

高等学校教学用书

材料力学教程

上册 第二分册

M. M. 費洛宁軻-鮑罗第契主編

高等教育出版社

高等学校教学用书



材料力学教程

上册 第二分册

M. M. 費洛宁軒-鮑罗第契主編
陶学文譯

高等教育出版社

本書系根据蘇聯國立技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的費洛寧柯-鮑羅第契（М. М. Филоненко-Бородич）主編，費洛寧柯-鮑羅第契（М. М. Филоненко-Бородич）、依魯莫夫（С. М. Изюмов）、奧利索夫（Б. А. Олисов）、庫特略甫采夫（Н. Н. Кудрявцев）、馬里清諾夫（Л. Н. Мальчинов）合著“材料力學教程”（Курс сопротивления материалов）1955年版第一冊第四版修訂本譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教科書。

原書分第一、第二兩冊，中譯本相應地分為上下二冊，上冊又分為第一、第二兩分冊出版。原書新版第一冊可成獨立部分，適用於一切需要詳細學習材料力學的專業；第二冊則是第一冊中某些專門問題的深入研究，是一般專業可以不學的。第一冊內容除緒論外包括第一至第七篇，分述：拉伸和壓縮，剪切，彎曲，扭轉，組合強度，材料強度，彈性平衡形式的穩定性，動力學問題，彈性系統的一般計算方法等共十八章。中譯本上冊第二分冊包括第三篇至第七篇，分述：扭轉，組合強度，材料強度等以下共十一章。

中譯本上冊由陶學文同志翻譯。

本書上冊原由商務印書館出版，根據新版重譯後改由本社出版。

材 料 力 學 教 程

上冊 第二分冊

М. М. 費洛寧柯-鮑羅第契主編

陶學文譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 15910-243 開本 850×1168 1/32 印張 99/16 字數 244,000

一九五三年十一月商務初版（共印 13,000）

一九五六年十一月上海新一版

一九五六年十一月上海第一次印刷

印數 1-11,000

定價(10) 1.40

上册 第二分册 目錄

第三篇 扭轉

第八章 圓断面直桿的扭轉	339
§ 95. 应力和外力間的靜力学关系	339
§ 96. 扭轉时的变形	341
§ 97. 扭轉理論的基本关系式。剪应力公式	344
§ 98. 扭轉时的主应力	346
§ 99. 軸受扭轉的計算。扭矩圖	348
第九章 非圓断面桿的扭轉和螺旋彈簧計算	355
§ 100. 矩形断面桿的扭轉	355
§ 101. 薄壁桿的扭轉	357
§ 102. 小螺距螺旋彈簧的計算	359

第四篇 組合强度

第十章 直桿的組合强度	364
§ 103. 力在桿上作用的普遍情形	364
§ 104. 納維埃应力面和正应力普遍公式	367
§ 105. 斜弯曲。零綫。求撓度	370
§ 106. 梁受斜弯曲的計算	373
§ 107. 不在一个平面內的力所引起的弯曲	378
§ 108. 拉伸或壓縮和弯曲同时作用	380
§ 109. 偏心拉伸(壓縮)	382
§ 110. 在桿的主平面內的偏心拉(压)力	385
§ 111. 断面核心	389
§ 112. 弯曲和拉伸(壓縮)同时作用的計算例	393
§ 113. 圓断面桿受弯曲和扭轉同时作用	395
§ 114. 矩形断面桿受弯曲和扭轉同时作用	399
§ 115. 折軸桿(剛架)的弯矩圖和扭矩圖的繪制	402
§ 116. 曲柄軸	404
第十一章 平面曲梁	407

§ 117. 平面曲梁的弯曲問題的提出	407
§ 118. 正应力公式的導出	408
§ 119. 正应力公式的研究	417
§ 120. 曲梁受弯时正应力公式的另一形式	421

第五篇 材料的强度

第十二章 强度理論 426

§ 121. 概論	426
§ 122. 第一强度理論	430
§ 123. 第二强度理論	433
§ 124. 第三强度理論	437
§ 125. 莫尔理論	442
§ 126. 能量理論	448
§ 127. 按照各种强度理論的計算公式	455
§ 128. 关于强度計算理論的目前狀況	458

