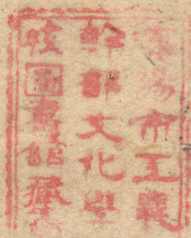


車工应用代数和三角

陈家芳 鍾云芳 編



科技卫生出版社

車工应用代数和三角

陈家芳 鍾云芳編

科技卫生出版社

內 容 提 要

本書介紹有关車工在日常应用到的代数和三角，并且將代数和三角应用到实际工作中去。全書共分三章，第一章是代数，内容包括：代数的概念，代数的加減乘除，一元一次方程式，二元一次方程式，因式分解，和一元二次方程式等。第二章是三角，内容包括：定义，勾股弦定理，特別角函数值，直角三角形和斜三角形解法等。第三章是代数和三角的应用实例，内容包括：圓錐体，各种螺絲，各种齿輪，偏心的裝夾法和金属切削过程等的計算方法。在这一章中对各个公式都作了詳細的証明，并举了很多例子。

本書內容是由淺入深，理論結合实际的，对車床工人在实际操作中帮助很大。作为具有高小程度的工人同志自学用書是非常适宜的。同时也可作为工程技術人員，技工学校和技工訓練班教师参考之用。

車工应用代数和三角

陈家芳 鍾云芳 編

*

科技卫生出版社出版

(上海南京西路2004号)

上海市書刊出版业營業許可証出093号

上海土山灣印刷厂印刷 新华書店上海发行所总經售

*

开本 787×1092 純 1/32 印張 2 5/8 字數 55,000

(原科技版印 50,000 冊)

1958年11月新1版 1958年11月第1版第1次印刷

印数 1—15,000

統一書号：13 · 69

定价：(10) 0.38 元

目 錄

第一章 代 数

1. 代数的概念

一、代数的目的	1	五、指数	2
二、代数的符号	1	六、代数式的值	2
三、代数式	1	七、正数和負数	2
四、因数和系数	1		

2. 代数式的加减乘除

一、單項式与多項式	3	四、減法	4
二、同类項与不同类項	3	五、乘法	5
三、加法	3	六、除法	6

3. 一元一次方程式

一、等式	7	三、一元一次方程式的解法	8
二、移項	8		

4. 二元一次联立方程式

一、何謂联立方程式	9	二、二元一次联立方程式的解法	10
-----------	---	----------------	----

5. 因式分解

一、何謂因式分解	11	四、完全平方三項式	13
二、提出公因式	11	五、兩項平方之差	13
三、分組分解	12	六、立方之和或差	14

6. 一元二次方程式

一、何謂一元二次方程式	15	公式	15
二、一元二次方程式的求根		三、一元二次方程式的解法	15

第二章 三 角

一、定义.....	16	六、等腰三角形的解法.....	23
二、勾股弦定理.....	18	七、等边三角形的解法.....	24
三、 $30^\circ 45^\circ 60^\circ$ 的三角函数值.....	19	八、斜三角形（正弦定理和余弦定理）及其解法.....	24
四、三角函数表的用法.....	21		
五、直角三角形的解法.....	22		

第三章 代数和三角的应用实例

1. 圓錐體計算

一、圓錐體的斜角計算.....	30	五、用鋼球測量圓錐孔的大頭直徑.....	33
二、用取弦長的方法來代替車床小拖板應轉動的角度.....	31	六、用正弦棒測量圓錐體斜角.....	34
三、移動尾架車圓錐體的計算.....	31	七、用塊規和鋼球測量圓錐體斜角.....	35
四、用鋼球測量圓錐孔的斜角.....	32		

2. 螺絲計算

一、英制(55°)螺絲的深度計算.....	36	算.....	38
二、公制(60°)螺絲的深度計算.....	36	六、用三針測量螺絲的平均直徑.....	40
三、梯形(29°)螺絲的頂寬計算.....	37	七、螺旋角計算.....	42
四、蝸杆(29°)的頂寬和底寬計算.....	37	八、螺絲底徑計算.....	42
五、蝸杆(40°)的頂寬和底寬計			

3. 齒輪計算

一、傘齒輪的節錐角計算.....	43	齒輪節錐角的計算.....	45
二、傘齒輪的齒頂角計算.....	44	五、螺旋正齒輪的外徑計算.....	48
三、傘齒輪的外徑計算.....	45	六、鏈輪的節徑計算.....	49
四、兩軸相交不等於 90° 的傘		七、蝸輪的計算.....	50

