

高等学校教学用书

恒星天文学教程

HENGXING TIANWENXUE JIAOCHENG

Г. Г. 巴連拿哥著

戴文賽等譯

人民教育出版社

第一版序节录

这本教程是根据我从 1934 年以来在国立莫斯科大学对天文专业四年級学生講課的講稿写成的。这门課的目的，是要使学生能够在恒星天文学方面独立地进行学习和研究。目前恒星天文学正处在一个迅速发展阶段，这方面的发展是从二十世紀初才开始的。專門期刊里充滿了恒星天文学方面的工作，但如果沒有一本教程来介紹天文学中这个部門的基本概念和方法，要想在这方面开始研究是会有困难的。

我体会到学生在閱讀一本数学語言过于簡短的課本时所遇到的困难，因此就特意在本書里把公式的推导和变换都詳細写了出来。这样可以少花一些時間在公式的推演上，而用較多的時間去研究問題的天文意义。

本書編入了一些習題，其中大部份是我自己拟出来的，只有小部份是抄自各种不同的文献。尽管在本書中也包含了一些簡單地运用数字来套公式的習題，但我並不認為这样的習題是十分重要的和有趣的。每章后面的習題大部份是小的研究或計算的題材，完成这些作业对将来做恒星天文学方面的实际工作是有一定帮助的。有时候我也在習題里加上一些可以在課本正文里叙述的題目（例如第一章第 2 題，第二章第 4, 5, 10 題，第三章第 5 題等等）。

書末附有習題的解答，因为我認為在課本里列入習題而不列入其解答是不恰当的。在解答里，有时給出数字答案，有时对所求公式的推导給出簡短提示和最后的公式。如果学生不能够独立做出所有的習題，那也应当把問題和解答合起来研究一下。

本書中有一些材料是初次閱讀本書時可以略去的,這些材料大部份是用小號字印出。

莫斯科, 1937 年 3 月。

第二版序节录

本書第一版是在 1936 年底到 1937 年初編寫出來的,那時還沒有與此類似的書。此後出現了两本書: 帕倫(E. Pahlen)的“恒星統計學教程”(Lehrbuch der Stellarstatistik, 1937 年),這本書篇幅很多(900 頁),但只包含一些未經整理過的原始資料;斯瑪特(W. M. Smart)的“恒星動力學”(1938),這本書並未討論恒星天文學的所有問題,只討論恒星的運動,而且主要是從動力學的观点來討論的。這兩本書可以介紹給讀者作為進一步研究的參考,頭一本包含許多問題的討論,第二本適合在深入研究恒星速度分布問題(二流學說和橢球學說)時作為參考。

如同第一版那樣,作者對書中所列數值的精確性十分注意。在書末附了四個表:

I. 赤經赤緯(1900.0)換算為銀道坐標的表。銀極的坐標取為:
 $A = 12^h 40^m$; $D = +28^\circ$ 。

II. 距離模數 $m-M$ 換算為距離(秒差距)的表。

III. 各光譜型的絕對目視星等的平均值(光譜-光度圖)。

IV. 根據范理恩(van Rhijn)和雷登(Luyten)的數據得出的光度函數(用照相星等)。

我願向庫里柯夫斯基(П. Г. Куликовский)和霍洛玻夫(П. Н. Холлопов)致深切的謝意,他們使我注意到一系列敘述錯誤的地方。

莫斯科, 1944 年 11 月 4 日。

第三版序

在准备本書第三版时,極大部份都修改过。这是不足为奇的,因为恒星天文学进展得很快。§§ 11, 18, 20, 29, 34, 35, 43, 44, 46, 59, 62, 65 改得特別多。§§ 1, 33, 45, 50, 51 重新写过,而 §§ 52, 53, 56, 61 也几乎是完全重新写的。旧版里那些目前看来只有历史意义的部份都已删去。書末最重要的参考文献目录也重新編写过,課本中的脚注里也包含一些参考文献。

