

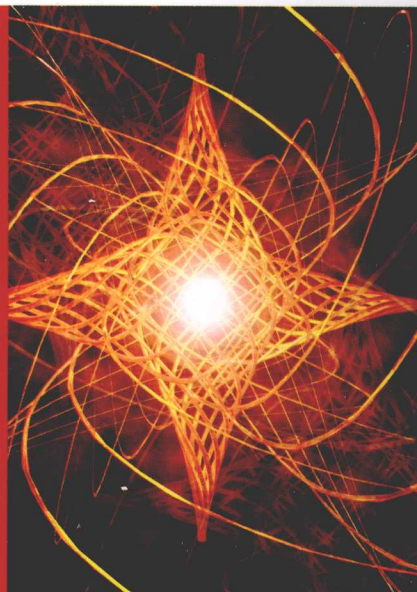
高等院校规划教材

大学数学实验教程

成丽波 蔡志丹 周蕊 编

5-43

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



高等院校规划教材

学数学实验教程

成丽波 蔡志丹 周蕊 编



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书介绍了数学软件 Mathematica 的基本使用方法,并精心设计了应用该软件在一元微积分、多元微积分、线性代数、概率统计等方面的具体实验内容,着重培养学生自主探索研究和解决数学问题的能力。

本书通俗易懂,每章都配备一定的应用实验用以提高学生的自主实验能力,只需具备一定的数学基础即可自学。

本书可作为理工类高等院校的《数学实验》教材,也可作为高等数学、线性代数、概率统计相关课程的辅助教材。

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

大学数学实验教程/成丽波,蔡志丹,周蕊编.—北京:北京理工大学出版社,2009.4

ISBN 978-7-5640-1820-7

I. 大… II. ①成…②蔡…③周… III. 数学-应用软件, Mathematica-高等学校-教材 IV. O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 021146 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京国马印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 960 毫米 1/16

印 张 / 10

字 数 / 149 千字

版 次 / 2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

印 数 / 1~4000 册

定 价 / 18.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 吴皓云

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

本书主要是针对高等院校理工科及文、管等各专业开设数学实验课所编写的教材，以介绍 Mathematica 软件在数学教学中的应用为主要内容，充分结合理工科各专业特点，将现代数学方法与多个领域应用案例紧密结合，着重培养学生的数学建模能力和应用计算机工具解决问题的能力。编写本教材时，力求结构紧凑、严谨，语言简洁、易懂，为学生提供了一本体系简洁、易读实用的数学实验教材。

数学实验课程是一种新的教学模式，是大学数学课程的重要组成部分。它将数学知识、数学建模与计算机应用三者融为一体，通过数学实验课程，学生自己动手计算体验，解决实际问题的全过程，了解数学软件的使用。它的指导思想为：首先是为了进一步提高学生“用数学”能力的一项数学教改试验，数学教学中两种能力——“算数学”（计算、推导、证明，……）与“用数学”（实际问题建模及模型结果的分析、检验、应用）——的培养应该并重。其次是充分利用计算机技术提供的有利条件，加强学生自己动手和独立思考的能力。过去训练学生用数学工具解决实际问题的困难（手工计算，高级语言编程，……），现在可以通过计算机强大的运算、图形功能和方便的数学软件，使学生可以自由地选择算法和软件，在屏幕上通过数值的、几何的观察、联想、类比，去发现线索，探讨规律。最后是进一步激发学生学好数学的兴趣，促进数学教学的良性循环。让学生用喜欢“玩”的计算机解决简化的实际问题，亲身感受“用数学”的酸甜苦辣，“做，然后知不足”。

本书共分为五章：第一章为 Mathematica 的初步知识；第二章为一元微积分实验；第三章为多元微积分实验；第四章为线性代数实验；第五章为概率统计实验。其中每个实验大致分为五部分：实验目的及要求，实验设备，实验内容，应用实验，实验任务。通过这些内容的学习，使学生深入理解高等数学、线性代数和概率统计课程中的基本概念和基本理论，熟练使用 Mathematica 软件，运用所学知识建立数

