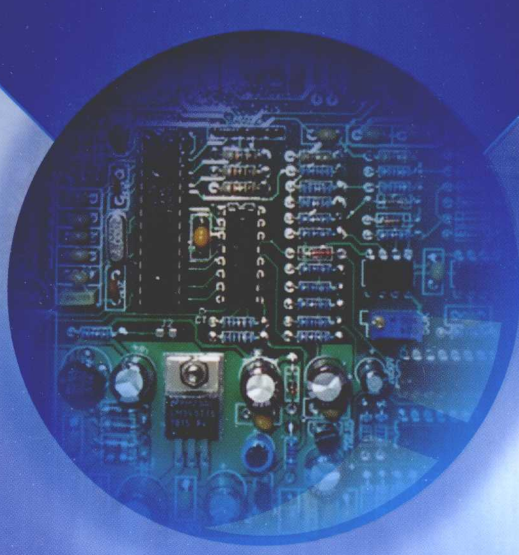
高职高专"十一五"规划教材

SHUZI DIANZI JISHU

数字电子技术

蒋正萍 等编著



化学工业出版社

高职高专“十一五”规划教材

数字电子技术

蒋正萍　刘　虹　张　松　李小平　编著

化学工业出版社
·北京·

本书共9章，包括逻辑函数基础、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲信号的产生与整形、Multisim9 快速入门、Multisim9 在数字电路中的应用和数字电子技术实验。

本书是作者根据自己多年的教学实践编写而成的，从数字电子技术应用和设计的角度出发，系统地介绍了数字电路的基本组成单元及各种典型电路，讲解了数字电路的基本概念、基本分析方法和设计方法，最后还简介了数字电路仿真技术和应用开发工具。各章均附有例题、习题和实验实训指导书。

本书可以作为高职高专院校有关专业讲授数字电子技术课程的教材，也可供从事电子技术工作的工程技术人员学习参考。

图书在版编目（CIP）数据

数字电子技术/蒋正萍等编著. —北京：化学工业出版社，2009.8

高职高专“十一五”规划教材

ISBN 978-7-122-05767-9

Ⅰ. 数… Ⅱ. 蒋… Ⅲ. 数字电路-电子技术-高等学校：技术学院-教材 Ⅳ. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 108097 号

责任编辑：王听讲　　文字编辑：鲍晓娟

责任校对：战河红　　装帧设计：韩　飞

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街13号　邮政编码 100011）

印　　装：大厂聚鑫印刷有限责任公司

787mm×1092mm　1/16　印张 15½　字数 406 千字　　2009 年 9 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）　售后服务：010-64518899

网　　址：http://www.cip.com.cn

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：26.00 元

前 言

数字电子技术是一门专业基础课程。在信息科学技术飞速发展的今天，数字电子技术的地位显得越来越重要，在工业控制技术、现代计算机技术、通信技术、家用电子技术等许多领域都广泛应用数字电子技术。学好数字电子技术这门课程，既可以为后续专业课程的学习打下坚实的基础，又能为数字电子技术的应用准备必要的知识和能力。本书是针对应用型本科教育和高职高专教育对数字电子技术的教学要求而编写的。本书一方面注重基础理论知识的传授，另一方面更注重应用能力的提高。在内容的安排上，除了常规的教学内容以外，还增加了数字电子技术仿真及应用开发方面的内容。通过计算机进行电路仿真，电子线路的分析、设计与仿真工作都可通过轻点鼠标来实现，不仅为电子线路设计者带来了无尽的乐趣，而且大大提高了电子设计工作的质量和效率。

在选材上，本书注重对基本知识、经典基本理论和方法的介绍。同时，又力求反映近年来电子技术的新发展，并介绍新器件及其应用。“数字电子技术”是一门重要的且理论和实践都相对较强的专业基础课。针对教学特点，本书侧重于阐明基本物理概念、电路的工作原理和应用，尽量减少繁琐冗长的数学运算，力求做到深入浅出，循序渐进；同时为便于读者自学，书中每章末附有大量的习题。为了加深对基本概念的理解，学以致用，书中附有大量的实例和实验实训内容，并介绍了一些实际应用中需要解决的各种问题。