如同在第二版里那样,对于材料的安排常常感到很为难,因为恒星天文学的許多部份都是彼此有关的。对于星系动力学就有这样的問題。在恒星天文学課程(为所有的天文家开设的)里我在第四章之后就叙述星系动力学的大意 (§§ 57, 58 的最后結論和 §§ 59, 60, 61 的大意)。在講到星团的时候就談談 § 65 开头的部份。星系动力学那一章的全部内容則在一个專門化課程里論述。在考虑之后,我还是把星系动力学那一章保留在和第二版相同的位置(書末)。

我向安巴楚勉 (В. А. Амбарцумян) 表示誠懇的謝意,他讀了 § 45 而且提出了寶貴的意見,也向佐恩 (В. К. Зонн) 表示謝意,他也提了一些重要的意見。我感謝国立莫斯科大学史天堡天文研究所恒星天文組的同事們,他們仔細地審閱了手稿,特別感謝阿丟兴 (Н. М. Артюхин), 伏隆佐夫·威廉米諾夫 (Б. А. Воронцов-Вельяминов), 叶夫列摩夫 (Ю. И. Ефремов), 卡里摩娃 (Д. К. Каримова), 柯斯佳可娃 (Е. В. Костякова), 庫里柯夫斯基, 李亞玻夫 (Ю. А. Рябов), 烏蘭諾娃 (Т. А. Уранова) 和霍洛玻夫,他們花了很多時間來閱讀个别的章节并提出了寶貴的意見。

巴連拿哥 莫斯科, 1954 年 5 月。

目 录

第一版序节录	6
第二版序节录	7
第三版序	8
緒論	1
§ 1. 恒星天文学的研究对象	1
§ 2. 銀道坐标	6
§ 3. 星等	8
§ 4. 星等的种类	9
§ 5. 恒星的光譜分类	13
第一章 恒星距离的測定	17
§ 6. 周年視差对坐标的影响	17
§ 7. 恒星天文学中的距离單位	19
§ 8. 历史的回顧	20
§ 9. 現代測定三角視差的方法	25
§ 10. 恒星的絕對星等和光度	36
§ 11. 分光視差	38
§ 12. 光譜-光度圖	44
第二章 恒星的运动	51
§ 13. 簡短的历史回顧	51
§ 14. 自行的測定方法	52
§ 15. 恒星的視向速度	63
§ 16. 恒星的空間速度和它們的支量, 克萊伯定理	67
§ 17. 平均視差的經驗公式	70
第三章 太阳在空間的运动	81
§ 18. 总論, 自行的 τ 和 v 支量	81
§ 19. 最初几次利用自行对向点的測定	85
§ 20. 柯瓦斯基-艾里法	86
§ 21. 伯拉維法	89

§ 22. 卡普坦的工作, 由恒星自行求向点的較好測定的总结	91
§ 23. 利用恒星的視向速度定向点	93
§ 24. 利用恒星的空間速度定向点	94
§ 25. 瓦-效应	96
§ 26. 太阳向点的測定的总结	99
§ 27. 由恒星的运动定出平均視差	100
第四章 恒星运动的規律	105
§ 28. 恒星运动和光譜型的关系	105
§ 29. 移动星团	106
§ 30. 对恒星本动沒有規則这个假設的批判, 卡普坦的两个星流	112
§ 31. 史瓦西理論, 速度的圓球分布和橢球分布	116
§ 32. 恒星运动不对称性的發現	122
§ 33. 各类恒星群的运动特性的差別	130
§ 34. 銀河系的自轉	139
§ 35. 利用加姆 (Gamm) 函数研究銀河系自轉	157
第五章 銀河系的結構	163
§ 36. 历史的回顧	163
§ 37. 一定星等以上的恒星数目的計算	167
§ 38. 西利格和卡普坦的研究	176
§ 39. 光度函数	179
§ 40. 恒星統計积分方程式	181
§ 41. 恒星統計积分方程的普遍形式	187
§ 42. 恒星統計方程式的解	191
§ 43. 本星群和銀河塵云	194
§ 44. 星团	201
§ 45. 星协	215
§ 46. 暗星云	232
§ 47. 銀河中光的吸收	242
§ 48. 变星和恒星天文学問題	265
§ 49. 銀河系結構的一般特性	272
§ 50. 銀河系的次系和子系	280
§ 51. 銀河系的旋渦結構	289
第六章 总星系	307
§ 52. 关于星系的基本知識	307
§ 53. 星系的主要特性	313
§ 54. 星系的視分布	328
§ 55. 最近的星系的描述	332