学模型，培养学生使用计算机解决实际问题的能力。

本书第一章由蔡志丹编写，第二章由周蕊编写，第三章由成丽波编写，第四章由蔡志丹编写，第五章由周蕊编写。成丽波负责全书的统稿和定稿工作。

由于编者水平有限，错误和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 Mathematica 的初步知识	1
第一节 Mathematica 的启动运行和联机帮助系统.....	2
第二节 Mathematica 数据类型.....	4
第三节 系统中的数学常量.....	5
第四节 函数与变量的命名规则.....	6
第五节 四则运算.....	8
第六节 初等函数.....	9
第七节 自定义函数.....	10
第八节 分段函数.....	10
第九节 表的使用方法.....	12
第十节 常用语法规则简介.....	19
第十一节 Mathematica 计算举例.....	21
第十二节 用 Mathematica 绘制函数图形.....	21
第十三节 曲线拟合.....	26
第二章 一元微积分实验	29
第一节 函数的极限与导数.....	29
第二节 函数的积分.....	52
第三节 微分方程.....	59
第三章 多元微积分实验	67
第一节 空间解析几何与向量代数.....	67
第二节 偏导数与全微分.....	75

第三节	多重积分	82
第四节	无穷级数	87
第四章	线性代数实验	98
第一节	行列式计算	98
第二节	向量和矩阵运算	99
第三节	线性方程组	105
第五章	概率实验	114
第一节	数据统计	114
第二节	随机变量及其分布	120
第三节	区间估计	136
第四节	假设检验	142
参考文献		151

Mathematica 的初步知识

【实验目的及要求】 了解 Mathematica 数学软件的使用方法、基本操作，了解 Mathematica 软件的系统变量和系统函数，熟悉 Mathematica 的语法；掌握利用 Mathematica 绘制函数图形的基本原理和步骤，熟练应用 Plot 等做图函数绘制图形并利用选择项对图形进行简单修饰；理解表的概念，学习简单的建表方法和对表的简单处理，了解与表有关的函数用法。

【实验设备】 Mathematica 数学软件、计算机。

【实验内容】

随着计算机技术的飞速发展，人们已开发出很多种数学软件，常见的有以下四种。

1. Mathcad

优点：许多数学符号键盘化，通过键盘可以直接输入数学符号，使用起来非常方便。

缺点：目前仅能做数值运算，符号运算功能较弱，输出界面不好。

2. Matlab (矩阵实验室)

优点：大型矩阵运算功能非常强，构造个人适用函数很方便，属于数值计算型软件，处理大批量数据效率高。适合在大型工程技术中使用。

缺点：输出界面稍差，符号运算功能也弱一些。另外这个软件所占内存太大，现在流行的 6.5 版本占硬盘空间近 1 G，对计算机的硬件要求较高。

3. Maple

优点：在交互式的环境下，不但可以逐行执行命令，而且可以使用简单的编程语言建立用户程序，运算结果可以即时在屏幕上查看，输出界面与日常书写几乎一致；还有一个最大的优点就是它的符号运算功能特别强，在既要数值运算，又要做符号运算时非常方便。

缺点：对应用者的编程能力要求高，不适合初学者使用。

4. Mathematica

优点：结构严谨，输出界面好，计算功能强，属于数学分析型软件，能给出解析解和任意精度解，是专业数学技术人员所喜爱的数学软件。也是本书选择的软件。

缺点：处理大批量数据有时效率低，另外有的命令太长，每一个命令都要输入英文全名。因此，需要应用者英语水平较高。

其他数学软件还包括统计学常用的 sas, spss 软件，运筹学常用的 Lingo, Lindu 软件等，这里就不一一介绍了。

下面进行 Mathematica 的初步介绍。

第一节 Mathematica 的启动运行和联机帮助系统

Mathematica 是美国 Wolfram 研究公司开发的一套专门进行数学计算的软件，人们常称它为“数学草稿纸”，它不仅具有高精度的数值计算功能和强大的作图功能，还具有符号计算的能力。Mathematica 是交互式问题解决系统。假设在 Windows 操作系统下已安装好 Mathematica（一般为 4.0 以上版本）。启动 Windows 后，单击“开始”→“程序”→Mathematica 命令，或双击学习桌面上的快捷方式，会打开一个 Notebook 工作窗口，如图 1-1 所示，文件名就显示在工作窗口的标题栏上，默认文件名为 Untitled-1.nb，直到用户保存时重新命名为止。

