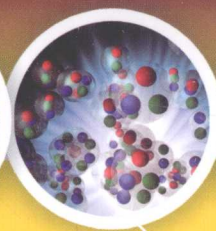
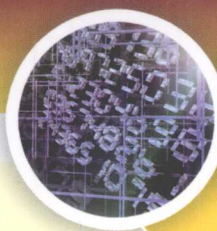


大学专业概论系列丛书
总主编 ◎ 涂善东 房鼎业

○○○○○○○

大学专业概论 (1)

主 编 ◎ 史济斌



○○○○○○○

数学

物理

化学

制药

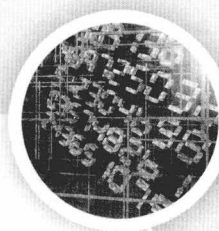


华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

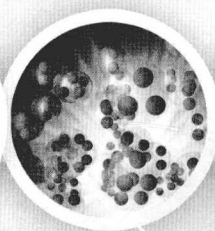
大学专业概论系列丛书
总主编 ◎ 涂善东 房鼎业

大学专业概论 (1)

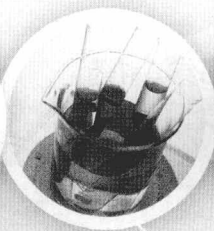
主 编 ◎ 史济斌



数学



物理



化学



制药



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

大学专业概论(1)/史济斌主编. —上海:华东理工大学出版社,2009.9

ISBN 978-7-5628-2608-8

I. 大... II. 史... III. 高等学校-专业-简介-中国
IV. G649.28

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 140032 号

大学专业概论系列丛书

大学专业概论(1)(数学、物理、化学、制药)

主 编 / 史济斌

责任编辑 / 徐知今

封面设计 / 陆丽君

责任校对 / 李 晔

出版发行 / 华东理工大学出版社

地址:上海市梅陇路 130 号,200237

电话:(021)64250306(营销部)

传真:(021)64252707

网址:press.ecust.edu.cn

印 刷 / 丹阳教育印刷厂

开 本 / 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 / 18

字 数 / 390 千字

版 次 / 2009 年 9 月第 1 版

印 次 / 2009 年 9 月第 1 次

印 数 / 1—3 000 册

书 号 / ISBN 978-7-5628-2608-8/G·404

定 价 / 28.00 元

(本书如有印装质量问题,请到出版社营销部调换。)

本书编委会

主 编	史济斌	
编 委	李建奎	谢海芬
	沈 冬	罗锻斌
	史济斌	王利民
	任家文	王艳芹
	唐 贇	邓卫平
	沈永嘉	崔景斌

序

华东理工大学原名华东化工学院,其办学历史可以追溯到 100 多年前的南洋公学和震旦学院,是 1952 年全国高校院系调整时由交通大学(上海)、震旦大学(上海)、大同大学(上海)、东吴大学(苏州)、江南大学(无锡)等校的化工系合并组建而成的全国第一所以化工特色闻名的高等学府。1956 年被定为全国首批招收研究生的大学之一。1960 年被确定为直属教育部的全国重点大学。1993 年更名为华东理工大学。1996 年学校进入国家“211 工程”重点建设行列。1997 年上海市参与学校共建共管。2000 年经教育部批准建立研究生院。2008 年获准建设“985 优势学科创新平台”。今天学校已发展成为特色鲜明、多学科协调发展的研究型全国重点大学。

多年来,学校以“培育英才,服务社会;注重过程,勤奋求实;协调发展,特色鲜明”作为办学指导思想,面向社会需求,不断深化教育思想、教学内容、教学方法和课程体系的改革,教学质量居全国高校前列。学校以培养“厚基础、强实践、高素质、具有创新精神和国际视野的社会英才”为目标,重视对学生全方位的培养,取得了一系列显著成果:拓宽的专业口径,扩大了学生的学术视野;强化的基础理论教学,夯实了学生的理论基础;全面的工程教育,提高了学生的工程实践能力;精选的教学内容,扩大了学生学习的自主权;因材施教的教学方法,发挥了学生的个性;“注重过程”的教育思想,增强了学生的综合素质;“研究型教学”的实施,培养了学生的创新能力。