§ 56. 总星系的結構	339
第七章 星系动力学	354
§ 57. 星系动力学的研究对象	354
§ 58. 恒星的互相接近	356
§ 59. 星系的一般理論	361
§ 60. 星系动力学的統計方程式	370
§ 61. 稳定銀河系的动力学	374
§ 62. 不稳定銀河系的动力学	392
§ 63. 具有軸对称和平面对称的稳定星系中的正圓軌道和接近正圓的軌道	396
§ 64. 奥果洛尼可夫—密耳恩的星系运动学	403
§ 65. 星团动力学	415
習題解答	429
附表	442
最重要的文献	451
照片	458

緒 論

§ 1. 恒星天文学的研究对象 恒星天文学是天文学中專門研究星系結構和發展的一个部門。由于它研究的对象数量很大，所以恒星天文学主要利用統計的方法，但是也用到天体物理学和天体測量学的方法，同时还用到它自己特有的方法。

恒星天文学是由于實踐上需要研究恒星分布和运动的規律而产生的。此外，恒星天文学对于解决星系本身以及星系的各組成部份(恒星、星团、星云)的起源和發展的問題也起了巨大的作用。

恒星天文学不能与整个天文学分割开来；它和天体物理学的关系特別密切。許多問題实际上是在天体物理学和恒星天文学的交界上。恒星天文学和天体測量学的关系也很密切：要研究恒星的运动必須測定恒星的自行，而这是用天体測量学方法得出来的。倚靠天体測量工作和恒星天文工作而建立起来的惯性坐标系，把恒星天文学和大地測量学联系起来。恒星天文学的一个年青部門——星系动力学——和天体力学有关。由于不只研究結構的問題，而且也研究發展的問題，恒星天文学和天体演化学也發生了密切的关系；因为，恒星、弥漫物質、行星、和彗星的起源和發展的問題，同恒星以及星系的起源和發展的問題是分不开的。恒星天文学和宇宙論也接近，因为宇宙論是要倚靠恒星天文学所获得的觀測資料的。

恒星天文学作为認識宇宙的一种方法，供給关于恒星世界的結構、起源、和發展的資料，对于哲学和認識論也具有重大的意义。

人类对宇宙認識的發展史，其中充滿了唯物主义和唯心主义斗争的事例；它表明不依賴于我們的意識而存在的宇宙是可以認識的，它并

以很多的例子說明，不斷發展着的天文實踐使我們對以前不知道的事物和現象逐步得到了認識。天文学，和所有真正的科学一样，是徹底唯物，它給唯心主义世界觀以严重的打击。

在恒星天文学的成就里，苏联天文家起了重要的作用。在他們的工作中，对觀測結果做出了走得很远的概括，給出了星系結構和發展的圖画。其所以能这样，是由于运用了正确的方法論，又懂得如何收集和利用天文家积累下来的大量觀測資料，加上工作的集体性，和苏联天文家有組織的集体对待已完成的工作的批評态度。恒星天文方面的工作，和天文学中其他部門的工作一样，常常要加以廣泛的討論和計劃，这一点也是很重要的。

