



普通高等教育“十一五”规划教材

大学物理 (下册)

主 编 郭 进
编 者 刘奕新 冯禄燕 杨庆怡
滕维中 张文英



43
5



科学出版社

www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”规划教材

大学物理

(下册)

主 编 郭 进
编 者 刘奕新 冯禄燕
杨庆怡 滕维中
张文英

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书参照教育部物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》编写而成。全书分上、下两册,共15章。上册包括质点运动学、运动定律和动量、能量守恒定律、刚体的转动、狭义相对论、机械振动、机械波、波动光学、气体动力学理论、热力学基础,下册包括静电场、稳恒磁场、电磁感应、量子论、原子核与基本粒子、新技术原理与应用。通过通俗易懂的具体问题化解物理概念中的难点,力求物理概念和原理阐述准确、简洁,重在训练和培养学生的科学思维方法,分析问题、解决问题的能力。

本书可作为高等学校理工科与师范院校非物理专业教科书和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册/郭进主编. —北京:科学出版社,2009
普通高等教育“十一五”规划教材
ISBN 978-7-03-024643-1

I. 大… II. 郭… III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 118310 号

责任编辑:胡云志 唐保军 / 责任校对:钟 洋
责任印制:张克忠 / 封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

涿鹿印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009年7月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2009年7月第一次印刷 印张:36

印数:1—4 000 字数:695 000

定价:54.00元(上、下册)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

第 10 章 静电场	1
10.1 电荷 库仑定律	1
10.1.1 电荷	1
10.1.2 库仑定律	3
10.2 电场 电场强度	4
10.2.1 电场	4
10.2.2 电场强度	5
10.2.3 电场强度的计算	6
10.3 高斯定理及应用	9
10.3.1 电场线	9
10.3.2 电通量	10
10.3.3 高斯定理	11
10.3.4 高斯定理的应用	13
10.4 静电场的环路定理 电势	16
10.4.1 静电场的环路定理	16
10.4.2 电势能	17
10.4.3 电势	18
10.4.4 电势的计算	19
10.5 电场强度与电势的微分关系	21
10.5.1 等势面	21
* 10.5.2 电场强度与电势关系	22
10.6 静电场中的导体	24
10.6.1 静电场中导体的静电平衡	24
10.6.2 静电平衡时导体上的电荷分布	25
10.6.3 空腔导体	26
10.7 电容 电容器	29
10.7.1 孤立导体的电容	29
10.7.2 电容器的电容	30
10.7.3 几种常见电容的计算	30
10.7.4 电介质对电容器的影响	31

10.8 静电场中的电介质	32
10.8.1 电介质的极化	32
10.8.2 电介质对电场的作用	32
10.8.3 极化的方式	33
10.8.4 电介质中的高斯定理	34
10.9 静电场的能量	37
10.9.1 电容器的能量	37
10.9.2 电场的能量	37
10.9.3 电场的能量密度	38
*10.9.4 范德格拉夫静电高压起电机	39
本章提要	40
习题 10	42
第 11 章 稳恒磁场	46
11.1 磁场 磁感应强度	46
11.1.1 基本磁现象	46
11.1.2 磁场和磁感应强度	47
11.2 毕奥-萨伐尔定律	48
11.2.1 毕奥-萨伐尔定律	48
11.2.2 毕奥-萨伐尔定律的应用	49
11.2.3 运动电荷的磁场	51
11.3 稳恒磁场的高斯定理	53
11.3.1 磁场线	53
11.3.2 磁通量	54
11.3.3 磁场中的高斯定理	55
11.4 安培环路定理及应用	55
11.4.1 安培环路定理	55
11.4.2 安培环路定理应用实例	57
11.5 磁场对运动电荷的作用	60
11.5.1 带电粒子在均匀磁场中的运动	60
11.5.2 带电粒子在电场和磁场中的运动	62
11.6 磁场对载流导线的作用	64
11.6.1 载流导线在磁场中所受的力	64
11.6.2 磁场对载流线圈的作用	66
11.7 磁介质	70
11.7.1 磁介质及其分类	70