第十三章 材料的机械性質 461

§ 129. 材料的構造和破坏方式。塑性和脆性状态	461
§ 130. 重复荷重所引起的屈服極限的提高	464
§ 131. 蠕滑。后效和松弛	465
§ 132. 彈性滞后現象	468
§ 133. 温度对金屬机械性質的影响	469
§ 134. 变形速度对材料机械特性值的影响	469
§ 135. 金屬的疲劳	471
§ 136. 疲劳極限圖以及疲劳極限和循环特性的分析关系	477
§ 137. 各种因素对疲劳極限的影响	485
§ 138. 应力集中的影响	488
§ 139. 許可应力和安全系数。振动强度的計算	494

第六篇 彈性平衡形式的穩定性。动力学問題

第十四章 縱弯曲 503

§ 140. 穩定的和不穩定的平衡形式	503
§ 141. 欧拉問題	504
§ 142. 有偏心距时的縱弯曲	510
§ 143. 各种桿端固定情形	513
§ 144. 欧拉公式的应用範圍。彈性極限以后的縱弯曲	518
§ 145. 縱弯曲的实际計算方法	521
§ 146. 縱橫弯曲	526

§ 147. 縱橫彎曲情形的安全系数	530
第十五章 慣性力对应力和变形的影响	533
§ 148. 由於运动而發生的应力, 慣性力	533
§ 149. 彈性桿受撞击时的应力	541
§ 150. 受撞击物体質量的影响	548
§ 151. 彈性桿內的变形傳播速度	551
第七篇 彈性系統的一般計算方法	
第十六章 虛位移原理应用在彈性桿	555
§ 152. 虛位移原理, 廣义力和廣义位移	555
§ 153. 靜定系內力的确定	559
§ 154. 虛位移原理应用在彈性桿	563
§ 155. 雷次-鉄木生可方法	567
§ 156. 彈性平衡的穩定問題	569
第十七章 莫尔方法	575
§ 157. 方法的根据	575
§ 158. 桿內力的功	577
§ 159. 彈性桿的虛位移原理的普遍方程式	581
§ 160. 功的互等定理	585
§ 161. 位移記号系統	588
§ 162. 桿系的彈性位移的普遍公式	590
§ 163. 大螺距螺旋彈簧的計算	600
第十八章 靜不定桿系	607
§ 164. 一个多余未知量的桿系	607
§ 165. 大曲率桿弯曲时的靜不定情形	611
§ 166. 几个多余未知量的桿系	614
§ 167. 标准方程組及其簡化, 彈性中心	618
§ 168. 彈性能, 卡斯的諾定理	625
§ 169. 最小功原理	630
俄華人名对照表	
中俄名詞对照表	

第三篇 扭轉

第八章 圓断面直桿的扭轉

§ 95. 應力和外力間的靜力學關係

桿的扭轉發生在當力垂直於桿軸，但不和軸相交的時候（圖 280）。實際上，例如軸的傳動皮帶的拉力，連桿在軸的曲柄銷上的壓力等，都是這種力。

每一個力 $P_1, P_2, P_3, \dots$ （圖 280, a）我們都可按靜力學規則移到桿軸上^①，帶有附加力偶 $M = Pa$ （圖 280, b 和 c），使桿繞這軸線迴轉。移動後得一力系和以前力系相等，且移動後的力引起桿的彎曲，而附加力偶引起扭轉。

如果桿的變形不大，而其中的應力不超過比例極限，則我們可用作用獨立性原理，獨立於彎曲而研究扭轉。我們將假定，作用在桿上的各力處在平衡狀態。於是移動力時的附加力偶也將互相平衡^②。

只有圓断面桿的扭轉問題可以

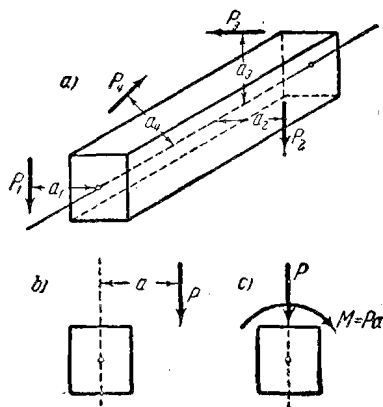


圖 280.