在二十世紀里，資產階級科学的衰落表現得特別明显。在很多情況下，資產階級的学者在他們的研究中是抱着形而上学的观点的，有时候甚至公开地站在唯心主义立場上。运用这样的观点方法，他們还能够积累一些新的事实，但要想从它們有力地做出正确的概括性結論来，就已經不可能了。

恒星天文学是觀測的科学，天文学一般說来也是觀測的科学。天文学的觀測性質使得要从表觀的过渡到真实的，从表面現象过渡到它的本質成为很困难的。例如在恒星天文学中長時間內沒有考虑到星际吸收物質的存在，因而产生了关于我們的星系——銀河系——的結構的不正确看法。

能够不忽視能見条件而且考虑到它的影响，在恒星天文学中是很重要的。比方說，光度小的恒星只有当它和太阳的距离不大时才看得見，光度大的星則在远的地方还看得見。在研究到某一視星等为止的恒星时，我們可能以为光度大的星比光度小的多好些倍，而事实上正好相反。

同样重要的是：要能够創造性地应用概率論和数理統計，不只应当利用它們来正确地处理觀測結果，也应当利用它們来估計測定各个量时誤差的影响。

研究天体發展問題时，有一个大的障碍，那就是：和宇宙間發展过程能被觉察出来所需的时间相比，观测时期总是显得太短暂了。

在恒星天文学中逐渐积累了一些证实过的牢固树立起来了的結論。为了恒星天文教学上的指导，在課本里总叙述了这些結論。但不能只限于叙述結論，因为每一門科学都是活生生的、不断在發展着的知識領域，所以也必須陈述那些多少还帶有假設性質的結論。实际上很多的創造性劳动常花在这种結論上面。在每一門科学里，当然也包括恒星天文学，都有很多这样的例子，某些被認為牢固建立起来的理論仍需要重新考虑或予以更改，因为每个学者在研究过程中所得到的不是絕對真理而是相对真理，他做完一件工作后并不能使那門科学的某一部份从此停止不前。帶着批評态度来看已获得的結果，常可以指引我們今后应当在哪一方面集中力量和进行进一步的工作。

恒星天文学的發展史給出很多逐漸接近真理的例子。从古代开始一直到康德和拉伊的工作为止，也就是到十八世紀中叶为止，关于恒星世界的結構的所有主要結論都具有猜想的性質。这是完全自然的，因为到那时候为止还没有必需的观测資料。只有在观测技术發展起来了以后，才出現了以观测为基础的理論工作。首先必須提到威廉·赫歇耳(1785)和斯特魯維(1847)关于恒星在空間的分布以及我們銀河系的結構的工作，柯瓦斯基(М. А. Ковальский)(1859)关于恒星运动的工作。

斯特魯維和柯瓦斯基的工作是特別有价值的，他們走在当时科学的前面数十年。斯特魯維根据太阳只能偶然地位于我們恒星系的中心(从赫歇耳的观测得出，恒星密度在各方向都由太阳向外减小)这个看法，做出了星际空間不是完全透明的結論来，也就是認為存在着星际吸光。柯瓦斯基首先給出銀河系自轉問題的数学討論。然而由于还没有足够的观测材料，使得这些工作在一段时期内被遗忘了。

星际空間完全透明的不正确看法，使得在研究恒星分布的結果中总是得出太阳位于恒星宇宙中心附近的結論。惟有沙普利(H. Shap-

ley)在1918年从球状星团的分布發現这种星团所成的系統的中心离开太阳有23千秒差距之远,从而提出了太阳不位于銀河系中心的看法。后来由于1927年証明了銀河系自轉和1930年証實了星际吸光的存在,才使得这种分歧逐漸减小。是后逐步接近真理的結果可以用下面的表來說明,在表中列出太阳和銀河系中心的距离的数值(以千秒差距为單位)。这个距离本身的存在,以及二十世紀二十年代初期証明的其他星系的存在,都已成为无可爭辯的事实了。