11.7.2 磁介质的磁化	71
11.7.3 磁介质中的安培环路定理	73
* 11.8 铁磁质	74
11.8.1 磁畴	75
11.8.2 铁磁质的磁化规律	75
11.8.3 铁磁材料分类及应用	77
本章提要	78
习题 11	79
选读材料 等离子体	82
第 12 章 电磁感应	84
12.1 电磁感应定律	84
12.1.1 电磁感应现象	84
12.1.2 电动势	85
12.1.3 法拉第电磁感应定律	86
12.1.4 楞次定律	87
12.2 动生电动势和感生电动势	88
12.2.1 动生电动势	88
12.2.2 感生电动势	93
12.2.3 电磁感应的应用	95
12.3 自感与互感	97
12.3.1 自感	97
12.3.2 互感	99
12.4 磁场能量与能量密度	102
12.4.1 电感线圈的能量	102
12.4.2 磁场能量	103
12.4.3 磁场的能量密度	104
12.5 电磁场基本方程	105
12.5.1 位移电流	105
12.5.2 麦克斯韦方程组	108
本章提要	110
习题 12	111
选读材料 传感技术	113
第 13 章 量子论	116
13.1 黑体辐射 能量子概念	116

13.1.1	黑体 黑体辐射	116
13.1.2	经典物理陷入困境	118
13.1.3	普朗克的量子论	119
13.2	光电效应 光的粒子性	121
13.2.1	光电效应实验	121
13.2.2	光电效应与波动理论矛盾	122
13.2.3	爱因斯坦的光子理论	123
13.2.4	光的波粒二象性	124
13.3	康普顿散射	125
13.3.1	康普顿散射实验	125
13.3.2	康普顿散射与波动理论矛盾	126
13.3.3	光子理论成功解释康普顿散射	126
13.4	氢原子结构的玻尔理论	129
13.4.1	氢原子光谱的实验规律	129
13.4.2	氢原子光谱与经典电磁学矛盾	131
13.4.3	玻尔的氢原子理论	131
13.4.4	玻尔理论的成功和局限性	135
13.5	微观粒子的波动性	136
13.5.1	德布罗意波	136
13.5.2	德布罗意波的实验证据	137
13.5.3	德布罗意波的统计解释	139
13.5.4	德布罗意波的应用——电子显微镜	140
13.6	测不准关系	142
13.6.1	位置与动量测不准关系	142
13.6.2	能量与时间测不准关系	143
13.6.3	测不准关系的讨论	144
13.7	波函数 薛定谔方程	147
13.7.1	波函数	147
13.7.2	薛定谔方程	148
13.8	一维定态问题	150
13.8.1	一维无限深方势阱	150
13.8.2	一维方势垒 隧道效应	154
13.8.3	一维谐振子	157
13.9	定态薛定谔方程应用于氢原子	159
13.9.1	氢原子的定态薛定谔方程	159

13.9.2 氢原子的求解结果	160
13.10 电子自旋	162
13.10.1 施特恩-格拉赫实验	162
13.10.2 电子自旋	165
13.11 原子的壳层结构	166
13.11.1 四个量子数	166
13.11.2 壳层结构	167
本章提要	169
习题 13	172
选读材料 黑洞 白洞 虫洞	174
第 14 章 原子核与基本粒子	182
14.1 原子核的基本性质	182
14.1.1 原子核的构成	182
14.1.2 原子核的电荷数与质量数	182
14.1.3 原子核的大小与密度	184
14.1.4 原子核的自旋与磁矩	184
14.1.5 核力	187
14.1.6 原子核的结合能	188
14.2 原子核的放射性衰变	190
14.2.1 原子核的稳定性	190
14.2.2 原子核衰变	191
14.2.3 放射性衰变规律	192
14.3 原子核反应	196
14.3.1 核反应的实现	197
14.3.2 核反应的类型	198
14.3.3 核反应过程的守恒定律	199
14.4 重核裂变 核能利用	199
14.4.1 开发核能的原理	200
14.4.2 原子核裂变	201
14.4.3 链式反应与反应堆	204
14.5 轻核聚变 未来的环保能源	205
14.5.1 基本的轻核聚变反应	206
14.5.2 受控热核聚变反应	206
14.6 基本粒子	209
14.6.1 粒子家族史回顾	209