纵观世界高水平大学的教学,大多十分强调基础教育与专业教育的结合,不少专业均在大学一年级增设了专业导论课程。为深化教育改革,我校从 2008 年以来采取了一项重要教学改革措施,即在大学一年级开设专业概论课程,以促进大学一年级学生对本门学科或相关学科有一个整体的认识。尤其是在中学期间,学校缺乏对大学学科设置的介绍,学生对专业的内涵知之甚少,进入大学后,对所选专业在思想上和心理上准备不足,虽有学好专业的愿望,但却不知从何着手。

本丛书是配合大学专业概论课程而编写的教材。编写本书的目的是为了使一年级大学生了解专业学科,给学生一把入门的钥匙,可使学生主动叩开大学学习之门,发挥学生在大学时代学习的主动性、积极性和创造性,成为大学时代学习的主人。大学的学科覆盖范围虽然很宽,几乎包括所有产业部门和社会部门,因此要求大学毕业生有很强的适应能

力,但大学是按专业培养学生的,每个专业都有自己的培养目标,对知识结构、能力结构和综合素质有特定的要求。大学生进校后应该了解本专业学生毕业后干些什么,本专业学生在大学里学习什么、怎样学,本书正是针对学生的需求而组织编写的一套介绍专业概况的教材。

本书分为5个分册,第一分册介绍我校理学院、化学与分子工程学院、药学院的10个专业及1个专业方向,第二分册介绍化工学院、生物工程学院、材料科学与工程学院的12个专业,第三分册介绍机械与动力工程学院、信息科学与工程学院、资源与环境工程学院的12个专业,第四分册介绍工商管理学院、法学院的12个专业,第五分册介绍外国语学院、艺术与传媒学院的13个专业。对每个专业阐述了以下内容:本专业在社会发展与国民经济中的地位与作用,本专业所依据的自然科学学科或社会科学学科的研究内容和发展趋势,专业的培养目标与培养模式,本专业学生的知识结构、能力结构与素质要求,本专业的课程设置与教学内容,本专业学生在大学学习阶段要注意的问题等。

本书组织了我校有经验的教师编写,其中有国家级教学名师和上海市教学名师,有我国高等学校相关专业教学指导委员会成员、有我校相关专业的学术带头人、有相关专业所在系的系主任,他们对所从事的专业都十分熟悉,对国内相关专业的的发展非常了解。他们把长期的积累和教学见解写成文字,所撰写的专业概论内容丰富,实例生动,素材翔实,数字具体,深入浅出,针对性强,肯定对学生了解专业有所帮助。

时代在发展,科学技术日新月异、突飞猛进,为了适应社会的发展和科学的进步,为了适应高等教育国际化的要求,我们希望大学生们在了解国家需要、专业要求的前提下,在进入大学这一新的起点上,勤奋求实、励志明德、刻苦钻研、努力奋斗,一步一个脚印,在人生的道路上谱写新的篇章。

本书主要供一年级新生了解所学专业和相关学科之用,也可供高中毕业生高考选择志愿时参考,同时对大学高年级学生和研究生进一步了解相关学科专业也有帮助。由于编写时间较紧,在编写内容上难免有疏漏之处,敬请读者指正。