从恒星的空間分布	从球状星团的空間分布	从銀河系自轉
1898 西利格 0	——	——
1922 卡普坦 0.65	1918 沙普利 23	——
1928 席尔 1.0	1930 沙普利 16	1927 奥尔特 6.3
	1933 斯代平 10	1934 普拉斯凯, 皮尔斯 10.0
	1941 巴連拿哥, 庫卡金, 弗洛列 7.8	1938 奥尔特 8
1947 庫卡金 7.2	——	1952 奥尔特, 范得胡斯特, 穆勒 8.2

恒星天文学工作是多种多样的。首先是为以后的研究获得和累积观测資料。属于这一类的有,例如,对大量的恒星、星云、和其他天体測定亮度、光譜型、自行、視向速度的工作。这种工作的成果常編成所研究的天体的表。变星和双星的观测也属于这一类。恒星天文的研究需要大量的資料,要解决某一个問題,有时候是范围很窄的問題,都必須利用这种資料。常常需要花很多工夫来收集关于几百个或几千个恒星的資料,把它們归算到同一个系統,并造出总表来。

其次,需要对所收集的資料进行理論的处理和分析。

观测資料的研究方向可以举出下列几种:(1)借統計方法之助闡明恒星特性的規律性;(2)研究恒星在天空的視分布和它們在空間的真分布;(3)研究恒星的运动;(4)研究恒星系統的动力学,在大多数

情况下都研究星群的平均运动(星群里个别恒星的运动则分别讨论);
(5)研究恒星系统的发展,这方面的研究目前还不多而且是很困难的。

这样从观测到理论又从理论到实践,恒星天文学便发展起来了,愈来愈接近于客观真理的认识。

任何一门理论都是某一领域里的主导思想的总合,它们是从实践中总结出来的,并且不断地受到实践的考验。在恒星系统里所发现和认识到的规律的总合,构成了恒星天文的理论基础。恒星天文学理论的发展帮助确定物质演化的个别方向。

在苏联天文科学里恒星天文学占据了重要的地位。最近20年来恒星天文学在苏联获得了特别大的进展。到目前在苏联恒星天文学中已确立了一些学派和方向,如埃里温,列宁格勒,普耳柯沃和莫斯科学派。此外,在许多其他地方也在进行恒星天文学问题的研究(阿巴斯土曼尼——提比里西,阿拉木图,喀山,克里米亚天体物理观测台,奥德撒,里加,斯维德洛夫斯克,斯大林拿巴得,塔什干)。所有这些学派和方向都由共同的研究问题和一个总计划联系起来。

在埃里温,安巴楚勉和他的同事们在研究年青的星群(星协)和研究星系动力学。在列宁格勒,奥果洛尼可夫(К. Ф. Огородников)和他的同事们在研究星系动力学的问题和恒星的分布。在普耳柯沃天文总台里,德伊奇(А. Н. Дещ)、克拉特(В. А. Крат)、梅耳尼可夫(О. А. Мельников)等人在研究恒星的运动和恒星演化问题。在莫斯科许多天文家在研究恒星天文学的各种问题[伏隆佐夫·威廉米诺夫,库卡金(В. В. Кукаркин),库里柯夫斯基,霍洛玻夫和许多其他的人]。

许多苏联天文台都在测定恒星的各種特性,阿巴斯土曼尼在研究星际吸光问题(瓦沙基泽 М. А. Вашакидзе,哈拉泽 Е. К. Харадзе,等),阿拉木图(费森柯夫 В. Г. Фесенков 和罗日柯夫斯基 Д. А. Рожковский)和克里米亚天体物理观测台(沙因 Г. А. Шаин 等)在研究恒星和弥漫星云的关系,里加(伊考涅克斯 Я. Я. Иканиекс 等)和塔林(库兹涅