① 在垂直於軸線的平面內。

② 此時桿可能在靜止狀態，也可能作繞本身軸線的等速迴轉。后者發生在當軸受扭轉時。

用材料力学的初等方法解决。別种断面的桿的扭轉理論复雜多，而用彈性理論的方法解决。

为簡單計，先看一端固定，另端加扭轉力矩的桿（圖 281）。固定端

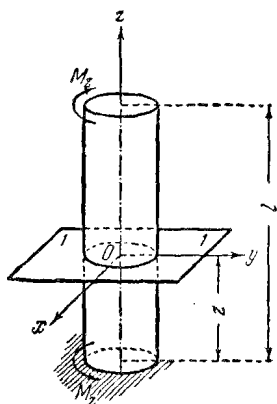


圖 281.

反力当然是一个相等而相反方向的力矩。

桿受扭轉时，桿軸 z 顯然还是直的，而固定端的断面是不动的。其余断面將繞 z 軸轉，且断面离固定端愈远，断面轉角愈大。上端断面的轉角最大，叫作桿的总扭角。

为了求得桿的内力，用通常方法，即用垂直於軸 z ，离固定端任意距离的一个平面 1—1 把桿切开，去掉桿的

一个部分，例如上面部分，而把它对下面部分的作用拿作用在断面上的單元力來代替。

这些力將和作用在去掉部分的外力相平衡，即化为在断面平面内的一个力偶。其力矩 M_z 叫作在該断面的扭矩。这就是認為在桿的任一橫断面內只有剪应力的根据。

其实，如果許可在断面上有正应力 σ ，則内部正力系 σdF 一般說來可三个坐标成分： ΣZ ， ΣM_y 和 ΣM_x 不等於零，而这和化为一力偶 M_z 的外力等值条件是相矛盾的（軸 x, y 是中心軸）^①。

按 § 63 證明的，在断面周界任一点的应力 τ 方向沿周界切線，即垂直於半徑。

自然地假定在断面所有其他各点应力也在垂直於对应的半徑的方向。現在來寫單元剪力 τdF 力系和桿的去掉部分外力的相等条件。

① 断面內存在正力，只有在它們形成平衡力系这条件下才是可能的。問題的精确研究証明，圓断面上虽也有正应力，但在彈性变形的極限以內，和剪应力相比是極其微小的。

τdF 力系的三个坐标成分顯然等於零：

$$\sum Z = \sum M_x = \sum M_y = 0,$$

因而恆等於外力的对应坐标成分；使 τdF 的其余三个坐标成分和外力的坐标成分相等，得到如下三个相等条件：

$$\int_F \tau dF r = M_z, \quad (8.1)$$

$$\int_F \tau dF \sin \alpha = 0, \quad (8.2)$$

$$\int_F \tau dF \cos \alpha = 0, \quad (8.3)$$

式中 τdF 是任一單元面積 dF 上的剪力， r 是对 z 軸的内力臂或單元面積的半徑向量， α 是半徑对軸 x 的傾角（圖 282）。

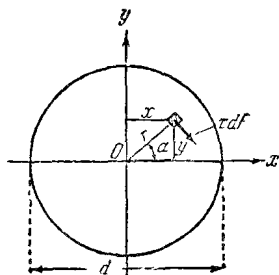


圖 282.

这里如同在弯曲理論中一样 (§ 58)，我們得到有無數个未知 τ 值（在積分号下）的三个方程的一个不定方程組。所以轉而研究变形，这变形可以說明断面上剪应力分佈規律。

§ 96. 扭轉时的变形

对圓桿扭轉时变形的明晰的概念，可借表面画有平行於圓周和母線的矩形格子的橡皮模型得到（圖

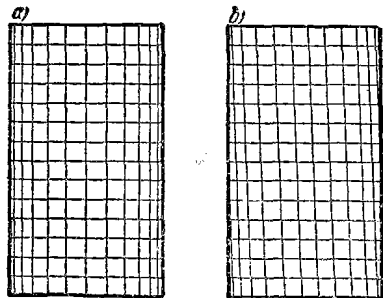


圖 283.