14.6.2	粒子的分类	211
14.6.3	强子结构的夸克模型	214
14.6.4	相互作用的标准模型	216
14.6.5	对称性与对称性破缺	219
14.6.6	中微子质量问题	222
	本章提要	226
	习题 14	227
第 15 章	新技术原理与应用	230
15.1	超导电性	230
15.1.1	超导的基本特性	230
15.1.2	超导体的微观机制	233
15.1.3	超导材料的分类	233
15.1.4	约瑟夫森效应	234
15.1.5	超导电性的应用	236
15.2	纳米科技	237
15.2.1	纳米材料学	238
15.2.2	纳米电子学	242
15.2.3	纳米生物学	242
15.2.4	纳米工程 机械学	243
15.3	玻色-爱因斯坦凝聚态	243
15.3.1	玻色-爱因斯坦凝聚态	243
15.3.2	BEC 实验研究的历史	244
15.3.3	BEC 的形成条件与实现途径	244
15.3.4	碱金属原子气体 BEC 的实验实现	245
15.3.5	原子波激励器	247
15.3.6	BEC 的应用前景	248
	本章提要	249
	习题 15	250
	习题参考答案	251
	参考文献	262
	附录	263

第 10 章 静 电 场

电磁学是大学物理中重要的基础内容之一,在物理学中占有重要的地位,电磁学与工程技术各个领域有十分密切的联系,是无线电电子学、固态电子学、磁流体力学、自动控制学、光的电磁理论等学科的理论基础.电磁学的主要内容有静电场、稳恒磁场、电磁感应、电磁场理论及电磁波等.

电磁学研究的主要对象是:分布在整个空间的电场和磁场;电磁现象的基本概念和基本规律;电荷、电流产生电场、磁场的规律;电场和磁场的相互联系;电磁场对电荷、电流的作用;电磁场对物质的各种效应等.

电磁学理论推动了现代技术的应用,对提高人类生活质量有很大贡献,如根据电磁学理论制造的发电机、电动机及电力工程,进而出现了电话、电视、计算机、激光、雷达等种类繁多的电磁器件.

电磁学的发展简史:公元前 600 年,古希腊泰勒斯第一次记载电现象.1600 年英国的希尔伯特对磁的基本性质作了定性的系统描述.1785 年法国的库仑总结出了库仑定律,从此电和磁的研究进入了定量的研究阶段.1820 年,丹麦的奥斯特发现电流对磁针的作用、法国的安培发现了磁铁对电流的作用,实现了电和磁的统一.1831 年,法拉第发现电磁感应.表明不但电荷激发电场,而且变化的磁场也激发电场,它是发电机的依据,出现了电能,电能是人类应用最广泛的能源.1865 年麦克斯韦提出电磁场理论.表明不但传导电流能激发磁场,而且变化的电场也能激发磁场,从而预言电磁波的存在,并指出光波也是电磁波.1888 年赫兹从实验上给予证实,实现了信息的传递.1905 年爱因斯坦将麦克斯韦电磁理论进一步发展,创立了相对论.

本章主要研究真空中静电场的基本性质和基本规律.静电场就是相对于观察者静止的电荷产生的电场.除静电场之外,还有不随时间改变的电荷分布产生不随时间改变的电场,称为稳恒电场.