Г. Г. Кузьмин, 艾拿斯托 Я. Э. Эйнасто 等) 在研究恒星运动和星系动力学。

§ 2. 銀道坐标 从恒星到我們这里来的光綫, 可以从三个方面去研究它。首先, 可以定出它的方向。其次, 可以研究从星来的光綫的强度, 最后, 研究它的光譜組成。以坐标 α 和 δ 表出的方向和星的距离 r 合在一起, 就可用来研究星的空間位置。在恒星天文学中也研究这三个極坐标由于恒星和太阳的运动而产生的随着时间的变化——星的自行 μ_α, μ_δ 和視向速度 V_r 。在恒星天文学里使用两种球面坐标: 第一是赤道坐标——赤經 α 和赤緯 δ ; 第二是銀道坐标, 它的基本大圓是离开銀河中綫最近的那个称为銀道的大圓。銀道坐标系統是根据对历元 1900.0 而言銀極的赤經 A 和赤緯 D 决定的。選擇了一个固定的历元,

就可不必考虑岁差, 使所得的銀道坐标不依赖于赤道和黄道的位置。銀道坐标不能够直接测定, 只能从赤道坐标换算出来。

在圖 1 中, P 是天極, AQ 是赤道, Π 是銀極, GL 是銀道。星 S 和銀道的角距离 BS 称为銀緯 b , 銀緯和赤緯的量法相似, 从 0 量到 $\pm 90^\circ$ 。銀經 l 是在銀道上按反时針方向从某一个原点到 B 点的

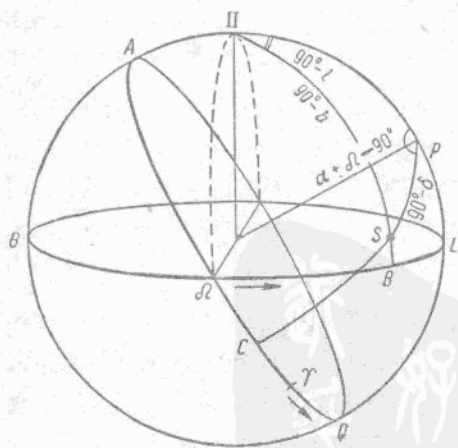


圖 1

弧長。取銀道的升交点做为計量銀經的原点, 升交点即赤道和銀道的一个交点, 順着計算銀經的方向銀河在該点从南半天球进入北半天球; 在圖 1 中这一点以符号 Ω 表示。这样, 星 S 的銀經就是 ΩB 。显然, 升交点的赤經 $\Upsilon Q A \Omega$ (也用 Ω 表示) 和銀赤交角 i 完全决定了銀道坐标

系統。知道 Ω 和 i 同知道 A 和 D 是一样的。这些量之間有下列明显的关系：

$$\Omega - A = 90^\circ, \quad D + i = 90^\circ,$$

現在来推导赤道坐标换算为銀道坐标的公式。

把球面三角公式应用于球面三角形 ΠPS (圖 1), 得

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \sin \delta \cos i - \cos \delta \sin i \sin(\alpha - \Omega), \\ \sin l \cos b &= \sin \delta \sin i + \cos \delta \cos i \sin(\alpha - \Omega), \\ \cos l \cos b &= \cos \delta \cos(\alpha - \Omega), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \sin b \cos i + \cos b \sin i \sin l, \\ -\sin(\alpha - \Omega) \cos \delta &= \sin b \sin i - \cos b \cos i \sin l, \\ \cos(\alpha - \Omega) \cos \delta &= \cos b \cos l. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

公式(1)是将 α 和 δ 换算为 l 和 b 。公式(2)是用来作相反的换算。

也可以把这两組公式变成对数形式,但常用的方法是使用换算表,这种表中間比較好的是奥逊(J. Ohlsson)所編的“倫德天文台赤道坐标换算为銀道坐标的表”(Lund Observatory Tables for the Conversion of Equatorial Coordinates into Galactic Coordinates, Annals of the Observatory of Lund, №. 3, 1932)①。