283, a)。

如果把模型的一端固定，另端加扭矩，則格子取圖 283, b 所示形狀。此时母線傾斜，变成桿表面的螺旋線。至於圓周，則形狀不变，各圓周間的距离，在扭角小的情形是不变的。我們假定在表面所看到的变形情形，在桿內和外表同心的任

一圓柱面上也一样。

这个假定顯然就等於說桿的橫断面平面在变形后仍是平面,且各平面間的距离不变。这样,桿的变形可看作橫断面繞桿軸在扭矩方向旋轉的結果,且断面不翹曲,而其半徑仍是直線。断面轉角,顯然在断面离固定端愈远时就愈大。

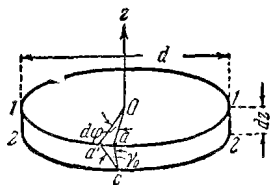


圖 284.

以后研究变形时,应用在弯曲理論中所应用的 (§ 58) 相同的方法。用任一断面 1—1 (圖 281) 和离 1—1 为 dz 处所作的与之隣近断面 2—2, 从桿中取出薄平片 (圖 284)。变形后, 断面 1—1 對於断面 2—2 旋轉一个單元角, 用 $d\varphi$ 表示^①。在断面平面 1—1 內作半徑 aO 在圓片面上作生成線段 ac 。变形后, 半徑 aO 轉一角度 $aOa' = d\varphi$, 而線段 ac 和初位置傾斜一角度 aca' 。顯然, 角 aca' 是在平片表面上的剪角。这角用 γ_0 表示。

不难从圖 284 确定角 γ_0 和 $d\varphi$ 間的关系。三角形 $a'ac$ 有 $aa' = a \operatorname{ctg} \gamma_0 \approx dz \gamma_0$ 。另方面, aa' 是中心角 $d\varphi$ 所对的弧。因此, $a'a = aO d\varphi = \frac{d}{2} d\varphi$, 其中 d 是断面直徑。使所寫等式的右边相等, 得到:

$$\gamma_0 = \frac{d}{2} \frac{d\varphi}{dz}. \quad (8.4)$$

等式 (8.4) 表示桿表面的剪角。但是这样的几何关系, 按照上面關於变形的假定, 在半徑为 r 而和外表同心的圓柱表面仍是有效的。所以, 在等式 (8.4) 中把 $\frac{d}{2}$ 代上 r , 就得到表示桿內任一点的相对剪变形的式子:

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dz}. \quad (8.5)$$

① 研究断面間相对旋轉时, 可在圖 284 上認為断面 2—2 是不动的。

为了对扭轉时变形有更清晰的概念,用三組面把所研究的桿分成各無限小的單元体: 1) 用一組垂直於軸的面把桿分成薄圓片; 2) 用一組徑向平面(通过軸綫的)把圓片分成中心角無限小的扇形; 3) 用一組隣近柱狀面把扇形分成各別單元体(圖 285)。每一个这样的單元体,由於尺寸小而可看作是長方六面体的。在桿受扭轉时,單元体將在垂直於半徑的平面內受純剪,这就証明了上面所說的關於桿內剪应力方向的假定。

圖 286 上画了二个作为扇形單元体構成部分的矩形單元体的变形,指明了作用在單元体上面的(即在橫断面上的)剪应力^①。

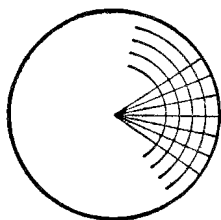


圖 285.

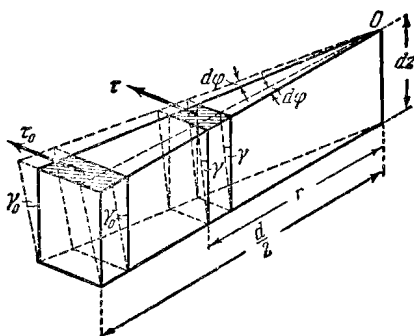


圖 286.