4. 在自來夾頭上車偏心時的墊片厚度計算

5. 正四角与正六角計算

一、正四角形的对角尺寸計算...52 | 二、正六角形的对角尺寸計算...52

6. 勾股弦定理之应用

一、破碎皮帶輪求原来直徑的計算.....53	三、皮帶長度計算.....54
二、圓球的計算.....53	四、用鋼球測量內孔直徑的計算.....56

7. 金属切削过程的計算

一、切屑寬度計算.....57	的計算.....58
二、切屑厚度計算.....58	四、切削力計算.....59
三、車刀高于中心(或低于中心)而使后角减小(或增大)	五、圓形样板刀刃口低度計算...60

附 表

三角函数表	62
平方、立方、平方根、立方根、圓周、圓面积表.....	70

第一章 代 数

1. 代数的概念

一、代数的目的

代数学是用文字代替数字运算的一种方法，在算术中我們見到 $3 \times 5 = 15$ ，如果用代数学中普通使用的文字(拉丁文字母)去代替上面数字的話，那么就会感觉更方便些，例如 $LW = A$ ($L = 3, W = 5, A = 15$)。从这里还可以看出文字 L, W, A 可以代表任何三个数，而不象数字 3、5、15 三个数字的固定。

二、代数的符号

运算符号 $+, -, \times, \div$

关系符号 $=$

結合符号 $(), [], \{ \}$ 均和算术相同，但是数字和文字，文字和文字間的乘号，可省去或用一点来代替，例如： $2 \times a$ 写成 $2a$ ， $b \times x$ 写成 bx ， 2×3 写成 $2 \cdot 3$ 。

三、代数式

將文字(或数字与文字)用計算符号連接起来的式子叫代数式，为了方便起見，有时簡称为式子，例如： $ab, 2x + 1, \frac{5x}{a}$ 等。

四、因数和系数

几个数連乘，每一数就是乘积的因数。例如： $6 \times a \times x = 6ax$ ，則 $6, a, x$ 就称为 $6ax$ 的因数，把一数分成几个因数，以其中一个因数为 主，則其他因数称为此因数的系数，例如：在 $6ax$ 中， x

的系数是 $6a$ ，反过来也可以說 6 的系数是 ax 。系数是数字的，称为数字系数；系数是文字的，称为文字系数。如果数字系数是 1 时，可以把 1 省略不写。

五、指数

写在数字或文字右上方的数字叫指数，例如： 5×5 写成 5^2 ，2 是 5 的指数；叫做 5 的平方，或叫做 5 的二次幂（幂讀密）；又 $a \cdot a \cdot a$ 写成 a^3 ，叫做 a 的三次方或叫做 a 的三次幂；又 $b \cdot b \cdot b \cdot b$ 写成 b^4 ，叫做 b 的四次方或叫做 b 的四次幂；又 $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$ 写 $x^2 y^3$ ，叫做 x 平方乘 y 三方。

六、代数式的值

如果代数式中，已經知道每一文字的数值等于几个时，可以將数值分別代入式子里去，然后計算全式的数值。

設 $a=2$, $b=3$, 求 $a+b=?$

解: $a+b=2+3=5$

設 $x=4$, $y=5$, 求 $5x-2y=?$

解: $5x-2y=5 \cdot 4-2 \cdot 5=20-10=10$

設 $m=2$, $n=4$, 求 $m^3 n^2=?$

解: $m^3 n^2=2^3 \cdot 4^2=2 \cdot 2 \cdot 2 \times 4 \cdot 4$
 $=8 \times 16=128.$

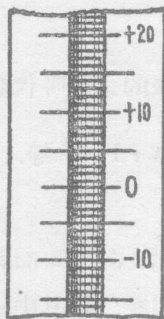


图 1

七、正数和負数

在算术中所研究的数，是沒有正数和負数的，但是代数学中的数，除了表示数值的大小以外，并且还能指出方向，例如图 1 中所示的寒暑表刻度來說，在 0 以上的数叫正数(+)，在 0 以下的数叫負数(-)，零不算正数也不算負数，+0，-0 和不加符号

的 0 都是相同的. 去掉 +, - 符号的数值叫绝对值, 例如: +5 的绝对值是 5, -5 的绝对值也是 5.

2. 代数式的加减乘除

一、单项式与多项式

数字或文字前置有 +, - 符号的叫单项式, 例如: -10 , $+a$, 乘积 $ax \cdot by$, 除商 $\frac{bc}{a}$, 乘方 a^2x^3 等, 把单项式连接起来的式子叫多项式, 例如: $a + axy + \frac{bc}{a}$ (注意: 首项如果是正数时, + 号可以省略不写, 例如: $+a$ 写成 a)

二、同类项与不同类项

只有数字系数不同的代数项, 叫做同类项, 例如: $8x$ 和 $5x$, $6ax$ 和 $8ax$, $3ax^2$ 和 $4ax^2$ 等. 不同类项是指文字不同, 或文字同而指数不同的代数项, 例如: $8x$ 和 $5y$, $6ax$ 和 $8bx$, $3ax^2$ 和 $4ax^4$ 等.

