

小学算术教材教法研究丛书

整 数

(高小部分)

邓建生 编著

上海教育出版社

小学算术教材教法研究丛书

整 数

(高小部分)

邓建生 編 著

小学算术教材教法研究丛书

整 数

(高小部分)

邓建生 编著

*

上海教育出版社出版

(上海永嘉路123号)

上海市书刊出版业营业许可证出090号

中华书局上海印刷厂印刷

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：3 5/8 字数：81,000

1962年11月第1版 1963年5月第2次印刷

印数：40,001—68,000本

统一书号：7150·1350

定 价：(八) 0.20 元

出版者的話

“小学算术教材教法研究”这一套丛书，准备就小学算术課程中的一些专题，作比較深入的分析研究。我們企图通过这套丛书，能够广泛地交流各方面的經驗；帮助教师們掌握为理解和处理教材所必需的专业知識，使教师能用正确的观点来理解和处理教材；并探討教学方法，解决教学上的困难，从而有效地提高教学质量。

在編写这套丛书时，力图根据教学改革的精神和理論联系实际的原則，来分析和研究教材，并結合当前小学教学实际，探討相应的教学方法。知識部分較教材适当加深加广，并力求系統化，但这部分内容主要供教师参考，不要补充教給学生。教学建議部分也仅供一般参考，希望教师們在教学时發揮創造性，根据班級具体情况灵活运用。

这套教学参考书不完全配合哪一套教材，而是根据一般教材里的内容編写的。这种編写方法，还是一种新的尝试。無論在知識内容的深度广度或者教学方法的探討等方面是否能适合广大教师們的需要，希望讀者對我們多多提供寶貴意見，以便作好这套书的出版工作。

編者的話

整数的認識和四則运算是算术教学的开始，也是学习全部算术課程的基础。这部分教材在整个小学算术課程中所占的分量也最重。因此，使学生获得巩固的关于整数方面的知識和养成口算、笔算的技能就显得非常重要了。

本书是“小学算术教材教法研究”丛书中对整数这一专题进行分析研究的两本小册子里的一本。在这本书里，专就与安排在一般高小算术課本里的整数部分教材相应的知識（适当加深加广一些）作比較詳細的介紹，同时提出几个教学上的专题作簡單的探討。至于与初小算术課本里的整数部分教材相应的內容，就将在另一本小册子“整数（初小部分）”里作專門的分析与探討。

本书在編写过程中，黄宝琪、潘翠雛两同志曾提供了資料。在此，謹向他們致謝。

限于編者的水平，本书里难免存在着缺点和錯誤。希望讀者多提意見，帮助改正。

邓 建 生

1962年9月1日于上海

目 录

引言	1
一 整数和它的讀法与写法	3
(一) 自然数和零	3
(二) 整数的讀法和写法	7
二 整数和它的讀法与写法的教学建議	17
(一) 整数的概念	18
(二) 整数的讀法和写法	20
(三) 数的四舍五入	25
三 整数的四則运算	28
(一) 加法	28
(二) 减法	36
(三) 乘法	51
(四) 除法	64
四 整数的四則运算的教学建議	86
(一) 四則运算的意义	88
(二) 和差积商的变化	92
(三) 运算順序和括号	98
(四) 計算能力的培养	106

引 言

算术是研究数的起源和发展、数的性质以及数的运算的一門科学。因此,算术的基本任务在于建立和发展数的概念,研究数与数之间的关系、运算的定律和性质以及运算的法則。

作为学校中学习科目的算术是有别于作为科学的算术的。一方面,它研究数的理論中的一部分內容,即整数(自然数和零)、分数等;另一方面还研究在算术科学以外的、带有应用性质的內容,如量的計量、比和比例、百分数等。

小学算术教学的基本任务,在于使学生能够正确地、迅速地、合理地进行整数、小数和分数的运算,能够应用所获得的知識去解答应用題和解决日常生活中的简单的計算問題,并且为以后进一步学习数学打下基础。

小学算术課程的內容包括整数,分数、小数和百分数,比和比例,量的計量,几何初步知識,統計图表,应用題等。其中整数和整数四則运算是一个主要內容,也是学习全部算术課程的基础。这部分教材在整个小学算术課程中所占的分量也最重。因此,我們必須使学生牢固地掌握它:基础知識和口算、笔算的技能。