等式(8.5)表明了, 矩形單元体剪角和离桿軸的距离 r 成比例, 因而在表面上达到了最大值 γ_0 (圖 286)。等式(8.5)中的比值 $\frac{d\varphi}{dz}$ 是桿長方向距离一單位長度的二断面的相对轉角, 叫作相对扭角。用 θ 表示, 等式(8.5)改寫如下:

$$\gamma = r\theta. \quad (8.5')$$

① 为了使圖上不致看不清楚, 圖 286 上沒有画單元体其他面上的相等的剪应力。这些參見下面 § 98。

§ 97. 扭轉理論的基本关系式。剪应力公式

由变形的研究确定了受扭圓桿的元素受純剪后,我們用剪的虎克定律:

$$\tau = G\gamma, \quad (8.6)$$

轉而从所得的基本方程式得出結論。把(8.5)中的 γ 值代進(8.6),得如下的桿断面任一点剪应力的式子:

$$\tau = G\theta r. \quad (8.7)$$

这等式虽然只是过渡的結果,但已完全表明剪应力 τ 和單元面 dF 的極坐标的函数关系;剪应力和單元面的向量半徑 r 成比例,而和中心

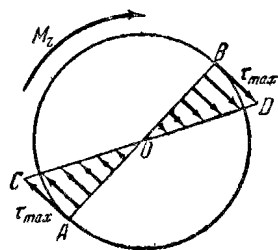


圖 287.

角 α 無关。因此在断面中心,应力等於零,应力在半徑方向依直線規律增加,直到在断面周界处單元面上达到最大值。在任一直徑 AB 方向的应力变化規律可以在直徑二端点有最大縱距 AC 和 BD 的直線 COD 表示(圖 287)①。現在回到靜力方程(8.1), (8.2)

和(8.3)。把(8.7)的 τ 值代進(8.1), (8.2)

和(8.3),我們得到一組有一个未知数 θ 的三个方程。如果把 τ 值代進方程(8.2)和(8.3)后,其左边部分恆等於零,这組方程的同时存在(協調)就得到保証。这說明我們所作的关于变形的假定跟內力和外力平衡的条件不相矛盾。至於未知量 θ , 則不难由方程(8.1)定出。代進 τ 值:

$$\int_F \tau dF \sin \alpha = G\theta \int_F r \sin \alpha dF = 0, \quad (8.2')$$

$$\int_F \tau dF \cos \alpha = G\theta \int_F r \cos \alpha dF = 0. \quad (8.3')$$

① 应力方向在越过零点时,当然改变到相反方向;这样,所有單元內力的力矩都是同一个方向的。

現在(圖 282)改用單元面的直角坐标,注意到:

$$r \sin \alpha = y,$$

$$r \cos \alpha = x。$$

於是得到方程組協調条件为如下形式:

$$G\theta \int_F y dF = 0, \quad G\theta \int_F x dF = 0, \quad (8.8)$$

因为 $G\theta$ 不等於零,所以如果

$$\int_F y dF = 0; \quad \int_F x dF = 0,$$

則等式 (8.8) 即滿足。这二積分是断面積对 x 和 y 軸的靜力矩。因为軸 x 和 y 都是中心軸,所以二个協調条件都是滿足的。

我們注意到,不僅在桿的圓断面,而且一般地在有二个对称軸的断面,当桿受扭轉时断面是繞其重心轉的,即扭轉軸和桿軸是重合的。因而,这些断面的重心处的应力等於零。相反的,在只有一个对称軸的断面,或者不对称断面,断面所繞以旋轉的点,一般說來,是不和重心相重合的,因而扭轉軸線和桿軸是不重合的。

現在把(8.7)中的 τ 值代進剩下的靜力方程(8.1):

$$\int_F \tau dF r = G\theta \int_F r^2 dF = M_s。$$

注意到代入后所得積分是断面对其中心的極慣性矩 J_p , 我們求得相对扭角 θ 为:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \theta = \frac{M_s}{GJ_p}, \quad (8.9)$$

公式(8.9)是扭轉理論中的基本关系式,因为它是問題所有三个方面的綜合。乘積 GJ_p 叫作圓桿扭轉时的剛度。

对照比較拉伸,弯曲和扭轉的基本公式:

$$\varepsilon = \frac{N}{EF}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}, \quad \theta = \frac{M_s}{GJ_p},$$

我們再一次看出,它們是在每一現象以其特殊形式表現同一个变形和

力之間比例性的虎克定律。

从公式(8.9)容易由積分得到桿的总扭角的式子,即其端断面的轉角的式子:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z dz}{GJ_p} = \frac{M_z l}{GJ_p}, \quad (8.10)$$