全书共分 9 章。第 1 章论述了数字信号及数字电路的特点，介绍了数制和码制、逻辑代数和逻辑函数的化简；第 2 章介绍了构成数字逻辑电路的核心单元电路——门电路、TTL 门电路及 MOS 门电路的组成、工作原理、主要参数和使用注意事项；第 3 章介绍了组合逻辑电路的分析和设计方法，并介绍了常用的典型基本组合逻辑部件及应用；第 4 章论述了组成时序逻辑电路的单元电路——触发器及其应用；第 5 章介绍了时序逻辑电路的分析、设计方法，典型时序逻辑电路——计数器、寄存器及其应用；第 6 章介绍了脉冲波形的产生电路和整形电路；第 7 章通过一个典型实例使读者熟悉仿真软件（Multisim）的电路绘制、仿真、分析过程；第 8 章介绍仿真软件（Multisim）在数字电路设计中的一些典型应用，为读者深入理解数字电路的基本理论，掌握数字电路测试和仿真的常用方法，为真实电路设计和调试奠定基础；第 9 章给出了 10 个数字电子技术课程实验。讲授本课程约需 60 学时。

本书第 1 章、第 3 章、第 4 章和第 6 章由刘虹编写，第 2 章和第 5 章由蒋正萍编写，第 7 章和第 8 章由张松编写，第 9 章和附录由李小平编写。全书由蒋正萍统稿和定稿。

限于编者水平，不妥之处，恳请读者批评指正。

编著者

2009 年 4 月

目　录

第 1 章　逻辑函数基础

数字电路课程主要研究数字电路的输出与输入之间的逻辑关系，这种输入变量决定输出变量取值的逻辑关系体现了输出与输入之间的逻辑函数关系。本章首先阐述各种基本逻辑关系，然后介绍逻辑函数的表示方法，逻辑函数的一般公式和定理，及逻辑函数的化简。通过本章的学习，读者应掌握逻辑函数的各种表示方法，熟悉逻辑函数常用的公式和定理，能熟练地对逻辑函数进行化简。

1.1　逻辑函数的逻辑关系

逻辑关系又称为逻辑运算关系，就像普通代数里的加、减、乘、除等运算关系一样，输入变量与输出变量的逻辑关系也有各种不同的"运算"关系。

1.1.1　三种基本的逻辑关系

逻辑函数用到的逻辑运算关系有很多种，但最基本的关系只有"与"、"或"、"非"三种，所有的逻辑关系都是由这三种基本的逻辑关系组合而成的。

1. 逻辑与

在"与"这种因果逻辑关系中，只有决定事件发生的所有的条件成立，结果才会发生，只要其中有一个条件不成立，结果都不会发生。

如果把每个条件用一个逻辑变量来表示，如 A、B、C 等，结果也用一个变量来表示，如 Y，用逻辑运算符号"·"表示与逻辑关系，那么一个二输入条件的与逻辑关系可以用逻辑表达式表示为

$$Y=A\cdot B$$

读成 Y 等于 A 与 B。

数字电路中常用信号 0 和 1 来表示两种截然不同的状态。在与逻辑关系中，条件不成立的状态用 0 来表示，条件成立的状态用 1 表示。同样，结果不发生的状态用 0 表示，结果发生的状态用 1 表示，这样，与逻辑关系也可以用表格的方式描述出来，如表 1-1 所示。

表 1-1　逻辑与真值表

输　入		输　出
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

在二输入逻辑与关系中，由于输入变量只有 2 个，每个输入变量只可能出现条件成立或不成立两种状态，即只能取 0 或 1 两种取值，所有可能出现的输入就是 $2^2=4$ 种，在每一种可能出现的输入下，按与的定义对应得到这时的输出变量 Y 的取值，列在表的右列，构成了反映与逻辑关系的真值表。