为了使學生能够循序漸進地学习整数的基础知識和提高計算能力,一般小学算术教材里,把整数和整数四則运算的教学分成几个阶段:二十以內数的認識和运算,百以內数的認識和运算,多位数的認識和运算(有的教材里把多位数的認識和运算又分成万以內数的認識和运算与万以上数的認識和运算两个阶

段),以及整數和整數四則運算的復習和系統化。

在多位數和它前面幾個階段的教學里,着重培養學生整數運算的技能,同時也使學生獲得一些這方面的知識,但是這些知識是不夠系統的。例如,學生在這幾個階段里,已經知道了加法、減法、乘法、除法等術語,並且能夠應用這些術語,但是不能清楚地理解每一種運算的意義。又如,在這幾個階段的教學中,雖然已經提出加數、被減數、減數、因數、被除數、除數、和、差、積、商等,但只要學生能在談話中運用這些名稱,並沒有深入解釋。另外,在這幾個階段里,學生已具有一定程度的整數四則的運算能力,但是簡便算法學得還比較少,因為課本里沒有正式提出某些簡便算法的理論根據,運算的定律和性質;等等。這些,都需要在另一個階段里,加以整理、充實和提高。為了便於說明,我們把這個階段叫做“整數和整數四則運算的復習和系統化”。

這個階段的教學任務是,充實整數和整數四則運算的知識,提高學生在這方面的計算能力,並且把以前學過的知識系統化起來。在這個階段的教學中,也應當重視教育的任務。例如,使學生認識到:數是從實際需要而產生的;運算的發展是有一定規律的;運算結果是隨着已知數的變化而變化,而且是有一定規律的;等等。這些,使學生初步感受到算術研究的對象是客觀事物間的数量關係;事物是變化的和發展的。在教學中,選用的例題或者習題還要聯系我國社會主義建設中各方面的成就和情況,使學生熱愛祖國,熱愛社會主義制度。在教學中,應該全面地完成上述的這些任務。

一 整数和它的讀法与写法

在学习整数的性质的时候,首先要研究这些问题:自然数是怎样产生的,自然数的概念是怎样形成的;既然說自然数是无限多的,那末,我們應該怎样既簡便又完整地来称呼和表示出这么多的数,就是自然数的讀法和写法;等等。这里,我們將順次討論自然数的概念、自然数列和它的性质、整数的概念、整数的讀法和写法。这里介紹的主要是用十进位制讀数和写数的原則、数位的分級等,并且简单地介紹其他几种进位制、羅馬記数法等。最后,还将介紹数的四舍五入。

在介紹这些內容以后,我們將提出这部分小学算术教材的探討性的教学建議,供教学中參考。

(一) 自然数和零

1. 自然数 还在远古的时候,人类在生产劳动中,就已經数他們周围的事物了。人类的劳动,如狩猎、捕魚,以及后来的家畜飼养和劳动工具的制造等都有数量关系。他們为了估計生产量和生活需要量,就产生了数的概念。

人們从認識数目“一”,到認識大的数目,經過了很长很长的時間。我們的远祖最初只会把一个物体和多个物体区别开来;后来能够数到“二”了,而比“二”更多的数就认为很多的了。我們知道,我国的“一”就是“余”(就是我的意思),“二”就是“尔”(就是你的意思)的假借,至于“三”,就把它看做很多了——三人为“众”。随着經濟活动的复杂化,人們就利用手指来数数;如果物体的数目比人的手指的数目还要多,那末他們就感到困难了。为

了数数,他们还利用周围的物体来作为数数的工具,例如小棍上的記号、成捆的树条、石子、桃核等。我国古代的結绳記事,由起先的大事結大結,小事結小結,逐渐地变为一件事結一个結,两件事結两个結,等等,也可以說明这件事。当时所要数的物体的个数还不多,所以数数也不是很复杂的。

数(这里指的只是正整数)的概念形成得比較慢。起先人們只会数几十以內的数,后来才产生了“百”这个数的名称。在有些民族里,在比較长的时期內,把“百”这个数看做是一个具有不确定的大数的意义的数。此后,千、万等数在某一个时期內也具有同样的意义。

人們在数物体的个数时,用一、二、三、四、五、……这样数下去。这些表示物体个数的每一个数,例如三、二十八、一百五十等,都叫做自然数。

“一”是自然数的单位。“二”是两个单位的結合;“三”是三个单位的結合;等等。因此,一个自然数都可以把它看成是一个或者几个单位的結合。

2. 自然数列和它的性质 我們已經知道:在一个单位上添上一个单位就得到两个单位,再添上一个单位就得到三个单位,这样依次做下去,就可以得到依次排列着的一列数:一、二、三、四、……。这一列数叫做自然数列。