因为現在(圖 281)外力力矩 M_z 在桿的所有断面都是一样的。

剩下要導出扭轉时剪应力的最終公式。为此,把(8.9)中的值 θ 值代進(8.7),化簡后得到:

$$\tau = \frac{M_z r}{J_p}, \quad (8.11)$$

对应的剪应力分佈規律前已在圖 287 上表示了。最好注意公式(8.10)和(8.11)跟拉伸和弯曲的对应的公式是很相似的:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF}; \quad \sigma = \frac{My}{J}.$$

§ 98. 扭轉时的主应力

根据剪应力互等定律,公式(8.11)确定了横断面上的剪应力,同时也确定了桿的直徑断面上單元面積的剪应力,即在研究桿的变形时会分割成的單元体的侧面的剪应力(圖 286)。

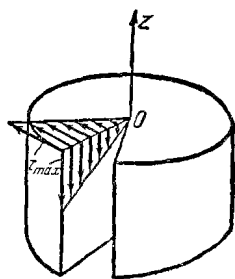


圖 288.

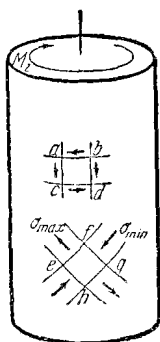


圖 289.

圖 288 表示桿横断面內的和直徑(縱向)断面內的互等的剪应力。

現在再研究斜断面上的应力。研究桿的強度时,只需研究緊靠断面周界的單元面的应力,因为扭轉时桿受应力最大的單元体在表面旁。我們自桿的外表薄層以二个直徑断面和

二个橫断面取出矩形單元体 $abcd$ (圖 289)。單元四边作用有剪应力, 其方向和扭矩相適應, 示如圖。边上正应力等於零, 因此, 單元体受到純剪。但是大家知道, 純剪时在斜面上也是有正应力的。最大的正应力, 即主应力, 作用在和边成 45° 的斜面上, 而且二个主应力是異号的。二主应力的数值則等於單元体边上剪应力的数值(参看 § 28):

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau_{\max}。$$

由此可得出結論, 自外層以四个平面取出的和母線成 45° 角的矩形單元体 $efgh$ (圖 289), 一方向受拉伸而在垂直方向受相等的压縮。因此, 圓桿扭轉时, 最大拉应力和最大压应力發生在近表面处, 方向和母線成 45° 角。

現在我們用 § 32 所講的 (σ_1, σ_2) 圖來表示圓桿受扭轉时的应力状态。在圖上取截距 $\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_p}$ 和 $\sigma_{\min} = -\frac{M_z}{W_p}$, 我們發現桿表面处的应力状态由 M 点表示(圖 290)。但是因为 在 桿的任意点 $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau$, 所以在半徑方向, 二主应力从桿表面到桿軸也按直線規律(8.11)減小, 和剪应力減小的規律相同。因此, 圖上表示桿内各点应力状态的点子位於等分角線 OM 上。

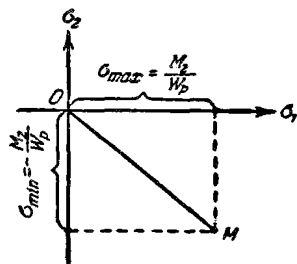


圖 290.

圓桿受扭轉的無數實驗的結果和上面所講理論極相符合。在理論方面, 用扭轉實驗以校核剪切理論的意義特別重要, 因为純剪在實驗室中不能直接實現, 在實質上不是主要現象, 而是伴随其他現象(拉压、弯曲、扭轉)一起發生的現象。这些現象中, 最便於作剪切理論之實驗校核的就是扭轉, 这时候, 桿的單元体受到純粹形式的剪。特別是, 从扭轉實驗可定出剪切彈性系数 G 。为此, 用精密仪器量出一定長度和直徑的桿的总扭角 φ ; 以及相应的扭矩 M_z 。之后, 系数 G 由等式(8.10)計算出。

圓桿受扭轉時的破壞总是由表面开始，近表面处是作用着最大应力的。同时，不同材料制成的桿的破坏的性質極不相同。木桿的破坏是从形成縱向裂縫开始的，这是因为木材順紋抗剪能力比垂直木紋方向抗剪能力弱很多。所以桿直徑断面內的剪应力 $\tau_{\max}$ 是破坏的原因。