在这些表里取 $i = 62^\circ$, $\Omega = 280^\circ$, 即 $A = 190^\circ$, $D = 28^\circ$ 。这些数值常称为标准的。这样,升交点就在天鷹座,北銀極在后髮座,南銀極在玉夫座。因为在決定銀極的位置时比較好的情況下准确度只到 $0^\circ.1$, 所以从表查出的 l 和 b 的准确度也不会超过 $0^\circ.1$ 。

如果要更准确地算出 l 和 b , 一般不用公式(1)而用下列公式(式中的数值是和标准銀極对应的):

$$\operatorname{tg} l = 0.46947 \operatorname{tg}(\alpha + 80^\circ) + 0.88295 \operatorname{tg} \delta \sec(\alpha + 80^\circ),$$

① 这个表的縮型列在本書末做为附表一。

$$\sin b = -0.88295 \cos \delta \sin(\alpha + 80^\circ) + 0.46947 \sin \delta.$$

1942 年范都得 (van Tulder) 利用銀聚度大的天体来定出北銀極的位置, 得 $A = 191^\circ.0 \pm 0^\circ.3$; $D = +27^\circ.5 \pm 0^\circ.2$ (历元 1900.0)。

1954 年基里洛娃 (Т. С. Кириллова) 考虑到射电观测的結果定出: $A = 191^\circ.2 \pm 0^\circ.3$; $D = +27^\circ.0 \pm 0^\circ.5$ (历元 1900.0, 誤差是均方誤差)。关于测定的細节, 請参看 § 49。

§ 3. 星等 恒星或其他天体的光綫, 在过观测点和与光綫垂直的平面上形成的照度称为該天体的亮度 (блеск)。以前是用“明度” (яркость) 这个名詞; 但在物理学里“明度”只用于看起来大些的物体 (如太阳) 而不适用于光点 (恒星)。两千年来, 恒星的亮度都用“星等”表示, 这个名詞当然和星的大小沒有任何关系。依巴谷和在他以后的托勒玫就已經把肉眼看得見的星分为六等, 最亮的为 1 等, 最弱的为 6 等。这种分法一直用到今天。

后来發現, 对于同一个星等差, 两个星的亮度比率是一个常数。所以, 按星等順序排列的一組恒星, 其亮度組成一个几何級数。视觉的这种特性只是維伯的心理生理定律的一个特款, 按照这条定律, 某种刺激所产生的感觉的变化和刺激因子的相对变化成正比。

令 dm 为视觉的变化, E 和 dE 为某一物体的亮度和它的变化。則 $dm = -cdE/E$, 其中 c 是一个常数。加一个負号, 是因为亮度减小时星等的数字增加。积分得 $m = -c \ln E + C$, C 是另外一个常数。对于另外一个光源, 用同样的方法得: $m_0 = -c \ln E_0 + C$ 。相减得

$$m_0 - m = c \ln \frac{E}{E_0},$$

$$\text{或} \quad \frac{E}{E_0} = e^{\frac{m_0 - m}{c}} = \left(e^{\frac{1}{c}}\right)^{m_0 - m} = \rho^{m_0 - m}.$$

在此若取 $m_0 - m = 1, 2, 3, 4, \dots$, 就得到 $E/E_0 = \rho, \rho^2, \rho^3, \rho^4, \dots$ 因此亮度以几何級数变化时星等就以算术級数变化。对于 m 等和 n 等的两个星, 剛才推出的式子成为

$$\frac{E_m}{E_n} = \rho^{n-m}. \quad (3)$$

从旧的星等表的研究得出 $\lg \rho$ 接近于 0.4。例如从史天赫星表得 $\lg \rho = 0.45$, 从佛耳夫星表得 $\lg \rho = 0.37$, 从有名的波恩星表(BD)得 $\lg \rho = 0.39$ (从 5 等到 9 等的平等值)。普森(Pogson, 1856)建議, (3) 式里級数的公比 ρ 的对数取为 0.4。