研究一下自然数列的性质,对以后某些問題的研究是有所帮助的。自然数列有以下一些性质:

- (1) 在自然数列里有最前面的一个数“一”。
- (2) 在自然数列里每个自然数后面紧跟着一个数,而且只紧跟着一个数。

因为任何一个数再添上一个单位,就得出一个紧跟在它后面的数;所以,自然数列可以无限止地延續下去。这就是說:

(3) 在自然数列里没有最后面的一个数。

自然数列里的任何两个数，它们所含单位的数目不同，而且在后面的那个数总比在前面的那个数所含单位的数目多。所以

(4) 在自然数列里的任何两个数都不相同，排在前面的较小，排在后面的较大。

因此，我们说自然数列是有序的、无穷的一列数。

从上面所说的可以知道，自然数列里的每一个自然数都有一个固定的位置。因此自然数除了可以用来表示数量(多少)外，还可以用来表示次序(第几个)。自然数用来表示数量时，叫做**基数**(例如一个、两个、三个等)；在用来表示次序时，叫做**序数**(例如第一、第二、第三等)。所以说，自然数是具有双重意义的。

3. 计数过程，计数公理 有了自然数列，我们就可以更方便地来数数。例如，我们要知道教室里的学生数，可以一个一个地指着学生，同时依次念出(或者口唱，或者默念)自然数列里的自然数一、二、三、四等等和所指着的学生一一对应。这种过程就是**计数过程**，或者叫做**数数过程**。如果数教室里的学生数所用到的最后一个自然数是“四十八”，那末教室里的学生和从“一”到“四十八”这些自然数就一一对应了。这样，我们知道教室里的学生数是“四十八”。

很明显，我们无论用什么顺序、什么方法来数教室里的学生数，或者一排一排地数，或者一列一列地数，或者按姓名来数，或者按年龄的大小来数，最后的结果都是相同的。

我们也知道，如果教室里的学生数比四十八还要多，那末还可以继续数下去。实际上，要数的物体的个数随便多大，例如要数钟摆的摆动数，只要继续数下去，总可以数出结果来的。

因此，我们得到**计数公理**：(1)计数的结果与计数的顺序无关，只要不遗漏，也不重复；(2)在数物体的个数时，每一种物体

可以用另一种物体来代替；(3)計数的过程是无限的。

我們在数物体的个数时，为了数起来方便，不一定一个一个地数，也可以一組一組地数——两个两个地数，五个五个地数，十个十个地数，等等。例如我們到商店里去买笔尖，营业员把笔尖一对一对地数，一对一对地移到一旁，并且念出一对、二对、三对、四对、五对。这就是說，他数出了十个笔尖。人們在数某些小的物体的时候，也常常五个五个地数。例如数紙张时，我們常常五张五张地数。我們也常常十个十个地数我們所要数的物体。在算术里“十”这个数是有独特重要意义的。

4. 零 自然数是用来表示一个或者一个以上物体的个数的；但是我們常常会遇到一个物体也沒有的情况。例如，桌子上有两个粉笔盒子，其中一个盒子里有两支粉笔，另一个盒子里一支也沒有。如果要回答这两个盒子里各有几支粉笔，我們可以用自然数“二”来表示第一个粉笔盒子里粉笔的支数，但任何一个自然数都不能用来表示第二个粉笔盒子里粉笔的支数。我們就說，第二个盒子里粉笔的支数是“零”。我們把零也看做是一个数，它表示沒有物体。

我們不能从自然数列里得到零，所以零不是自然数。零比任何自然数小。

通常我們把零和自然数放在一起，把零放在“一”的前面，这就成了扩大了的自然数列。

引进了零这个数以后，数的概念扩展了。我們把自然数和零都叫做整数。

这里，我們要附带說明几个問題：

(1) 在写数时，我們用 0 作为表示一个数的某些数位上沒有单位的符号。就是說，它仅仅是一个数字。例如 102 里的数字 0 表示在这个数的十位上一个单位也沒有。現在我們說，把零也可以看做是一个数，因为它和

自然数一样,可以用来比较大小(零比任何自然数小),也可以用来运算(例如 $a+0=a$, $a\cdot 0=0$)等。

(2) 我們說自然数和零都叫做整数,意思是指自然数和零都是整数的一个部分,但不能把它理解为整数就是自然数和零。因为在代数里引进了负数的概念以后,在整数里还包括负的整数,就是自然数的相反数: -1 、 -2 、 -3 等等。