当输入 $AB=00$ 时，表示 A、B 两个条件都不成立，由此产生的与输出结果不发生，因此此时 $Y=0$；

当输入 $AB=01$ 时，表示 A 条件不成立，B 条件成立，由此产生的与输出结果不发生，$Y=0$；

当输入 $AB=10$ 时，表示 A 条件成立，B 条件不成立，由此产生的与输出结果不发生，

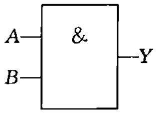


图 1-1　与逻辑电路符号

$Y=0$；

当输入 $AB=11$ 时，表示 A、B 条件都成立，由此产生的与输出结果发生，$Y=1$。

可见，从真值表上，也能够直接表达出输出状态与输入状态的逻辑关系。

显然，从与逻辑关系可以看出，当 0 和 0 相与时，两个条件都不成立，结果一定是 0；0 和 1 相与时，有一个条件不满足，结果为 0；只有当 1 和 1 相与时，所有条件都满足，结果为 1，用表达式表示为

$$0\cdot 0=0$$
$$0\cdot 1=0$$
$$1\cdot 1=1$$

与逻辑关系也可以用逻辑电路符号来表示，如图 1-1 所示。

2. 逻辑或

在“或”这种因果逻辑关系中，只要所有的条件中有一个条件成立，结果就会发生，除非所有条件都不成立，结果才不会发生。

对二输入或逻辑关系，如果把两个条件用 A、B 分别表示，结果用 Y 表示，或的逻辑运算符号“+”表示，那么或逻辑关系可以用逻辑表达式表示为

$$Y=A+B$$

读成 Y 等于 A 或 B。

这样的二输入逻辑或关系可以用表 1-2 所示的真值表表示，当输入 $AB=00$ 时，A、B 两个条件都不成立，$Y=0$；

$AB=01$ 或 10 时，只有一个条件成立，结果成立，$Y=1$；

$AB=11$ 时，两个条件都成立，结果仍然成立，$Y=1$。

由或逻辑关系可以得到

$$0+0=0$$
$$0+1=0$$
$$1+1=1$$

或逻辑关系用逻辑电路符号表示如图 1-2 所示。

表 1-2　或逻辑真值表

输　入		输　出
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

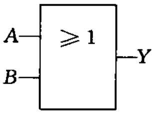


图 1-2　或逻辑电路符号

3. 逻辑非

逻辑非又称为逻辑求反，在这种因果逻辑关系中，条件成立，结果不成立，条件不成立。结果反而成立。也就是说，在逻辑上，条件与结果是相反的。这种逻辑关系的逻辑表达式表示为