三、加法

代数式加法和算术加法的主要区别是在于 +, - 符号关系 (+, + 和 -, - 叫同号, +, - 和 -, + 叫异号)

(a) 同号的同类项相加, 只要把各数的绝对值相加后, 在和的前面附一个同样的符号便可.

(6) 异号的同类项相加, 先把同号各数的绝对值相加, 然后用二者中大数的和, 减去小数的和, 再附以绝对值较大的符号便得, (注意: 不同类项是不能相加的).

【例】求 $4ab$, $5ab$, $3ab$ 之和

【解】 $4ab + 5ab + 3ab = 12ab$

【例】求 $5ab, -7ab, -11ab, 4ab$ 之和

【解】 $-7ab + (-11ab) + 5ab + 4ab = -18ab + 9ab = -9ab$

【例】求 $3ab, 4ac, 8ad$ 之和

【解】 $3ab + 4ac + 8ad$ (此为不同类项, 故不能相加)

(B) 多项式与多项式相加时, 只要将同类项写在同一直行内, 然后再由左到右求各项的代数和。

【例】求 $3a - 4b + 6c, -4a + 5b - 5c, -7a + 4b - 8c$ 之和

【解】

$$\begin{array}{r} 3a - 4b + 6c \\ -4a + 5b - 5c \\ +) -7a + 4b - 8c \\ \hline -8a + 5b - 7c (\text{答}) \end{array}$$

四、减法

减法和加法相似, 只有同类项才能相减, 方法是先变减数的符号, 再加于被减数。

【例】求 $100x, 30x$ 之差

【解】 $100x - (30x) = 100x + (-30x) = 70x$

【例】求 $-10a, -4a$ 之差

【解】 $-10a - (-4a) = -10a + 4a = -6a$

【例】求 $3ab, -6ab$ 之差

【解】 $3ab - (-6ab) = 3ab + 6ab = 9ab$

(a) 多项式与多项式相减时, 只要将同类项写在同一直行内, 然后照单项式方法相减

【例】求 $8x^3 - 9x^2 + 5x - 8, 3x^3 + 6x^2 - 10x + 4$ 之差

【解】

$$\begin{array}{r} 8x^3 - 9x^2 + 5x - 8 \\ -) 3x^3 + 6x^2 - 10x + 4 \\ \hline 5x^3 - 15x^2 + 15x - 12 (\text{答}) \end{array}$$

(注意: 計算乘时要依指数的大小来排列, 由大到小叫降幂, 由小到大叫升幂, 例如上題所举的排法叫降幂)

五、乘法

代数式乘法和算术乘法的主要区别也在于+、-符号关系.

(a) 同号数相乘, 其乘积为正数(+乘+得+, -乘-得+)

(b) 异号数相乘, 其乘积为负数(+乘-得-, -乘+得-)

(B) 几个乘数相乘时, 数字系数相乘, 文字的指数相加

【例】求 $2xy, 3x^2y^3$ 之积

【解】 $2xy \cdot 3x^2y^3 = 6x^3y^4$ ($2 \cdot 3 = 6, x \cdot x^2 = x^{1+2} = x^3,$
 $y \cdot y^3 = y^{1+3} = y^4$)

【例】求 $3ab^3, -4a^2b^2$ 之积

【解】 $3ab^3 \cdot (-4a^2b^2) = -12a^3b^5$ (注意: $\cdot$ 号可省略不写)

(r) 多项式和多项式相乘, 只要将同类项排在同一直行内, 然后照算术乘法相乘.

