\Omega'_y$	Δ	转子径向偏心矢量
W 力的功	ε	连杆偏角, 小参数
x 坐标轴	$\varepsilon = A_1/A$	
x 扰动变量	$\varepsilon_i = e_i/h_0$	
y 坐标轴, x 的导数	ε_0	介电常数
y 状态变量	Σ	充液腔壁
z 沿转子极轴的坐标轴	ζ	坐标轴, 相对阻尼系数
$z = \alpha + i\beta$	$\zeta = D/2\sqrt{mK}$	
$z = e_x + ie_y$	$\zeta = \omega_x + i\omega_y$	
z_c 盘旋误差		
z_a 加速度误差		
z_p 进动解		

η	坐标轴	ρ	相对动参考点的矢径
ϑ	欧拉角, 章动角, 偏航角	σ	放大因子, 自旋角速度 与轨道角速度之比,
θ	弹性变形角位移, 球坐标		载体角振动角频率,
θ^0	球坐标基矢量		转子陀螺的转差率
$\lambda = C/A$		$\sigma = D_0/D$	阻尼系数比
$\lambda^* = C^*/A$		$\sigma = (C/A) - 1$	
λ_k	欧拉-罗德里格参数	σ^*	惯性力激励的放大因子
$\Lambda = C/A$		τ	量纲为—的时间
Λ	有限转动四元数	φ	欧拉角, 自转角, 俯仰角
$\Lambda^{(0)}$	四元数列阵, 四元数的 期望值	ϕ	转动角, 地理纬度, 球坐标, 速度势函数
μ	角振动与转子旋转的 相位差, 地球引力参数, 动摩擦因数	ϕ	无限小转动矢量
$\mu = mgl$	摆性系数	ϕ^0	球坐标基矢量
$\mu = m_1 m_2 l_1 l_2 / m$		Φ	船舶摇摆振幅, 载体角 振动振幅
$\mu = mgr / A \Omega^2$		ψ	欧拉角, 进动角, 滚动角
$\mu = \mu_x + i\mu_y$		ψ	茹可夫斯基势函数
$\mu_x = M_x / A \omega_z$		ω	角频率
$\mu_y = M_y / A \omega_z$		ω_R	船舶摇摆角频率
$\hat{\mu} = mgl / A \omega_0^2$		ω_{cr}	临界角速度
μ'	液体摆倾覆力矩系数	ω	角速度
ν	液体的黏性系数	ω_0	外环角速度, 转子稳态角 速度
$\nu = H/A$	章动频率	ω_1	动坐标系角速度, 进动角 速度, 平衡环角速度
$\nu = K/H^2$		ω_R	转子角速度
ξ	坐标轴	ω'	相对角速度
π	准坐标, 近地点	Ω	绕垂直轴的进动角速度
Π	切平面	$\Omega = \Omega_\xi + i\Omega_\eta$	
ρ	密度, 测地曲率半径, 盘旋半径	Ω_d	陀螺漂移率
$\rho = \sqrt{\mu/A}$	复摆的固有角频率	Ω_1	地球自转角速度的 N 轴 投影
$\rho = A/B$		Ω_2	地球自转角速度的 Z 轴
$\rho = (C/B) - 1$			
$\rho = D_1/D_0$			
$\rho = r/h$			

	投影	Ω_G	地理坐标系角速度
Ω_{cr}	Ω 的临界值	Ω_e	地球自转角速度
Ω	基座角速度, 盘旋角速度, 涡量	Ω_a	平均涡量
Ω'	液体团在刚体内的相对角速度	Ω_R	转子的相对角速度
Ω_D	自然坐标系角速度		

目 录

作者简介	
再版序言	
第一版序言	
主要符号表	
绪论	1
第 1 章 陀螺的运动学	4
1.1 刚体的有限转动	4
1.2 刚体的无限小转动	10
1.3 有限转动四元数	13
1.4 万向支架的运动学特点	17
1.5 非完整约束问题	23
第 2 章 刚体动力学基础	27
2.1 刚体的质量几何	27
2.2 动量矩定理	30
2.3 欧拉情形刚体定点运动	36
2.4 拉格朗日情形刚体定点运动	43
第 3 章 框架陀螺的动力学方程	50
3.1 万向支架的动力学特点	50
3.2 静止基座上的陀螺动力学方程	53
3.3 运动基座上的陀螺动力学方程	61
3.4 动力学方程的分析力学表述	67
3.5 多陀螺系统的动力学方程	72
第 4 章 复摆与单自由度陀螺	79
4.1 复摆	79
4.2 单自由度陀螺	90
4.3 弹性变形问题	96
第 5 章 垂直陀螺的进动理论	106
5.1 陀螺垂直仪	106
5.2 陀螺摆	113
5.3 四陀螺垂直仪	121

5.4	非线性问题	125
第 6 章	陀螺罗经的进动理论	132
6.1	陀螺罗经	132
6.2	带阻尼的陀螺罗经	143
6.3	电控陀螺罗经	147
6.4	双转子陀螺罗经	151
6.5	空间陀螺罗经	154
第 7 章	陀螺的章动理论	158
7.1	章动的线性理论	158
7.2	线性陀螺系统	165
7.3	章动的非线性理论	172
7.4	弹性变形问题	182
第 8 章	动力调谐陀螺	188
8.1	挠性陀螺的特点	188
8.2	单自由度挠性陀螺	190
8.3	调谐陀螺的进动理论	192
8.4	调谐陀螺的非理想情况	202
8.5	调谐陀螺的章动理论	209
第 9 章	转子陀螺	217
9.1	转子陀螺的特点	217
9.2	转子陀螺的支承力和干扰力矩	218
9.3	刚体定点运动的状态变量描述	227
9.4	陀螺的非稳态运动	232
9.5	陀螺的稳态运动	241
9.6	框架陀螺的摄动理论	247
第 10 章	充液陀螺	252
10.1	无旋液体的等效刚体	252
10.2	有旋液体的等效刚体	258
10.3	旋转液体的动力学方程	262
10.4	充液刚体动力学	267
10.5	液体转子陀螺	275
第 11 章	自旋卫星	280
11.1	无力矩作用的自旋卫星	280
11.2	刚体在地球引力场中的运动	289
11.3	受地球引力矩作用的自旋卫星	297