$$Y=\overline{A}$$

读成 Y 等于 A 非，或 Y 等于 A 的反。

如果条件成立用“1”表示，条件不成立用“0”表示，结果成立用“1”表示，结果不

成立用“0”表示，非逻辑关系的真值表如表 1-3 所示。

非逻辑关系的逻辑电路符号如图 1-3 所示。需要注意的是，输出端有一个小圆圈，用以表示求反。

表 1-3　非逻辑真值表

输入	输出
A	Y
0	1
1	0

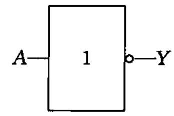


图 1-3　非逻辑电路符号

由非逻辑关系可以看出，1 的反是 0，0 的反是 1，表示为

$$\overline{0}=1$$
$$\overline{1}=0$$

1.1.2　由基本逻辑关系组成的复合逻辑关系

数字电路中，除了三种基本的逻辑关系外，还有由它们组成的一些复合逻辑关系也用得很多，常用的有以下几种。

1. 与非逻辑关系

顾名思义，与非逻辑关系是由与逻辑关系和非逻辑关系复合而成的，先进行与逻辑运算，然后进行非逻辑运算。这种逻辑关系可表示为

$$Y=\overline{A\cdot B}$$

显然

$$\overline{0\cdot 0}=1$$
$$\overline{0\cdot 1}=1$$
$$\overline{1\cdot 1}=0$$

与非逻辑关系的逻辑电路符号如图 1-4 所示。

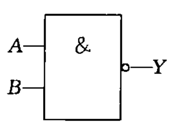


图 1-4　与非逻辑电路符号

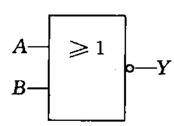


图 1-5　或非逻辑电路符号

2. 或非逻辑关系

或非逻辑关系是先进行各输入变量的或运算，然后将运算结果进行非运算。它可以用逻辑表达式表示为

$$Y=\overline{A+B}$$

显然

$$\overline{0+0}=1$$
$$\overline{0+1}=0$$
$$\overline{1+1}=0$$

或非逻辑关系的逻辑符号如图 1-5 所示。

3. 与或非逻辑关系

与或非逻辑关系可以表示为

$$Y=\overline{AB+CD}$$

其逻辑电路符号如图 1-6 所示。

4. 异或和同或

定义异或为

$$Y_1 = A\overline{B} + \overline{A}B = A \oplus B$$

定义同或为

$$Y_2 = \overline{A}\,\overline{B} + AB$$

列出异或和同或的真值表如表 1-4 所示。

表 1-4 异或和同或真值表

输　入		输出	
A	B	Y_1	Y_2
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

比较异或和同或在各种输入情况下的输出取值可以发现，同或与异或始终是相反的，因此有

$$Y_1 = A\overline{B} + \overline{A}B = A \oplus B = \overline{\overline{A}\,\overline{B} + AB}$$

异或逻辑电路符号如图 1-7 所示。

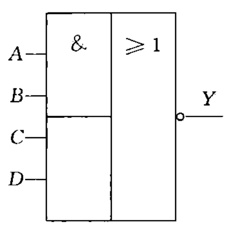


图 1-6　与或非逻辑电路符号

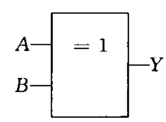


图 1-7　异或逻辑电路符号

1.2　常用逻辑函数的表示方法

一个逻辑函数问题，可以根据其不同特点，选用多种不同的表示方法来描述，常用的逻辑函数的表示方法主要有逻辑函数表达式、逻辑真值表、逻辑电路图、卡诺图等。

1.2.1　逻辑函数的表示方法

1. 逻辑表达式

逻辑表达式是表示逻辑函数输入输出关系最常用的方法。它是用与、或、非等运算符号表示函数中各个变量之间逻辑关系的代数式子。如 $Y=A+BC$ 就是一函数表达式。

逻辑表达式用最基本的逻辑运算符号直接表示了各个变量之间的逻辑关系，使用起来简洁方便，同时很容易进行运算和转换。如果将逻辑表达式中的相应运算符号用门电路的逻辑电路符号代替，很容易实现逻辑电路图。但是在逻辑函数比较复杂时，难以直接从变量取值看出函数的值。

一个函数表达式可以以多种不同的函数形式出现，如

与或表达式：$Y=AB+\overline{B}C$

与非-与非表达式：$Y=AB+\overline{B}C=\overline{\overline{AB+\overline{B}C}}=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{B}C}}$

与或非表达式：$Y=AB+\overline{B}C=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{B}C}}=\overline{(\overline{A}+\overline{B})(B+\overline{C})}$

$$=\overline{\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{B}+\overline{B}\,\overline{C}}=\overline{\overline{A}B+\overline{B}\,\overline{C}}$$

或非-或非表达式：$Y=\overline{\overline{A}B+\overline{B}\,\overline{C}}=\overline{\overline{A+\overline{B}}+\overline{B+C}}$

或与表达式：$Y=\overline{\overline{A+\overline{B}}+\overline{B-C}}=(A+\overline{B})(B+C)$

函数表达式出现的形式不同，就可以用不同的逻辑关系来实现它，这为我们灵活地使用逻辑电路图实现逻辑函数带来了方便。

2. 逻辑真值表

逻辑真值表是一张将逻辑函数的所有输入变量取值组合与函数值相对应的表格。

在列写真值表时，将 n 个输入变量的 2^n 种取值组合列在真值表的左列，对应的函数值列在其右列。如 $Y=A\cdot B$ 的真值表如表 1-1 所示，其输入变量有两个，在真值表的左列列出了输入变量的名称及其对应的四种变量取值组合，而在每种取值情况下对应的函数值 Y 列在了它的右列。