大学专业概论系列丛书 总主编

涂善东 房鼎业

2009年7月

前言

高等教育的本质是专业教育,高等学校的教育教学都是围绕学科专业来开展的。国家教育主管部门历来都十分重视普通高等学校本科专业的设置和调整。1980年以来,为了适应社会主义现代化建设的需要,促进高等教育规模、结构、质量、效益的协调发展,加强对高等学校本科专业的宏观管理,国家分别于1987年、1993年和1998年对普通高等学校本科专业设置进行了三次修订,使专业的设置数由1982年的1343种调整到249种。其后,教育部于2001年下发了《关于普通高等学校本科学科专业结构调整的若干原则意见》,对学科专业结构调整提出了全面系统的要求,对专业的建设和教学提出了规范性的要求。

本书作为《大学专业概论》系列丛书的分册之一,意在通过介绍华东理工大学的应用化学(含应用化学专业精细化工方向)、化学、材料化学、信息显示与光电技术、数学与应用数学、应用物理学、制药工程、药物制剂、药学等专业的概况,以应对大学新生及时了解所学专业、进行学习规划的需要,教师按照专业规范履行教学育人职责的需要,以及大学考生在众多的专业中作出适合自身选择的需要。

对于报考大学的考生来说,在根据自身的兴趣和条件填报专业志愿时,往往由于对某个专业学哪些核心课程、涉及的研究内容、毕业后的就业前景不甚了解,觉得在专业目录中的11个学科门类(哲学、经济学、法学、教育学、文学、历史学、理学、工学、农学、医学、管理学)之中作选择时还比较容易,而要在二级类的各专业(如理学中化学类的化学专业和应用化学专业,医学中药学类的药学专业和药物制剂专业)中进行选择则却比较困惑。本书可以帮助考生了解相关专业的内涵,选择好专业志愿,规划深造的专业方向。

对于刚进入大学的一年级新生,亟须了解所学专业在人类社会中的地位 and 作用、专业技术与研究内容、专业发展状况与发展趋势、专业培养方案、专业人才面临的机遇与挑战。本书作为专业概论课程的教材,可以帮助新生尽快了解专业,尽早地根据学校在专业办学和教育方面的特色订立学习计划,进行自主学习,确定专业学习、发展的目标。

对于专业教学或专业基础课程教师,在组织教学和授课时需要根据各专业的人才培养目标与规格,为培养高素质的专业人才有针对性地设置教学环节,选择教学内容、教学方法和模式。本书可以为改革人才培养方案、强化实践教学、加强教师队伍建设、加强课

程体系和教材建设、紧密结合社会经济发展需要推进专业建设提供参考。

自然界是一个相互联系的有机整体,人类基于对自然界的认识所形成的科学知识体系也是一个相互联系的有机整体,现代科学的发展规律是高度分化基础上的综合。交叉科学的发展正是这一特征的反映。它是知识体系的融合,是知识、技术、方法的集成,是不同思维、观点、理论的碰撞。当今社会发展中遇到的重大的科技、经济、社会问题,往往都需要跨学科的知识才能解决。阅读本书中相关专业的介绍,对于有志于成为基础扎实、专业面宽、知识面广、理工结合的应用型、复合型、创新型人才的本科生和研究生也是不无裨益的。

参加本书编写的个人与单位有:史济斌(第 5、7 章),任家文、王艳芹(第 8 章),王利民(第 6 章),沈冬、罗锻斌(第 4 章),数学系(第 1、2 章),谢海芬(第 3 章),沈永嘉(第 10 章),唐赟、邓卫平(第 9 章),崔景斌(第 11 章)。

本书主要供一年级大学生了解所学专业之用,也可供高中毕业生参加高考填报志愿时参考,同时对高年级本科生、研究生了解相关专业,教师开展专业建设与教学也有帮助。囿于编写经验的不足,疏漏之处在所难免,敬请读者指正。