10.1 电荷 库仑定律

10.1.1 电荷

丝绸摩擦过的玻璃棒,或毛皮摩擦过的硬橡胶棒能吸引羽毛、头发、干草等轻小物体.物体由于摩擦有了吸引轻小物体的性质,我们就说它带了电,有了电荷.可

见电荷是实物粒子的一种属性,它描述了实物粒子的电性质。

电荷有两类:正电荷和负电荷。电荷之间遵守:同性电荷相排斥,异性电荷相吸引。带电体所带电荷的多少叫电量。在国际单位制(SI)中,电量的单位是库仑(符号C)。

获取电荷的方法有:摩擦起电和静电感应等。用摩擦方法使物体带电称为摩擦起电,并将被丝绸摩擦过的玻璃棒带的电荷称为正电荷,被毛皮摩擦过的硬橡胶棒带的电荷称为负电荷。

静电感应起电方法:

如图 10.1 所示,A、B 为相互接触的导体并与地绝缘。A、B 两导体原来不带电,现在 A 附近引入一个正电荷,发现 A、B 分别带负电荷和正电荷,如图 10.1(a)所示。这种现象称为静电感应。把 A、B 分开,然后移去引入的正电荷,如图 10.1(b)所示,这样导体 A、B 就分别获得了负电荷和正电荷。

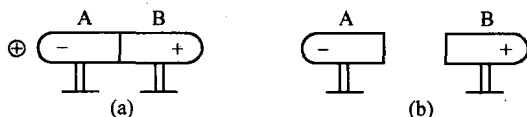


图 10.1 电荷的获得

物质结构理论:物质由原子组成,原子由原子核和核外电子组成,原子核又由中子和质子组成。中子不带电,质子带正电,电子带负电。质子数和电子数相等,原子呈电中性。

自由的等量异号电荷相遇,它们恰好抵消的现象叫电荷中和。若不能完全抵消则叫部分中和。物体带电的本质是两种物体间或一物体的两部分间发生了电子的转移。即一物体或物体的一部分失去电子带正电,另一物体或物体的另一部分得到电子带负电。被丝绸摩擦过的玻璃棒,玻璃棒失去电子而带正电,丝绸摩擦得到电子而带负电。一个带电体所带总电量为其所带正负电的代数和。实验证明,自然界中,电荷总是以一个基本单元的整数倍出现,即

$$q = ne, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

电荷的基本单元: $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$

电荷这种只能取分立的、不连续量值的特性叫做电荷的量子性。

许多基本粒子都带有正的基本电荷。微观粒子所带的基本电荷数常称作它们各自的电荷数,都是正整数或负整数。近代物理从理论上预言基本粒子由若干种夸克或反夸克组成,每一个夸克或反夸克带有 $\pm \frac{e}{3}$ 或 $\pm \frac{2e}{3}$ 的电荷。

至今尚未从实验中直接发现单独存在的夸克或反夸克,仅在一些间接的实验中得到验证。

大量的实验表明:在一个孤立系统中,任何时刻,任何过程系统的电荷代数和保持不变.这就是电荷守恒定律.

电荷守恒是一切宏观、微观过程均遵守的规律.例如,化学反应、放射性衰变、核反应、基本粒子转变等均如此.由摩擦生电的实验可见,当一种电荷出现时,必然有相等量值的异号电荷同时出现;一种电荷消失时,必然有相等量值的异号电荷同时消失.因此,在孤立系统中,不管其中的电荷如何迁移,系统电荷的代数和保持不变.现代物理研究已表明,在粒子的相互作用过程中,电荷是可以产生和消失的.然而电荷守恒并未因此而遭到破坏,如电子对的“产生”: $\gamma(\text{光子}) \rightarrow e^+ + e^-$,就是一个高能量的光子碰撞一个重原子核,光子转化为一对正负电子.电子对的“湮灭”: $e^+ + e^- = 2\gamma$,就是正负电子在一定条件下相遇时,会同时消失而产生两到三个光子.因为光子不带电,而正负电子带等量异号的电荷,上述左右两边的电荷数不变.