11.4	自旋卫星的非稳态运动	303
11.5	弹性变形问题	309
11.6	卫星姿态的飞轮控制	320
第 12 章	滚动陀螺	325
12.1	陀螺在光滑平面上的运动	325
12.2	陀螺在微粗糙平面上的运动	329
12.3	平面上旋转的充液陀螺	336
12.4	粗糙平面上非轴对称刚体的运动	341
第 13 章	陀螺的混沌运动	346
13.1	混沌运动概述	346
13.2	刚体定点运动的混沌性态	348
13.3	框架陀螺的混沌运动	353
13.4	陀螺体的混沌运动	358
参考文献		362
附录一	矢量、并矢和四元数	367
附录二	运动稳定性理论基础	374
附录三	相平面上的奇点理论	381
名词索引		387
外国人名译名对照表		393

Contents

About the author

preface of 2nd Edition

Preface

The main symbol table

Introduction	1
Chapter 1 Fundamentals of kinematics of rigid body	4
1.1 Finite rotation of rigid body	4
1.2 Infinitesimal rotation of rigid body	10
1.3 Quaternion of finite rotation	13
1.4 Kinematical characters of Cardan's gimbals	17
1.5 Problems on nonholonomic constraint	23
Chapter 2 Fundamentals of dynamics of rigid body	27
2.1 Mass geometry of rigid body	27
2.2 Theorem of angular momentum	30
2.3 Motion of rigid body about fixed point in Euler's case	36
2.4 Motion of rigid body about fixed point in Lagrange's case	43
Chapter 3 Dynamical equations of gimbals gyroscope	50
3.1 Dynamical characters of Cardan's gimbals	50
3.2 Dynamical equations of gyroscope on fixed base	53
3.3 Dynamical equations of gyroscope on moving base	61
3.4 Dynamical equations based on analytical mechanics	67
3.5 Dynamical equations of multi-gyroscopes system	72
Chapter 4 Pendulum and gyros with single degree of freedom	79
4.1 The pendulum	79
4.2 Gyros with single degree of freedom	90
4.3 Problems related to elastic deformations	96
Chapter 5 Precession theory of gyro- verticals	106
5.1 The gyro-vertical with radial correction	106
5.2 The gyro-pendulum	113
5.3 The gyro-vertical with four gyros	121

5.4	Nonlinear problems	125
Chapter 6	Precession theory of gyro-compass	132
6.1	The gyro-compass	132
6.2	Gyro-compass with damping	143
6.3	Electric-controlled gyro-compass	147
6.4	Gyro-compass with double rotors	151
6.5	Spatial gyro-compass	154
Chapter 7	Nutation theory of gyroscope	158
7.1	Linear theory of gyro's nutation	158
7.2	Linear system containing gyros	165
7.3	Nonlinear theory of gyro's nutation	172
7.4	Problems related to elastic deformations	182
Chapter 8	Dynamically tuned gyroscope	188
8.1	Characters of flexible suspended gyroscope	188
8.2	Flexible suspended gyros with single degree of freedom	190
8.3	Precession theory of dynamically tuned gyroscope	192
8.4	Dynamically tuned gyros with imperfect factors	202
8.5	Nutation theory of dynamically tuned gyroscope	209
Chapter 9	Free-rotor gyroscopes	217
9.1	Characters of free-rotor gyroscopes	217
9.2	Suspension force and perturbed torques	218
9.3	Motion of rigid body described by canonical variables	227
9.4	Unsteady motion of free-rotor gyros	232
9.5	Steady motion of free-rotor gyros	241
9.6	Perturbation theory of gimbals gyroscope	247
Chapter 10	Gyros containing liquid	252
10.1	Equivalent body of irrotational liquid	252
10.2	Equivalent body of rotational liquid	258
10.3	Dynamical equations of rotating liquid	262
10.4	Dynamics of rigid body containing liquid	267
10.5	Liquid-rotor gyroscope	275
Chapter 11	Spin satellites	280
11.1	Torque-free spin satellite	280
11.2	Motion of rigid body in gravitational field	289
11.3	Motion of spin satellite in gravitational field	297

11.4	Unsteady motion of spin satellite	303
11.5	Problems related to elastic deformations	309
11.6	Attitude control with reaction wheels	320
Chapter 12	Rolling tops	325
12.1	Motion of tops on smooth plane	325
12.2	Motion of tops on slight rough plane	329
12.3	Motion of tops containing liquid	336
12.4	Motion of asymmetrical rigid body on rough plane	341
Chapter 13	Chaotic motion of gyroscope	346
13.1	Primer on chaotic motion	346
13.2	Chaotic behavior of motion of rigid body about fixed point	348
13.3	Chaotic motion of gimbal gyroscopes	353
13.4	Chaotic motion of gyrostat	358
References		362
Appendix 1	Vector, dyadics and quaternion	367
Appendix 2	Fundamentals of theory of stability	374
Appendix 3	Theory of singularities in phase plane	381
Subject Index		387
English-Chinese Bilingual Name List		393