(3) 引进了零这个数以后,数的概念就从自然数扩展到整数。这是算术里数的概念的第一次扩展。算术里数的概念的第二次扩展就是分数的引进。(事实上在数的发展史中,零作为数被引进数的系统是比较迟的,而数的概念的第一次扩展则是分数的引进。)以后,在中学代数里,逐步引进负数、无理数、虚数以后,数的概念也就随着扩展到有理数、实数、复数了。

(二) 整数的讀法和写法

1. 整数的讀法 每一个数都应当給它一个名称,这样我們才能够讀出(或者称呼)这个数。在文化发展的最初阶段,人类已經利用物件的名称作为自然数的名称了。比如,用“耳朵”来作为数目“二”的名称。以后,这些名称逐渐丧失它們的原始意义,而只用来作为某一个自然数的名称。

但是,自然数是无限多的,如果每一个自然数都用一个独立的名称来讀出它,那是非常不方便的。因此,大多数民族在文化发展的最初阶段,由于实际生活的需要,就已經感到有必要創造一种讀数制度。当然,这种制度也是經過不断的发展,才达到完善的。

我們现在都是按照下面的制度来讀出自然数的。

自然数列里最前面的十个数,各有一个独立的名称。它們是:一、二、三、四、五、六、七、八、九、十。

十以上的数不給它新的名称,就把十和不满十的数結合起来,例如:十一、十二、十三、……十九。十和十就是两个十,叫做

二十。同样，三个十叫做三十，四个十叫做四十，……九个十叫做九十。几个十和不满十的数结合成几十几，例如两个十和四叫做二十四，九个十和九叫做九十九。

十个十再给它一个新的名称，叫做百。三个百叫做三百；六个百、五个十和三，叫做六百五十三。

同样，十个百给它一个新的名称，叫做千。

十个千叫做万。万以上虽然仍是十进，但不是逐一给它们一个新的名称的。十个万叫做十万，十个十万叫做百万，十个百万叫做千万。

十个千万叫做亿。亿以上还有十亿、百亿、千亿、万亿等。万亿也叫做兆，兆以上有十兆、百兆、千兆等。

一(个)、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿、十亿、百亿、千亿、兆、……都是计数单位。因为在这种读数制度里，每十个某一单位就组成和它相邻的较高的一个单位，所以这种制度叫做十进位制，或者十进制计数法。

有了这种计数法，只要用少量的名称(例如一、二、三、……十、百、千、万、……等)，就可以读出无限多的数了。

从上面可以看到，我国的读数制度是四位分级的。我们可以把这些计数单位列成下表：

兆 级				亿 级				万 级				个 级			
千兆	百兆	十兆	兆	千亿	百亿	十亿	亿	千万	百万	十万	万	千	百	十	个

前面讲过，我们用零表示没有物体，也就是把数的概念扩展到了整数(自然数和零)。因此，这里所讨论的自然数的读法，实质上也就是整数的读法。

十进制计数法流传很广，这是由于人类在文化发展初期，常常利用两

只手的手指來計數的緣故。我國在上古時期，就已經用十進位制來讀數了。

除了十進位制以外，人類還用過幾種其他進位制，例如二進位制、五進位制、十二進位制、二十進位制和六十進位制，等等。二進位制對於理論研究很有價值，在現代所使用的數字電子計算機里，就是用二進位制來表示數的。五進位制和二十進位制，北美洲的印第安人、拉丁美洲的土人、西伯利亞的北部民族以及非洲人都常用這種進位制。十二進位制是使用較方便的一種進位制，因為 12 能夠被 2、3、4、6 所整除，做除法的時候，十二進位制的數不象十進位制的那樣經常會得出余數或者分數的商。羅馬人曾經用過十二進位制，例如十二個單位叫做一打（打），十二打叫做一格魯斯（格魯斯），十二格魯斯叫做一馬斯。現在還保留着“打”的名稱，並且經常用到它。目前商業上也用到“羅”。六十進位制的使用起源於巴比倫人。現在還保留着時間單位里的 1 小時等於 60 分，1 分等於 60 秒等。