在列真值表时，为了避免变量取值组合有遗漏或者重复，可以从变量取值为全 0 的组合开始，下一个取值组合只需在前一个取值组合基础上加 1 即可获得，这样当各变量的取值为全 1 时，所有 2^n 种取值组合就刚好全部列完。如需要列一个关于 A、B、C 三变量的逻辑真值表时，其八种变量取值首先从 $ABC=000$ 时开始，下一个组合在 000 的基础上加一得到 001，其下个组合又可以在 001 的基础上加一得到 010，一直当 $ABC=111$ 时，所有八个组合就写完了，而且不会产生遗漏和重复。

真值表表示逻辑函数简单明了，输入变量的取值一旦确定以后，就可以在真值表中查出对应的函数值。在把一个实际逻辑问题抽象成逻辑函数时，使用真值表最方便。但是，当变量数目比较多的时候，真值表显得很繁琐，并且无法直接利用真值表进行化简。

3. 逻辑电路图

用逻辑电路符号表示各种逻辑关系所构成的电路叫逻辑电路图。

由于逻辑电路图中的逻辑符号和实际使用的电路器件有着明显的对应关系，因此逻辑图很接近工程实际。在需要了解数字电路的逻辑功能或者制作数字设备时，都需要用到逻辑电路图。

1.2.2　逻辑函数表示方法间的转换

既然一个逻辑问题可以用真值表、表达式或逻辑电路图来表示，那么这几种表示方法之间一定可以相互转换。

1. 由表达式转换为其他形式

(1) 由表达式转换成真值表　若已知一个逻辑函数的函数表达式，将表达式中所有输入变量的取值组合列入表的左列，然后根据表达式计算各组合所对应的函数值，对应列在表的右列，即可完成函数表达式转换为真值表。

【例 1-1】 某逻辑函数的表达式为 $Y=ABC+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}$，试用真值表表示该逻辑函数。

解： 首先将输入三个变量 A、B、C 的 8 种取值组合列于真值表左列，然后计算出每一种输入组合下对应的函数值 Y，填在右列。如当 $ABC=000$ 取值时，算出 $ABC=\overline{A}\,\overline{B}C=\overline{A}B\overline{C}=A\overline{B}\,\overline{C}=0$，结果 $Y=0$，在真值表左列取值为 000 所对应的右列填 Y 的值为 0；同理，当 $ABC=001$ 时，$ABC=\overline{A}B\overline{C}=A\overline{B}\,\overline{C}=0$，$\overline{A}\,\overline{B}C=1$，结果 $Y=1$，将 1 填在对应的右列，依此类推，将 8 种组合对应的 Y 值全部填上，完成表达式转换为真值表如表 1-5 所示。

表 1-5　例 1-1 真值表

输　入			输　出
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

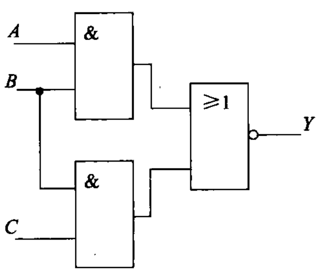


图 1-8　例 1-2 逻辑电路图

（2）由表达式转换为逻辑电路图　前面也讲过，只要用相应的逻辑电路符号将逻辑表达式的运算关系按先后顺序表示出来，就可以完成逻辑表达式到逻辑电路图的转换。

【例 1-2】　将函数 $Y=\overline{AB+BC}$用逻辑电路图表示出来。

解： 分析原函数表达式可以知道，在这个逻辑关系中，首先要实现变量 A、B 相与和 B、C 相与，两部分的与的结果再或非，根据这样的运算顺序，先用两个与门实现 A、B 相与和 B、C 相与，两个与门的结果作为或非门的输入，或非门的输出即为函数 Y。实现电路如图 1-8 所示。

2. 由真值表转换为其他形式

如果逻辑函数是以真值表的形式出现的，根据以下转换步骤，可将真值表转换为逻辑表达式。

第一步，在真值表中挑选出所有使函数值为 1 的变量取值组合；

第二步，将每一个选出的变量取值组合对应写成一个由各变量相与的乘积项，在此过程中，如果某变量取值为 1，该变量以原变量的形式出现在乘积项中，如果某变量取值为 0，则该变量以反变量的形式出现在乘积项中，如当 $ABC=010$ 时，对应写成的乘积项就是 $\overline{A}B\,\overline{C}$；