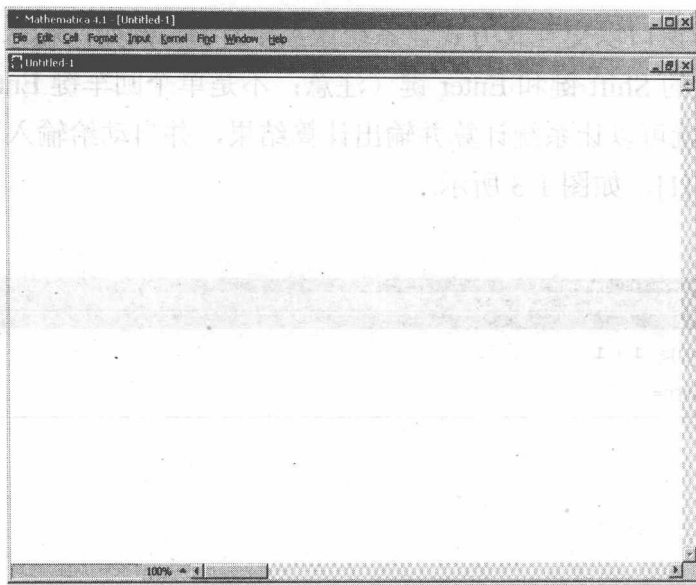


图 1-1

位于工作区窗口右面的是基本输入模板，如图 1-2 所示，由一系列按钮组成。单击一个按钮，就可将它表示的符号输入到当前工作区中。模板的引入，大大加快了输入速度，减轻了记忆负担。

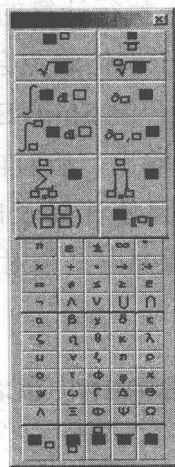


图 1-2

可以在工作窗口以交互式方式让系统做数学计算. 例如: 输入 $1+1$, 然后同时按下字符键盘上的 **Shift** 键和 **Enter** 键 (注意: 不是单个回车键 **Enter**) 或数字键盘上的 **Enter** 键, 就可以让系统计算并输出计算结果, 并自动给输入和输出附上次序标识 **In[1]**和 **Out[1]**, 如图 1-3 所示.

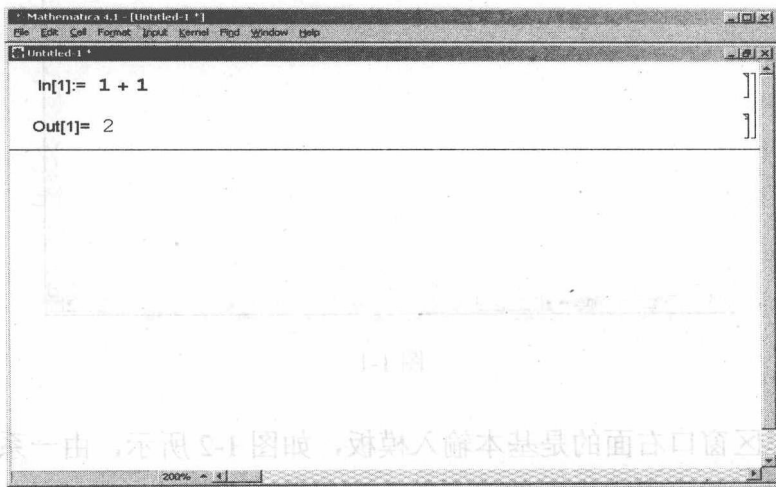


图 1-3

Mathematica 首次计算时需调入执行计算的核心程序, 因此需要等待片刻. 但再次执行计算时速度就很快了. 由于匆忙难免会有输入错误, 这时不必重新输入, 只需在原有的算式上修改, 再按组合键 **Shift+Enter** 执行计算即可. 可以将工作区当成一无限长的草稿纸, 不断输入输出, 所有内容都可以被保留.