【例】求 $a+4, a+3$ 之积

【解】

$$\begin{array}{r} a+4 \\ a+3 \\ \hline 3a+12 \\ a^2+4a \\ \hline a^2+7a+12(\text{答}) \end{array}$$

【例】求 $2ab+4ac, 3ab-3ac$ 之积

【解】

$$\begin{array}{r} 2ab+4ac \\ 3ab-3ac \\ \hline -6a^2bc-12a^2c^2 \\ 6a^2b^2+12a^2bc \\ \hline 6a^2b^2+6a^2bc-12a^2c^2(\text{答}) \end{array}$$

六、除法

除法是乘法的倒數，在除法里， $+$ ， $-$ 符號的決定和乘法相同。

(a) 數字係數相除，文字的指數相減

【例】求 $40a^3b^6$ 除以 $10ab^3$ 之商

【解】

$$\frac{40a^3b^6}{10ab^3} = 4a^2b^3$$

$$\left(\frac{40}{10} = 4, \frac{a^3}{a} = a^{3-1} = a^2, \frac{b^6}{b^3} = b^{6-3} = b^3 \right)$$

【例】求 $27a^2b^3c^2$ 除以 $-9a^2bc^2$ 之商

【解】

$$\frac{27a^2b^3c^2}{-9a^2bc^2} = -3b^2 \left(\text{注意: } \frac{a^2}{a^2} = \frac{c \cdot c}{c \cdot c} = 1 \right)$$

(6) 多項式與多項式相除時，先用被除數的第一項除以除數的第一項，得第一商數項，再用除數乘以商數，從被除數減去除數與商數的乘積，其餘數為新被除數；再以除數第一項除新被除數（即余數）得一商數，以此第二商數項乘以除數，又從余數減去此項乘積，以此類推，直到被除數除盡為止。

【例】求 $a^2 - 2ab + b^2$ 除以 $a - b$ 之商

【解】

$$\begin{array}{r} a-b \quad (\text{答}) \\ a-b \overline{) a^2 - 2ab + b^2} \\ \underline{a^2 - ab} \\ - ab + b^2 \\ \underline{- ab + b^2} \\ 0 \end{array}$$

【例】求 $6x^2 - 12x - 18$ 除以 $2x - 6$ 之商

【解】

$$\begin{array}{r}
 3x+3 \quad (\text{答}) \\
 2x-6 \overline{) 6x^2-12x-18} \\
 \underline{6x^2-18x} \\
 6x-18 \\
 \underline{6x-18} \\
 0
 \end{array}$$

3. 一元一次方程式

一、等式

两个代数式之間用等号相连接起来, 就叫做等式. 等式前后两个代数式, 叫做等式的两边.

例如: $x+x=2x$

等式有这样几个性质:

(a) 等式的两边, 加上相同的数, 其和仍为等式(图 2a).

如 $a=c$ 則 $a+x=c+x$

(b) 等式的两边, 减去相同的数, 其差仍为等式.(图 2b)

如 $a=c$ 則 $a-x=c-x$

(c) 等式的两边, 乘以相同的数, 其积仍为等式.

如 $a=c$ 則 $ax=cx$

(d) 等式的两边, 除以相同的数, 其商仍为等式.

如 $a=c$ 則 $\frac{a}{x} = \frac{c}{x}$ (注意: 除数不可为 0)

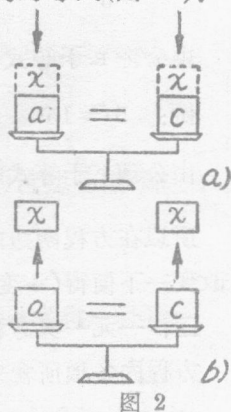


图 2

上面的四个等式, 都是不証自明的公理, 我們叫它为普通公理(或等式公理), 这些公理是在解方程式时作为依据的.

如果等式中的文字, 用任何数值去代入后, 結果总是相等的, 我們叫它为恒等式. 例如: $x+3x=4x$ (这里的 x 可以代表任

意数值)

如果等式中的文字，必定要用特別数值去代入后，才能相等，則我們叫它为方程式。例如： $5x - 2 = 8$ (这里的 x 必須为 2)

二、移項

应用上面四个普通公理，我們便可得到移項的方法。

例： $x - 6 = 4$

由公理 a 于等式的两边同加 6 得 $(x - 6) + 6 = 4 + 6$ $x = 10$ 。

例： $x + 5 = 9$

由公理 b 于等式的两边同减 5 得

$$(x + 5) - 5 = 9 - 5 \quad x = 4.$$

例： $\frac{x}{6} = 5$

由公理 b 于等式的两边同乘 6 得 $\frac{x}{6} \times 6 = 5 \times 6$ $x = 30$ 。

例： $5x = 15$

由公理 r 于等式的两边同除 5 得 $\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$ $x = 3$ 。

所以在方程两边的項，可以任意互移，只要把原来的运算符号改变一下便得（+ 变 -，- 变 +， $\times$ 变 $\div$ ， $\div$ 变 $\times$ ）

三、一元一次方程式的解法

方程內各項所含未知数的次数，不超过一的，叫做一次方程，一次方程所含的未知数只有一种的，叫做一元一次方程式。它的标准式是 $ax + b = 0$

(通常以 x 代表未知数， a 和 b 代表已知数)

例：解 $7x + 9 = 2x + 24$

解法步驟：

(a) 用移項法則，把含有未知数的項移在一边，不含未知数

的項移在另一边

$$7x - 2x = 24 - 9$$

(6) 两边化簡, 合并同类項

$$5x = 15$$

(B) 移系数便可得方程式的根(即未知数之值)

$$x = \frac{15}{5}$$

$$x = 3$$

(r) 把求得的根, 代入原式中驗算, 若能使原式成恒等式, 这个根便合于原方程式.