第三步，将所有写出的乘积项相或，即可得到该函数的表达式。

【例 1-3】　将表 1-6 所示某逻辑函数的真值表用函数表达式表示出来。

解： 观察真值表可见，使函数值 Y 为 1 的变量取值组合一共有 4 个，即 $ABC=000$、

表 1-6　例 1-3 真值表

输　入			输　出
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

010、011、111，它们所对应的乘积项可以写为

$$ABC=000\rightarrow\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$$

同理

$$ABC=010\rightarrow\overline{A}B\,\overline{C}$$

$$ABC=011\rightarrow\overline{A}BC$$

$$ABC=111\rightarrow ABC$$

故函数表达式为

$$Y=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\,\overline{C}+\overline{A}BC+ABC$$

如果需要函数的逻辑电路图，需要先将真值表转换为函数表达式，再由函数表达式画出逻辑电路图即可。

1.3　逻辑函数常用公式和规则

为了更深入地讨论逻辑函数的应用，这里将学习到逻辑函数相关的一些公式和定理规则，同时，也常用这些基本公式和规则对函数表达式进行化简或变换。

1.3.1　基本公式

1. 常量与常量间的关系

根据与、或、非的基本定义，常量与常量间的基本运算关系有

$$0\cdot 0=0 \qquad 1+1=1$$

$$0\cdot 1=0 \qquad 0+1=1$$

$$1\cdot 1=1 \qquad 0+0=0$$

$$\overline{0}=1 \qquad \overline{1}=0$$

这些常量间的运算关系是可以直接由与、或、非的定义得出的，也叫做公理，是不需要证明的。

2. 常量与变量间的关系

$$A\cdot 0=0 \qquad A+1=1$$

$$A\cdot 1=A \qquad A+0=A$$

$$A\cdot\overline{A}=0 \qquad A+\overline{A}=1$$

$A\cdot 0=0$ 说明当一个变量和 0 相与时，无论该变量的取值为 0 或者取值为 1，其结果一定为 0。

$A\cdot 1=A$ 说明当一个变量和 1 相与时，其结果取决于该变量，如果变量取值为 0，则结果为 0，若变量取值为 1，则结果为 1。

$A\cdot\overline{A}=0$ 说明一个变量与它的反变量相与，结果一定为 0。因为如果该变量取值为 0，则与的结果一定是 0，而如果该变量取值为 1，那么它的反变量一定取值为 0，相与的结果还是 0。

$A+1=1$ 说明当一个变量和 1 相或时，无论该变量的取值为 0 或者取值为 1，其结果一定为 1。

$A+0=A$ 说明当一个变量和 0 相或时，其结果取决于该变量，如果变量取值为 0，则结果为 0，若变量取值为 1，则结果为 1。

$A+\overline{A}=1$ 说明一个变量与它的反变量相或，结果一定为 1，因为如果该变量取值为 1，则或的结果一定是 1，而如果该变量取值为 0，那么它的反变量一定取值为 1，相或的结果还是 1。

3. 变量与变量间的关系

逻辑函数中，常见的变量与变量间的关系有如下这些基本公式：

$A \cdot B = B \cdot A$ $\qquad$ $A+B=B+A$

$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ $\qquad$ $(A+B)+C=A+(B+C)$

$A \cdot (B+C) = A \cdot B + B \cdot C$ $\qquad$ $A+BC=(A+B)(A+C)$

$A \cdot A = A$ $\qquad$ $A+A=A$

$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ $\qquad$ $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$\overline{\overline{A}} = A$

$A \cdot B = B \cdot A$ 和 $A+B=B+A$ 说明，在与运算及或运算时，哪个变量写在前面，哪个变量写在后面对运算结果没有影响。

$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ 和 $(A+B)+C=A+(B+C)$ 说明，在多变量进行相与或者相或时，其运算结果与变量的运算顺序无关。