令 $\lg \rho = 0.4$, 得

$$n - m = 2.5 \lg \frac{E_m}{E_n}, \quad (4)$$

如果零等星($n=0$)的亮度取为 1 ($E_n=1$), 則

$$m = -2.5 \lg E_m. \quad (5)$$

m 这个量就称为星等。因此, 星等就是照度(亮度)的常用对数乘上 -2.5 (准确度决定于零点的准确度)。

要把星的亮度比率变成星等差的时候就用(4)式。最好記住: 亮度比率为 1:100 时, 星等差等于 5; 而星等差是 1 时, 亮度比率是 2.5119, 它的对数正是 0.4。若要求双星亮度的和可以用(5)式。

利用普森定則, 可以把星等的概念推广到更亮的星和更微弱的天体。用叶凱士天文台 40 吋折射望远镜目测, 所能看到的最微弱的星是 17 等星。用巴洛瑪山天文台 200 吋反射望远镜照相, 露光 0.5 小时, 可以拍攝到 22.4 等星。明亮的天体的星等是負的。織女星的星等是 $+0^m.1$, 老人星 $-0^m.9$, 天狼星 $-1^m.3$ 。金星最亮时是 $-4^m.4$, 月亮(上弦下弦) -9^m , 望月 $-12^m.6$, 太阳 $-26^m.8$ 。

§ 4. 星等的种类 到現在所討論的只是达到观测者眼睛的恒星輻射量。对于温度不同的光源, 輻射能随波長的分布也是不同的。如果認為恒星輻射接近于絕對黑体的輻射, 那么光譜上能量的分布可以用普郎克公式表出:

$$E_\lambda d\lambda = c_1 \lambda^{-5} (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} d\lambda, \quad (6)$$

其中 c_1 和 c_2 是常数。恒星的总輻射量可以由积分(6)式而得到,积分时要对所有可能的波長积分,即从 0 积分到 $+\infty$ 。然而这还不是星的亮度,因为星的輻射受到地球大气和仪器的光学部份的选择吸收(随波長而不同的吸收),而且由于肉眼对各种波長的輻射的敏感度不同,它对不同波長的光綫的感觉也具有不同的程度。可以用其他的輻射接受器来代替眼睛:如照相底片,光电管等;此外,有时候在接受器之前还擺一个在各个波長具有一定貫穿本领或透明度的滤光器。設 p_λ 是地球大气在波長 λ 处的透明系数, q_λ 是仪器的光学部份的透明系数, r_λ 是所用滤光器的透明系数, ε_λ 是眼睛或其他接受器对波長为 λ 的輻射的敏感系数。則接受器所得出的恒星亮度 E 可以用下式表示:

$$E = \int_0^\infty E_\lambda p_\lambda q_\lambda r_\lambda \varepsilon_\lambda d\lambda,$$

因为 E_λ 曲綫的每一条縱坐标都必須乘以上列的系数,这些系数一般說来都小于 1,最大也不过等于 1。

在表 1 中列出系数 p_λ , q_λ , r_λ 和 ε_λ 的数值。系数 q_λ 是对具有两个鍍銀的返光鏡面的反射望远鏡而言, r_λ 是对黄色滤光器而言, ε_λ 是对正常的眼睛、正常的照相底片、和具有鉀光电管的光电光度計而言。

表 1

λ ($m\mu$)	p_λ	q_λ	r_λ	ε_λ		
				眼 睛	照相片	光电管
300	0.49	0.02	0.00	0.00	0.00	0.02
350	0.61	0.47	0.00	0.00	0.25	0.06
400	0.71	0.69	0.00	0.00	0.90	0.29
450	0.80	0.80	0.00	0.07	1.00	1.00
500	0.86	0.84	0.59	0.32	0.40	0.17
550	0.88	0.85	0.78	1.00	0.00	0.04
600	0.89	0.86	0.78	0.63	0.00	0.00
650	0.92	0.88	0.78	0.11	0.00	0.00
700	0.94	0.89	0.78	0.00	0.00	0.00