实验表明,电荷的电量与它的运动状态无关.在不同的参考系中,同一带电粒子的电量不变.这一特性叫电荷的相对不变性.

10.1.2 库仑定律

1785年库仑用扭秤做实验总结出真空中两个点电荷之间的作用规律,得出了电磁学第一个定量的公式——库仑定律.

库仑定律的内容:真空中两个点电荷 q_1 、 q_2 之间的相互作用力的大小与两者电量成正比、与它们之间的距离平方成反比,作用力的方向沿两电荷连线,并且同性相斥、异性相吸.数学形式为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}_0 \quad (10.1)$$

式(10.1)为 q_1 对 q_2 的作用力,其中 \mathbf{r}_0 为由 q_1 指向 q_2 的单位矢量.如图 10.2 所示.式子中的 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 是一常数. $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ 称为真空介电常数,是电学中的重要常数.同理 q_2 对 q_1 的作用力也是式(10.1),但方向与 \mathbf{r}_0 相反.

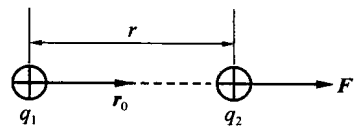


图 10.2 库仑定律

库仑定律的几点说明:①真空在物理上是指没有原子或分子存在的空间;②点电荷是指带电体本身几何线度比它与其他带电体间距小得多,静止电荷间的相互作用力,又称为库仑力或静电力;③库仑定律中的 q_1 、 q_2 相对观察者(或实验室)都处于静止状态,可推广为静止电荷对运动电荷的作用力仍满足库仑定律,反之不然;④库仑定律的适用范围: r 大至 10^7m 、小至 10^{-15}m ,静电力是万有引力的 10^{38} 倍量级;⑤两个点电荷之间的作用力并不因为第三个点电荷的存在而有所改变.每一对电荷之间的作用力都服从库仑定律.当空间同时存在几个点电荷

时,任一点电荷所受的合力则等于所有其他点电荷单独作用于该电荷静电力的矢量和,这就是静电力的叠加原理。

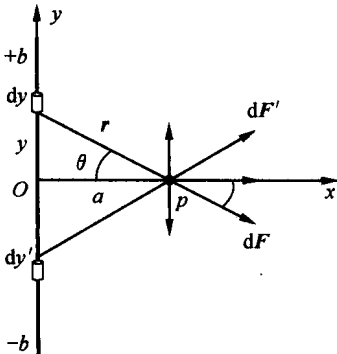


图 10.3 受力分析图

例 10.1 有一长度为 $2b$, 电荷线密度为 λ 的均匀带电直线, 一个点电荷 q 位于它的垂直平分线上, 离开它的垂直距离为 a , 计算作用于点电荷上的力。

解 由于直线不是点电荷, 不能直接用库仑定律, 但可采用微元法, 即把带电直线无限细分成许多微小线段, 每一线段可看作点电荷, 这样就可以用库仑定律。取带电直线的中点 O 为原点, 坐标轴 Ox, Oy , 如图 10.3 所示。在离原点为 y 处, 取长度元 dy , dy 上的电量 $dq = \lambda dy$, 点电荷 q 在 p 点所受电场力为 dF , 方向如图 10.3 所示, 大小根据库仑定律为

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot q}{r^2}$$

根据对称性, 在负 y 有微元 dy' 的元电荷 dq' 与 dq 对应, 它产生的电场力 dF' 与 dF 叠加后使 y 方向合力为零, 如图 10.3 所示。 q 所受的电场力大小为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = F_x = \int_{-b}^{+b} dF \cos\theta = 2 \int_0^b dF \cos\theta$$

由图有 $\cos\theta = \frac{a}{r}$ 和 $r = (a^2 + y^2)^{1/2}$, 所以电场力大小为

$$F = 2 \int_0^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{a}{r} = 2 \int_0^b \frac{\lambda q}{4\pi\epsilon_0} \frac{a dy}{(a^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0} \frac{b}{a(a^2 + b^2)^{1/2}}$$