在脆性材料（鑄鉄，混凝土等）桿中，开始破坏时在表面上出現和母線成 45° 角的螺旋形裂縫。顯然，主拉应力在这里是破坏的原因，因为脆性材料抵抗拉应力的能力是較其抵抗剪应力的能力差的。脆性材料桿的破坏性質如圖 291 所示。

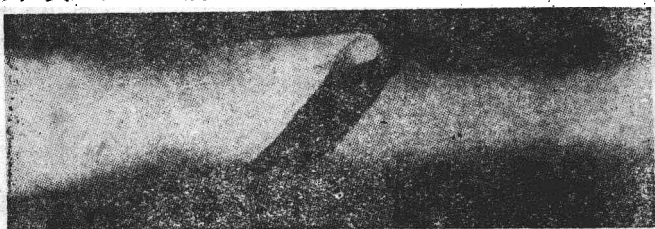


圖 291.

在塑性材料（軟鋼，黃銅）桿中，在靜荷重作用下，破坏之前先有开始於桿表面的巨大塑性变形。試件通常是沿橫断面剪坏的。

§ 99. 軸受扭轉的計算。扭矩圖

上節結論是根据二端受相等相反扭矩的桿得到的（圖 281）。实际

上，外加扭轉力偶（力矩）常加在桿的几个断面。也会遇到沿長度連續分佈的扭轉力矩。例如，設作放在几个軸承上的傳動軸的計算（圖 292, a），裝在軸上的皮帶輪的作用以圖示方向的力矩表示。如果不計算軸承摩擦以及其

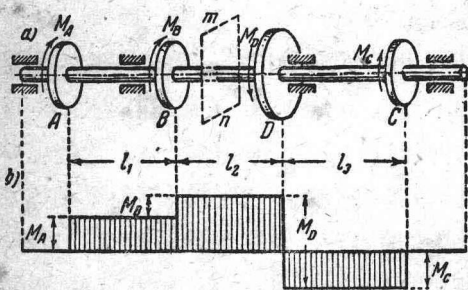


圖 292.

他不利的阻力，則在作等速迴轉時，主動皮帶輪 D 的力矩將和 其 余 皮帶輪 A, B, C 的由工作機器的阻力引起的力矩平衡：

$$M_A + M_B + M_C - M_D = 0。$$

設需要求某断面 $m-n$ 內的應力。切開後，去掉軸的任一部分，例如左邊一部分，我們看到左邊外力化成一個力偶 $M_x = M_A + M_B$ ，這就是断面 $m-n$ 的扭矩。由平衡條件知道断面右邊加在軸上的力矩的代數和和左邊力矩相等而符號（方向）相反。所以往後約定断面中的扭矩 M_x 指的是断面一邊的各力矩的代數和。在此處，不必給扭矩 M_x 規定任何符號規則，像對於彎矩所做的那樣，因為公式(8.11)定出的剪應力符號的改變，即使表示剪應力的方向變到相反，也不可能在桿的強度上有所反映。

為了找危險断面，最好仿照彎曲情形作出表示扭矩沿軸長變化規律的扭矩 M_x 圖。因為現在軸受集中力矩，顯然在 AB, BD 和 DC 各段中，每段的所有断面的扭矩是不變的，而在通過各段接界時有突然變化。取力矩 M_A 的方向為正，順次計算所有各段的扭矩，得到圖 292, b 所示的圖。

如果使主動皮帶輪 D 和任一邊緣皮帶輪 A 或 C 交換位置，則容易看出，最大扭矩增大了。因此最好把主動皮帶輪放在近軸的中點，使其余皮帶輪的力矩和尽可能二邊相同。

從這個例子可以看出扭矩圖画法極簡單，在學過前面的關於彎矩各章之後，對於讀者不會有什麼困難。

為求圓桿危險断面中的計算（即最大的）剪應力，在公式(8.11)中將變值 r 代上 $\frac{d}{2}$ ，其中 d 是断面直徑：

$$\tau_{\max} = \frac{M_x \frac{d}{2}}{J_p}。$$

和彎曲中相似，我們把極慣性矩和最遠點到中心的距離，即和断面