如果执行计算后由于各种原因使计算长时间不能完成, 可以通过组合键 “**Alt+,**” 或 “**Alt+.**” 终止计算. 前者弹出一个对话框供选择, 后者立即停止计算.

第二节 Mathematica 数据类型

Mathematica 系统中, 把数值分成四种类型: 整数、有理数、实数和复数.

1. 整数型数据

可表示任意长度的整数，不受计算机字长的限制。

例如： 2^{64} ， $2^{1257787}-1$ （最大素数）

2. 有理数型数据

任意的既约分数。

例如： $3/39$ ， $\frac{1}{13}$

3. 实数型数据

表示任意精确度的近似实数。

例如：

In[1]:=Pi

*输入 π *

Out[1]=Pi

输出 π 的精确值

In[2]:=N[Pi,20]

Out[2]=3.1415926535897932385

输出 π 的 20 位

4. 复数型数据

表示复数，其实部、虚部可以是整数型、有理数型或实数型。

第三节 系统中的数学常量

Pi	* $\pi \approx 3.14$ *
E	* $e \approx 2.718\ 28$ *
Degree	*1 度 = $\pi/180$ *
GoldenRatio	*黄金分割比 0.168*
Infinity	*无穷大 ∞ *
I	*虚数单位 i ($i^2 = -1$)*

例 1-1 π , e , i 三者关系, Euler 发现 $e^{i\pi} = -1$.

In[1]:=E^(Pi I)

Out[1]==-1

In[2]:=N[I^I] *i² 有近似值*

In[3]:=N[E^(-Pi/2)] *e^{- $\frac{\pi}{2}$} *

例 1-2 Degree 和 N[] 的使用.

N[表达式] *以近似实数型输出*

N[Sin[Pi/6],10] *使用弧度计算*

N[Sin[30 Degree],10] *使用角度计算*

第四节 函数与变量的命名规则

在 Mathematica 系统中, 变量名和函数名遵循以下命名规则:

(1) 变量名和函数名可以是任意长度的字符或数字串, 其中不得使用空格及其他运算符号, 变量名和函数名不得以数字开头;

(2) 为便于记忆, 变量名和函数名通常采用完整的英文单词;

(3) 系统区分大小写, 在变量名中字母大小写的意义不同, 规定系统变量名和系统函数名以大写字母开头, 复合单词 (如 ArcSin[x]) 的每个字头都大写;

(4) 为与系统函数相区别, 建议自定义的变量和函数以小写字母开头;

(5) 函数的形式应写成 f[x], 必须使用方括号, 注意区分各种括号的用途不能混淆.

变量赋值与变量替换.

可以给变量赋一个数值或一个表达式:

x=5 *给变量 x 赋值 5, 如不取消 x 始终为 5*

x=. *取消 x 的赋值*

/x→3 *变量替换 (计算时间 3 暂时替换 x 值, 只在该语句有效) *

Clear[x] *消除 x 定义及赋值*

例 1-3 执行下列赋值运算.

$x=5$	*赋值 5*
$x=.$	*取消赋值*
$x=y=z=0$	*赋值 0*
x^2+y^2-x+z	*运行结果显示为 0*
$S=t^2+2$	*S 赋值为一个表达式*
$data=\{1,2,3,4,5\}$	*data 被指字取值为一数表*
$g=Plot[Cos[x],\{x,-Pi, Pi\}]$	*g 指定为一图像*

注意: Plot, Cos 首字母均大写.

例 1-4 设 $f(x)=x^2+x-5$, $g(x,y)=x^2+y^2$, 使用变量替换方法计算 $f(1)$, $g(1,2)$.