点电荷 q 所受的作用力是沿着 x 轴正方向的。

根据上述结果, 如果均匀带电直线是无限长的, 即 $b \rightarrow \infty$, 则电场力大小为

$$F = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 a}$$

10.2 电场 电场强度

10.2.1 电场

所谓“场”是指某一物理量在空间的一种分布。物理上的“场”是指物质存在的一种特殊形态。实物和场是物质的两种存在形态。实物是由原子分子组成的, 一种实物占据的空间, 不能同时被其他实物所占据。场是一种弥漫在空间的特殊物质, 它遵从叠加性, 即一种场占据的空间, 能为其他场同时占有, 互不发生影响。凡是有电荷的地方, 围绕电荷周围空间存在电场, 即电荷在其周围空间激发电场, 且电场

对处在其中的其他电荷施加力的作用. 该作用仅由该电荷所在处的电场决定, 与其他地方的电场无关, 表明电场力作用的方式:

电荷 \longleftrightarrow 电场 \longleftrightarrow 电荷

静止电荷产生的电场称为静电场.

10.2.2 电场强度

进入电场的任何带电体都将受到电场的作用力. 用电场强度这个物理量来描述电场力的性质. 在场源点电荷 q 产生的电场中引入一个电量和线度足够小的点电荷 q_0 作为检验电荷, 场点处检验电荷 q_0 在电场中受力为 F . 显然, 检验电荷在场中不同位置所受的电场力大小和方向不同, 而在场中某固定点电场力的大小会随检验电荷的大小而变, 但电场力的方向不会变. 如图 10.4 所示. 由库仑定律知, 检验电荷增大多少倍, 电场力也增大多少倍. 也就是说电场力跟检验电荷的比值是不变的量. 这比值能反映场源电荷的性质, 因此, 定义电场强度 E 为

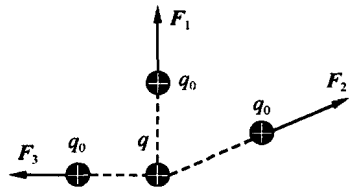


图 10.4 电场强度

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (10.2)$$

式(10.2)表示电场中电场强度的大小等于单位电量($q_0=1\text{C}$)检验电荷在该点所受的电场力, 场强的方向为正检验电荷在该点的受力方向. 场强的单位为牛顿·库仑 $^{-1}$ (符号 $\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$).

必须明确的是, 电场是客观存在的, 电场强度与检验电荷无关, 只与场源电荷和场点位置有关. 检验电荷电量和线度足够小的目的是为了引入的检验电荷不影响原有电场的分布.

点电荷产生的电场, 结合库仑定律得点电荷的电场强度为

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \frac{1}{q_0} r_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} r_0 \quad (10.3)$$

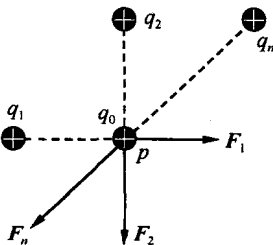


图 10.5 电场强度叠加

式(10.3)表明了点电荷的电场在空间上具有球对称性的分布.

点电荷组成的系统产生的场强, 设场源由 n 个点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 组成的点电荷系统, 该系统共同在 p 点产生的场强为 E , p 点置检验电荷 q_0 , 如图 10.5 所示. 由电场力叠加原理得 q_0 受的电场力为

$$F = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i$$

由场强定义式可得合电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_2}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{F}_n}{q_0} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i$$

上式表明点电荷系组成的空间某点的场强为各个点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和,即一组点电荷在某点产生的合场强等于各点电荷单独存在时在该点产生的场强矢量和.这就是电场强度的叠加原理.