$A \cdot (B+C) = A \cdot B + B \cdot C$，这个公式的形式和普通代数一样，说明在多个乘积项相或时，有公因子可以提取公因子。

$A+BC=(A+B)(A+C)$，该公式和普通代数的形式相差很大，大家需要特别关注。

$A \cdot A = A$ 说明一个变量和它本身相与，结果还是它本身。因为在二变量相与时，如果两个条件相同，那么当该条件成立，则所有条件都成立，结果成立，如果该条件不成立，所有条件都不成立，结果也不成立。

$A+A=A$ 说明一个变量和它本身相或，结果还是它本身。因为在二变量相或时，如果两个条件相同，那么当该条件成立，则所有条件都成立，结果成立，如果该条件不成立，所有条件都不成立，结果也不成立。

$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$说明当多个变量进行与非时，若想去掉上面的非号，则需将各变量分别取反，各变量间的运算关系由原来的与运算变为或运算即可。

$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$说明当多个变量进行或非时，若想去掉上面的非号，则需将各变量分别取反，各变量间的运算关系由原来的或运算变为与运算即可。

$\overline{\overline{A}} = A$ 说明对一个变量两次取反，便还原到了它本身。

变量与变量间的等式关系需要证明，最直接的证明方法就是将变量的各种可能取值组合代入到等式左右两边分别进行计算，如果两边的值始终相等，说明等式成立。如果有一种取值下两个表达式的值不等，就证明等式不能成立。

【例 1-4】 证明公式$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$。

解：将变量的各种取值代入等式两边，计算的结果如表 1-7 所示。

表 1-7 例 1-4 真值表

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

从真值表可以看出，在所有变量取值情况下，$\overline{A \cdot B}$的值和$\overline{A}+\overline{B}$的值始终相等，说明$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$成立。

其他变量与变量间的关系大家可以自行用真值表的方法进行证明，这里不再一一赘述。

1.3.2　三个规则

在逻辑函数中，有三个规则十分有用。

1. 代入规则

代入规则描述为：在任意逻辑等式中，如果等式两边所有出现某一变量的地方都代之以另外的变量或函数，则等式仍然成立。

在使用代入规则时，需注意以下两个问题。

① 代入规则在使用中只适合逻辑等式，不适用于逻辑表达式。

例如，等式 $A+BC=(A+B)(A+C)$ 成立，将等式两边的所有 B 变量用 $\overline{A}$ 代替，同时 C 用 B 变量代替后，仍然有等式 $A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=A+B$ 成立。这实际上是我们在后面将要学到的一个常用公式。

而在 $Y=AB+C$ 中，如果使用代入规则，将式中所有出现 B 变量的地方都用 $\overline{A}$ 代替，得到的结论是 $Y=A\overline{A}+C$，这个结论显然是错误的，其原因就在于这不是一个逻辑等式，而是一个逻辑函数表达式。

② 在对复杂的逻辑等式进行运算时，应遵循运算的优先顺序，有括号的先算括号的内容，然后算逻辑乘法，最后算逻辑加法。

代入规则在推导公式中用处很大，因为将已知等式中某一变量用任意一个变量或函数代替后，就能得到新的等式，从而扩大了等式的应用范围。

例如我们知道等式 $\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ 成立，现在将等式两边的 B 变量用函数 BC 代替，等式仍然成立，为 $\overline{A\cdot BC}=\overline{A}+\overline{BC}$，再次将 $\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ 中的 A、B 变量用 B、C 变量代替，则 $\overline{BC}=\overline{B}+\overline{C}$，故得到 $\overline{A\cdot BC}=\overline{A}+\overline{BC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$。

2. 反演规则

反演规则描述为：在任意的逻辑函数表达式中，如果将所有的与运算变成或运算，所有的或运算变成与运算，所有的原变量变成其反变量，所有的反变量变成其原变量，所有的 1 变成 0，所有的 0 变成 1，则得到的新表达式是原逻辑函数的反函数。

在使用反演规则的时候，需要注意以下两点：

① 在演变过程中，和代入规则一样，需要遵循运算的优先顺序；

② 不属于单个变量上的反号必须保留。

反演规则可以很容易地求出一个函数的反函数来。

【例 1-5】　求函数 $Y=\overline{A}\,\overline{AB+\overline{C}D}+0$ 的反函数 $\overline{Y}$。

解： 由反演规则，可直接写出其反函数为

$$\overline{Y}=[A+\overline{(\overline{A}+\overline{B})\cdot(C+\overline{D})}]\cdot 1$$