解

```
x=. ; y=.
f=x^2+x-5
f/.x→1
g= x^2+ y^2
g/.{x→1,y→2}
```

例 1-5 在下面的例子中, 请注意观察变量赋值与变量替换的区别.

(1) 使用变量赋值做运算.

```
x=5
y=3x^2+5
x=y+1
x
y
```

请观察 x 的值是否改变

请观察 y 的值是否改变

$x=.$; $y=.$

(2) 使用变量替换做同样运算.

```
x=5
y=(3x^2+5)/.x→3
x/.x→y+1
```

变量替换只在单个语句有效, 整个程序 x 赋值为 5

x *请观察 x 的值是否改变*

y *请观察 y 的值是否改变*

第五节 四则运算

1. 四则运算符号 (表 1-1)

表 1-1

运 算	运 算 符	举 例
加	+	$a+b$
减	-	$a-b$
乘	*	$a*b$ 或空格
除	/	a/b
乘方	^	a^b

例如: $(321+456.2)*25.4-12*4^{2/8}$

2. 四则运算的优先

(1) 优先级: 乘方>乘除>加减.

执行下列程序, 注意优先级的比较.

$x^{(2b)}$

x^2b

$560/6+2$

$560/6^2$

$560/6/2$

560/6*2

(2) 同级运算从左至右, 如: $3+4y-42xy+70+x^2$.

(3) 乘方运算从右至左.

执行下列程序, 注意乘方运算顺序.

2^3^4

$2^(3^4)$

$(2^3)^4$

第六节 初等函数

对数函数: $\text{Log}[x]$ $*\ln x^*$

$\text{Log}[a,x]$ $*\log_a x^*$

指数函数: $\text{Exp}[x]$ $*e^{x^*}$

开平方: $\text{Sqrt}[x]$ $*\sqrt{x}^*$

三角函数: $\text{Sin}[x]$, $\text{Cos}[x]$, $\text{Tan}[x]$, $\text{Cot}[x]$

反三角函数: $\text{ArcSin}[x]$, $\text{ArcCos}[x]$

例 1-6 用两种方法求 $\sin[\pi/5+\tan(\pi/5)]$ 的近似值, 保留 10 位有效数字.

解

直接法: $\text{N}[\text{Sin}[\text{Pi}/5+\text{Tan}[\text{Pi}/5]],10]$

间接法: $\text{aaa}=\text{Sin}[x+\text{Tan}[x]]/. \rightarrow \text{Pi}/5$

$\text{N}[\text{aaa},10]$

例 1-7 采用间接法求 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ 在 $x=3$ 处的近似值, 保留 20 位有效数字.

解

$t=\text{Exp}[-x^2/2]/\text{Sqrt}[2\text{Pi}]$

$\text{N}[t/.x \rightarrow 3,20]$

第七节 自定义函数

格式: $f[x_]:=$ 表达式 *定义一元函数*

$f[x_,y_]:=$ 表达式 *定义二元函数*

取消自定义函数: `Clear[f]`

注意: $f[x_]$ 中的 $x_$ 可用任何参数取代, 定义后 $f[a]$, $f[\text{Log}[y]]$ 可代入 $f[x_]$ 计算; $f[x]$ 中只对对象 x 有作用, 下例是二者的比较.

例 1-8 比较 $f[x_]$ 和 $f[x]$ 的用法.

$f[x_]:=2x-1$

$f[10]$

$f[x]$

$f[\text{Log}[Y]]$

$g[x]=2x-1$

$g[10]+g[x]+g[Y]$

第八节 分段函数

首先介绍一些 Mathematica 的常用函数.

$N[x,n]$ *取 x 的 n 位有效数字的近似值*

$Abs[x]$ * x 的绝对值, x 为复数时为求模*

$Sign[x]$ *符号函数*

$Round[x]$ *取最接近 x 的整数, 可能比 x 大, 也可能比 x 小*

$Floor[x]$ *取不大于 x 的最大整数*

$Ceiling[x]$ *取不小于 x 的最小整数*

$Max[x_1, x_2, \dots]$ *取变量 x_1, x_2, \dots 的最大值*