2. 整數的寫法 上面講過，有了十進制計數法，只要用少量的名稱，就可以讀出無限多的數了。那末，究竟要用多少符號才能寫出其中的每一個數呢？

我們現在都是按照下面的方法來寫數的。

用來寫出數的符號叫做**數字**。現在我們常用 1、2、3、4、5、6、7、8、9 和 0 這十個阿拉伯數字，來分別表示一、二、三、四、五、六、七、八、九和零。

利用這十個符號，為什麼就能夠把所有的整數很簡明地表示出來呢？這是由於我們在寫法上採用了地位規定，就是：

數 位	...	兆位	千億位	百億位	十億位	億位	千萬位	百萬位	十萬位	萬位	千位	百位	十位	個位
單 位	...	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一(個)

個位、十位、百位等等都叫做**數位**。它們所表示的單位分別是一(個)、十、百等等。

同一個數字隨着它在所寫的數里的位置不同，所表示的數

也不同。這就是說，我們是用數字和數位結合起來寫數的。例如，370 表示三個百和七個十，而沒有一個一，就是三百七十；3333 表示三個千、三個百、三個十和三個一，就是三千三百三十三。反過來，六千七百一十九寫做 6719，三千零四寫做 3004。

這裡，我們可以看到，在自然數的寫法里，每個數字所表示的數，不僅和這個數字所表示的數本身的大小有關，而且也和它所在的地位有關。這種自然數的寫法叫做地位制的寫法。

從上面所說的還可以看出，寫數時有必要用到數字“0”。例如，三千零四應該寫做 3004，而不應該把百位上和十位上的“0”省略不寫；否則就變成 34，它只表示三十四而不表示三千零四了。

我們用這種地位制的寫法，可以寫出所有的整數。寫數的法則是：從最高級起，從左到右順次寫出各數位上的數字。如果某一數位上一個單位也沒有，就記一個“0”。例如，一千三百零四萬六千八百寫做 13046800，九百二十八億零五百萬寫做 92805000000。

用這種地位制的寫法寫出的數，又可以照四位分級的原則，應用下面的讀數^①（就是讀出用數字表示出來的數）法則把它讀出來。

（1）四位以內的數，可以從最高位起順着數位次序讀出來。例如 6908 讀做六千九百零八。

（2）四位以上的數，可以先從右向左，每四位分級，然後從最高位起，順着數位次序讀出各級里的數和相應的級名。例如 1234567 讀做一百二十三萬四千五百六十七；250892800 讀做二億五千零八十九萬二千八百。

① “讀數”有兩個不同的意義：（1）稱呼一個數，或者說給數一個名稱。例如，我們把兩隻手的手指數叫做“十”。（2）讀出已經用數字表示出來的數。例如，我們把“10”讀做“十”。

在遇到中間或者末尾有 0 的数时，我們通常都是这样来讀的：(1) 一个数中間連續有几个 0，在讀数的时候，只要讀一个 0。例如 3004 讀做三千零四；50037066 讀做五千零三万七千零六十六。(2) 一个数每一級末尾的 0 都不要讀出来。例如 3009800 讀做三百万九千八百。

很多国家沒有万这个位名。他們的讀数原則不是四位分級，而是三位分級的。他們把三个最低的单位結合成一組，叫做第一級，或者个級；第一級里包括个、十和百。把第四、第五、第六个的单位結合成一組，叫做第二級，或者千級；第二級里包括千、十千(十千就是一万)、百千(百千就是十万)，等等。因為他們是三位分級的，所以为了容易辨認数位，常常把一个数从右向左每三位用一逗号分开，例如，8,300,500,000。这逗号叫做分节号。

为了按照国际习惯，写数的时候，我們也是用三位一节的方法，把数位分成几节^①。因此，要讀出一个用分节号从右到左每三位分开的数，就要注意到第一个分节号左边的一位是千位，第二个分节号左边的一位是百万位，第三个分节号左边的一位是十亿位等。例如，745,006 的最高位是十万位(比百万位低一位)，这个数就是七十四万五千零六；又如，68,302,900,000 的最高位是百亿位(比十亿位高一位)，这个数就是六百八十三亿零二百九十万。

上面所說的数字和数的写法是欧洲人在十二世紀左右从阿拉伯人那里学来的，我們把这些数字叫做阿拉伯数字。实际上，这种写法阿拉伯人还是从印度人那里学来經過一些改变而成的。

我国古代的数字和一、二、三、四等大致相同，到十二世紀有碼子数

① 中央人民政府財政部在 1950 年曾有通知：“为取得全国一致，并和国际习惯符合起来，今特规定数字的分位方法为三位制，即整数每隔三位加一逗号，位置在每第三数字的左下角，……”。