本例原表达式中 $\overline{A}$ 和 $\overline{AB+\overline{C}D}$ 先相与，其结果再和 0 相或，因此在对 Y 进行反演运算时，也要保证这样的优先顺序，即先用反演规则对 $\overline{A}$ 变换为 A，$\overline{AB+\overline{C}D}$ 变换为 $\overline{(\overline{A}+\overline{B})\cdot(C+\overline{D})}$，这时表达式上面的反号仍需保留，但其下各变量要分别变为其反，两部分的变换结果由原来的与运算变为或运算，为了防止运算顺序的不清楚，我们用括号将这部分括起来，以保证它们的运算结果再和 1 相与。

3. 对偶规则

对偶规则描述为：对任意逻辑函数表达式，将其中所有的与运算变成或运算，或运算变成与运算，所有的 1 变成 0，所有的 0 变成 1，则所得的新表达式是原逻辑函数表达式的对偶式。

对对偶式而言，有如下结论：如果两个函数表达式相等，则其对偶式也相等。

如 $Y_1=\overline{A\cdot B}$，则其对偶式为 $Y_1'=\overline{A+B}$；

$Y_2=\overline{A}+\overline{B}$，则其对偶式为 $Y_2'=\overline{A}\cdot B$ 。

由于 $Y_1=\overline{A\cdot B}=Y_2=\overline{A}+\overline{B}$，于是 $Y_1'=\overline{A+B}=Y_2'=\overline{A}\cdot\overline{B}$。

1.3.3 常用公式

根据前面的基本公式可以推导出以下一些常用公式来。

1. $A+AB=A$

证明：左式 $=A(1+B)=A$

该公式的特点是，在两个乘积项相或时，如果一个乘积项（如式中的 A）是另一个乘积项（如式中的 AB）的部分因子，那么这两项可以合并为一项，保留两项的公因子（如式中的 A）。

2. $A+\overline{A}B=A+B$

证明：利用代入规则和基本公式 $A+BC=(A+B)(A+C)$，可得

$$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=A+B$$

该公式的应用特点是，在两个乘积项相或时，如果一个乘积项（如式中的 A）取反以后（取反后是$\overline{A}$）是另一个乘积项（如式中的$\overline{A}B$）的部分因子，那么这两项相或的结果可以把取反以后的反因子（如式中的$\overline{A}$）部分消去。

3. $AB+A\overline{B}=A$

证明：$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A$

这个公式通过提取公因子的方法可以很快得出结论。

4. $A(A+B)=A$

证明：$A(A+B)=A+AB=A$

这个公式通过公因子的展开也可以很快得出结果。

5. $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

证明：
$$\begin{aligned}\text{左式}&=AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC\\&=AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC\\&=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)\\&=AB+\overline{A}C\end{aligned}$$

推论：$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$

证明：
$$\begin{aligned}AB+\overline{A}C+BCD&=AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BCD\\&=AB+\overline{A}C+ABCD+\overline{A}BCD\\&=AB(1+CD)+\overline{A}C(1+BD)\\&=AB+\overline{A}C\end{aligned}$$

这个公式及其推论的应用特点是，在三个乘积项相或时，其中两项（如式中的 AB 和 $\overline{A}C$）的部分因子刚好是互反的（它们的 A 因子是一对互反的因子分别出现在这两项中），如果这两项其余的因子（AB 项除 A 因子外剩 B 因子，$\overline{A}C$ 项除$\overline{A}$因子外剩 C 因子）构成了第三项（如式中的 BC 项）或者构成了第三项的部分因子，那么这个第三项是多余的。

以上公式在逻辑的化简中十分有用，我们将在下一节学会灵活地使用它们来进行化简。

1.4 逻辑函数的化简

我们先来看看下面两个函数表达式：

$$Y_1=\overline{A}B+B+A\overline{B}$$
$$Y_2=A+B$$