驗算

$$7x + 9 = 2x + 24$$

$$7 \times 3 + 9 = 2 \times 3 + 24$$

$$30 = 30 \quad (\text{故 } 3 \text{ 为原方程式的根})$$

例: 解 $\frac{x}{6} + 2 = \frac{x}{4} + 1\frac{3}{4}$

以各項分母的最小公倍数 12 乘以等号两边各項, 即可去其分母得 $2x + 24 = 3x + 21$

$$-x = -3$$

$$x = 3 \quad (\text{注意: 两边同乘一号得+号})$$

4. 二元一次联立方程式

一、何謂联立方程式

含有数值相同的根的两个或多个方程, 就叫做联立方程, 其中含有两个未知数的两个一次方程, 我們就叫它二元一次联立方程式.

例: $4x - 6 = 6$ 为一元一次方程式

$5x - 2y = 9$ 為二元一次方程式

合起來就叫做二元一次聯立方程式

二、二元一次聯立方程式的解法

二元一次聯立方程式的解法有三種：即加減消去法，代入消去法，比較消去法。這三種的解法，都是使兩個未知數，消去成為一個未知數（即消元法）。現在我們只述加減消去法一種，

$$\text{例： 解 } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \cdots \cdots (1) \\ 2x + 3y = 12 \cdots \cdots (2) \end{cases}$$

上題我們可以很清楚地看出 (1) 式含有 $-3y$ ，(2) 式含有 $+3y$ ，如果將 (1) 式和 (2) 式相加，則可把 y 項消去

$$\begin{array}{r} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \\ \hline 6x \quad \quad = 18 \end{array}$$

解一元一次式 $6x = 18$ ，得 $x = 3$ 。把 x 的數值代入聯立方程式的任何一個方程式里，便可得 y 的值。

如 代入 (1) 式 $4 \times 3 - 3y = 6$

$$12 - 3y = 6$$

$$-3y = 6 - 12$$

$$-3y = -6$$

$$y = 2$$

$$\text{例： 解 } \begin{cases} 4x + 3y = 32 \cdots \cdots (1) \\ 6x + 2y = 38 \cdots \cdots (2) \end{cases}$$

此題中的 (1) 和 (2) 式的 x 系數和 y 系數都沒有相同的，所以用上題方法直接相加或相減都不可能消去一元，因此我們首先要將準備消去的未知數的系數變為相同後，再照上題方法消去，如在此聯立方程式內，我們準備消去 x ，

$$(1) \times 3 \text{ 得 } 12x + 9y = 96 \cdots \cdots (3)$$

$$(2) \times 2 \text{ 得 } 12x + 4y = 76 \cdots \cdots (4)$$

$$\text{將}(3) - (4) \text{得 } 5y = 20$$

$$y = 4.$$

$$\text{代入}(1) \text{式 } 4x + 3 \times 4 = 32$$

$$4x = 32 - 12$$

$$4x = 20$$

$$x = 5.$$

由上面兩題解得結果，我們知道加減消去法的法則：

- (a) 使兩個方程式中的兩個未知數之間，有一個係數相同；
 (b) 如果兩個係數相同的未知數是同號（即 $+$ ， $+$ 或 $-$ ， $-$ ）

我們用減法，如果是異號，則用加法；

- (B) 將所得的值，代入原方程式內，便可得另外一未知數之值。

5. 因式分解

一、何謂因式分解

我們在算術里，學習分數約分的時候，要先學會質因數分解，在代數里的因式分解，基本上也是乘法的倒轉，所不同的，無非是以文字去代替數字（在代數學的目的上已說明），用式子來加以研究歸納，以便遇着這種形式的式子時，就可把它分成熟悉的某種形式的兩個因式。

二、提出公因式

如果多項式的各項，都含有係數的公約數或同文字的公因式時，我們可將公約數或公因式提放在括弧外，

$$\text{例： } a^2 + ab + ac + ad = a(a + b + c + d)$$