10.2.3 电场强度的计算

1. 点电荷系的电场

例 10.2 电偶极子就是一对等量异号的点电荷组成的系统,它们之间的距离 l 比与研究点间的距离 r 小得多,把 $p=ql$ 称为电偶极矩,简称电矩,它的方向从 $-q$ 指向 $+q$.求电偶极子中垂线上一点的电场强度.

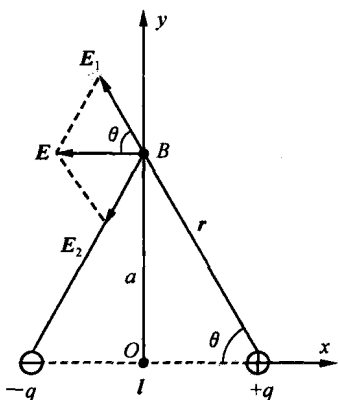


图 10.6 场强叠加

解 取坐标如图 10.6 所示, $OB=a$,经分析知两个点电荷在 b 点场强大小相等,而方向如图 10.6 所示,叠加结果 y 方向的场强抵消,合场强方向沿负 x 轴,大小为

$$E = 2E_1 \cos\theta = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{l/2}{r} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 \left(a^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}$$

式中, $r = \sqrt{a^2 + l^2/4}$ 和 $p=ql$,合场强的方向沿 x 轴的负方向.

2. 连续分布电荷(带电体)的电场

当带电体不能作为点电荷处理时,就需要考虑带电体的形状、大小、电荷分布的情况,利用微元法把带电体分割成许多足够小的电荷元 dq ,每一电荷元当作点电荷处理,如图 10.7 所示.电荷元在 P 点的场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{r}_0$$

带电体在 P 点的场强,由场叠加原理为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \mathbf{r}_0$$

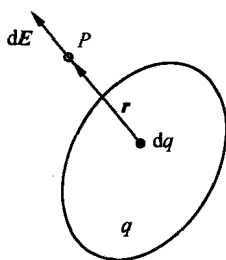


图 10.7 电荷连续分布

微元法关键在电荷元 dq 的取法,电荷连续分布,引用电荷密度描述:体分布 $dq = \rho dV$,面分布 $dq = \sigma dS$,线分布 $dq = \lambda dl$,其中 ρ 为带电体的体电荷密度, dV 为

微元体积. σ 为带电体的面电荷密度, dS 为微元面积, λ 为带电体的线电荷密度, dl 为微元长.

例 10.3 一均匀带电直线长 $2b$, 带电量 q , 求带电直线中垂线上一点的电场强度.

分析 任何连续带电体都可以分割成无限多个电荷元, 因此, 连续带电体可以看成是无限多点电荷的集合.

解 线电荷密度 λ 为 $\lambda = \frac{q}{2b}$, 取坐标如图 10.8 所示, 在离原点为正 y 处取一微元 dy 则电荷元为 $dq = \lambda dy$, 它在离原点为 x 处产生的电场为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} r_0$$

其方向与 x 轴的角度为 θ . 根据对称性, 在负 y 有微元 dy' 的电荷元 dq' 与 dq 对应, 它产生的场强与

dq 产生的场强叠加后使 y 方向合场强为零. 如图 10.8 所示, 电场强度大小为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_x = \int dE_x = \int_{-b}^{+b} dE \cos\theta = 2 \int_0^b dE \cos\theta$$

由图有 $\cos\theta = \frac{x}{r}$ 和 $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, 因此场强为

$$\begin{aligned} E &= 2 \int_0^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r} = 2 \int_0^b \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{b}{x(x^2 + b^2)^{1/2}} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x(x^2 + b^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

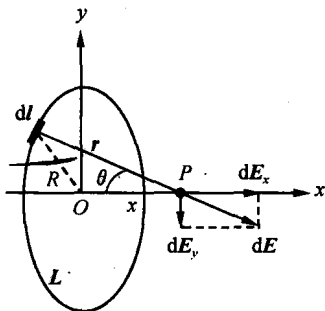


图 10.9 均匀带电圆环上一微元
在圆环中垂线上的电场强度

例 10.4 半径为 R 的均匀带电圆环, 带电量为 q . 试求通过圆环中心垂直轴上任意一点 P 的电场强度.

解 如图 10.9 所示, 取环的轴线为 x 轴, 在环上取微元 dl , 它与 P 点的距离为 r . 所带电荷元为

$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl$$

电荷元 dq 在 P 点产生的场强 dE 的大小为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{dl}{r^2}$$

方向如图 10.9 所示. 将 dE 分解为两个分量: 平行 x 轴的分量 dE_{\parallel} 和垂直于 x 轴的分量 dE_{\perp} . 当 dq 位置发生变化时, 它所激发的电场矢量构成了一个圆锥面. 由

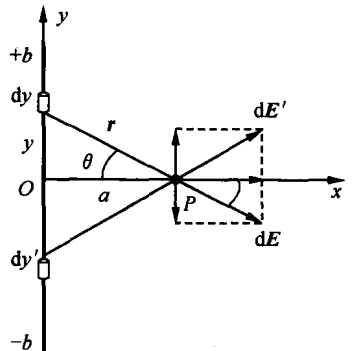


图 10.8 场强叠加图

对称性知同一直径上两端相等的电荷元在 P 点产生的场强在垂直于 x 轴方向上的分量大小相等方向相反,故互相抵消,而平行 x 轴方向的分量则互相加强,所以 P 点的总场强等于圆环上所有电荷元在该点产生的场强沿 x 轴的分量之和,即

$$E = \int_L dE_{//} = \int_L dE \cos\theta = \int_L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{dl}{r^2} \frac{x}{r}$$

对给定点 P , x 是常数,同时 $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ 也是常数, $\int_L dl = 2\pi R$, 因此有

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (10.4)$$

由式(10.4)知,当 $x=0$ 时,即在圆环中心处, $E=0$.

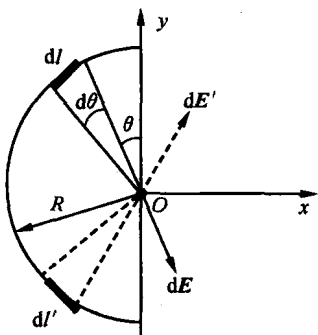


图 10.10 带电半圆环上一微元在圆心处的电场强度

例 10.5 已知半圆环的半径为 R 、线密度为 λ , 求均匀带电半圆环圆心处的电场强度.

解 取坐标如图 10.10 所示,在离 y 轴为 θ 角处取一微元 dl ,张角为 $d\theta$,电荷元为 $dq = \lambda R d\theta$,电荷元对 O 点产生的场大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

由对称分析知在负 y 有微元 dl' 的电荷元 dq' 与 dq 对应使 y 方向的场强相抵消,即 $\int dE_y = 0$ 所以场强大小

$$E = \int dE_x = \int dE \sin\theta = \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

方向沿 x 轴正方向.

例 10.6 半径为 R 的均匀带电圆盘,电荷面密度为 σ ,计算轴线上与盘心相距 x 的 P 点的场强.

解 如图 10.11 所示,把圆盘分成很多同心细圆环,在距圆心 O 取一半径为 r 、宽度为 dr 的细圆环,该环所带电荷量为 $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$,利用例 10.4 的结果,此带电细圆环在 P 点产生的场强大小为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \cdot 2\pi x r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

各细圆环在 P 点产生的场强方向相同,都是沿 x 轴正方向,所以整个圆盘在 p 点产生的场强等于各细圆环的场强之和

$$E = \int dE = \frac{\sigma 2\pi x}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$

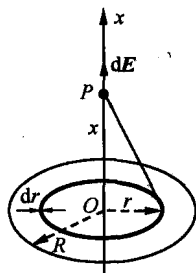


图 10.11 均匀带电圆盘上一微圆环在中垂线上的电场强度