编者

2009 年 8 月

目 录

1	数学与应用数学	1
1.1	数学发展史简介	1
1.2	数学思想方法的四次重大转折	7
1.3	数学的三次危机	8
1.4	中国数学	10
1.5	20 世纪以来数学科学发展的趋势	12
1.6	数学与应用数学专业教学培养方案	15
1.7	关于大学数学的学习	17
2	信息与计算科学	20
2.1	数学学科的地位和作用	20
2.2	信息与计算科学专业技术与研究内容	21
2.3	信息与计算科学专业的定位	25
2.4	信息与计算科学专业的发展现状与发展趋势	25
2.5	信息与计算科学专业办学指导思想	26
2.6	信息与计算科学专业培养方案	27
2.7	专业相关行业在国内外的发展趋势及毕业生就业前景	28
3	应用物理学	32
3.1	物理学的发展	32
3.2	应用物理学专业的研究方向	45
3.3	物理学的发展前景	56
3.4	应用物理学专业培养方案	61
3.5	应用物理专业的未来	65
4	信息显示与光电技术	74
4.1	信息与信息时代	74
4.2	信息显示的发展概况	76

4.3	平板显示技术	78
4.4	信息显示与光电子技术的关系	81
4.5	国内外平板显示产业的状况和发展趋势	83
4.6	信息显示与光电技术专业培养方案	86
5	应用化学	88
5.1	化学的由来、进展与贡献	88
5.2	我国现代化学的发展历程与成就	99
5.3	化学学科发展的态势	106
5.4	中国的大学应用化学专业教育	109
5.5	应用化学专业培养方案	111
5.6	应用化学专业人才面临的机遇与挑战	115
6	应用化学(精细化工方向)	117
6.1	应用化学(精细化工)的简介	117
6.2	应用化学(精细化工)的特点	118
6.3	应用化学(精细化工)的专业的工程特点	122
6.4	应用化学(精细化工)专业的教学内容	126
7	化学	127
7.1	化学在人类社会中的地位 and 作用	127
7.2	化学的研究内容	128
7.3	化学的发展状况与发展趋势	144
7.4	中国的大学化学教育	149
7.5	化学专业培养方案	153
7.6	化学面临的机遇与挑战	157
8	材料化学	159
8.1	材料化学的产生和发展	159
8.2	材料化学研究内容	164
8.3	材料化学的现状	187
8.4	材料化学专业培养方案	188
8.5	材料化学人才面临的机遇与挑战	189
9	药学	191
9.1	药学专业在人类社会中的地位 and 作用	191
9.2	药学专业技术与研究内容	192
9.3	药学专业发展状况与发展趋势	193

9.4	华东理工大学药学院和药学专业设置背景	207
9.5	药学专业定位及培养方案	211
9.6	药学专业人才面临的挑战与机遇	214
10	制药工程	216
10.1	制药工程专业概况	216
10.2	国外制药工程专业设置情况	227
10.3	国内制药工程专业现状	228
10.4	与制药工程专业相关行业的现状与发展趋势	228
10.5	制药工程专业的培养方案	233
10.6	制药行业存在的问题及人才需求	236
10.7	本专业质量、规模、结构、效益情况及其相互关系	237
10.8	今后五年内本专业的社会需求状况	238
10.9	制药工程教学指导分委员会	240
11	药物制剂	241
11.1	药剂学在人类社会中的地位和作用	241
11.2	药剂学专业技术与研究内容	242
11.3	药剂学的发展状况和发展趋势	264
11.4	药物制剂专业培养方案	270
11.5	药物制剂专业人才面临的机遇和挑战	271
	参考文献	274

1

数学与应用数学

数学一词来源于希腊文, 意义为知识、科学, 它非常恰当地反映了这个领域的广泛性和普遍性。数学家 B. Demollins 说得好: “没有数学, 我们就无法看透哲学的深度; 没有哲学, 人们也无法看透数学的深度; 而若没有这两者, 人们就什么也看不透”。

1.1 数学发展史简介

“若想预见数学的将来, 正确的方法是研究它的历史和现状。”——庞加莱

“一门科学的历史是那门科学中最宝贵的一部分, 因为科学只能给我们知识, 而历史却能给我们智慧。”
——傅鹰

数学是人类灿烂文化的重要组成部分, 数学的历史可以追溯到远古时代, 绵延于世界的东方和西方。关于数学史的分类目前尚无统一标准。一般来讲可分为四个时期:

数学萌芽时期 远古—公元前 6 世纪;

初等数学时期 公元前 6 世纪—16 世纪;

变量数学时期 16 世纪—19 世纪初;

现代数学时期 19 世纪初—现在。

1.1.1 数学萌芽时期

这一时期可以分为两个阶段, 一是史前时期, 从几十万年以前到公元前大约五千年; 二是巴比伦数学和埃及数学, 从公元前五千年到公元前六世纪。

数学萌芽时期的特点是人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念, 并初步掌握了数的运算方法, 积累了一些数学知识。由于田亩度量和天文观测的需要, 几何知识初步兴起, 但这些知识只是片段的、零碎的, 缺乏逻辑因素, 基本上还看不到命题的证明。

这一时期对数学的发展作出贡献的主要有中国、埃及、巴比伦和印度。

在漫长的萌芽时期, 数学迈出了十分重要的一步, 形成了最初的数学概念, 如自然数、分数; 最简单的几何图形, 如正方形、矩形、三角形、圆形等。一些简单的数学计算知识也开始产生了, 如数的符号, 计数方法, 计算方法等。

1.1.2 初等数学时期(常量数学时期)

进入公元前 6 世纪,几何学进入了一个新阶段——论证的(演绎的、有系统)几何学。古希腊成了数学发展的中心,这些古希腊人把几何结果或者说一切数学结果的建立,由实验室搬到了书斋。在数学中开始采用演绎法。泰勒斯开始了命题的逻辑证明;毕达哥拉斯学派对比例论、数论等所谓“几何化代数”作了研究,他们产生的关于无穷小量和求和法的一些思想在 17 世纪被发扬光大而成为微积分。古希腊人对于数学的最杰出的贡献,就是确立公理体系的模式和主张按照这种模式使数学条理化。

自公元前 4 世纪末至公元 1 世纪,这时的学术中心从雅典转移到了亚历山大里亚,因此被称为亚历山大里亚时期。

公元前 3 世纪,欧几里得写出了平面几何、比例论、数论、无理量论、立体几何的集大成的著作《几何原本》,第一次把几何学建立在演绎体系上,成为数学史乃至思想史上一部划时代的名著,被称为是“数学家的圣经”,其最大的功绩在于确立了数学中的演绎范式。几何学正是有了它,不仅第一次实现了系统化、条理化,而且又孕育出一个全新的研究领域——欧几里得几何学,简称“欧氏几何学”。

公元前 3 世纪到公元前 2 世纪初,希腊数学的两个主要代表人物是阿基米德和阿波罗尼奥斯,他们分别继承了公元前 4 世纪希腊数学的不同风格。

阿基米德继承了欧多克斯的“极限”方法,并在此基础上创立了“穷竭法”——用边数越来越多的正多边形去逼近圆的面积。在计算抛物线弓形面积和球、椭球、旋转抛物体等的表面积与体积时,进一步发展了“穷竭法”,可以说是现代微积分法的先导。他还首创记任意大数的方法,突破了当时用希腊字母记最大数不能超过一万的局限等。

阿波罗尼奥斯则把分析方法推广应用到更复杂的几何作图领域。他的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果,它将圆锥曲线的性质研究透彻,几乎使后人没有插足的余地。《圆锥曲线论》是一部经典巨著,它可以说是代表了希腊几何的最高水平,自此以后,希腊几何便没有实质性的进步。直到 17 世纪的帕斯卡和笛卡儿才使几何学有新的突破。

希腊数学中最突出的三大成就——欧几里德的几何学,阿基米德的穷竭法和阿波罗尼奥斯的圆锥曲线论,标志着当时数学的主体部分——算术、代数、几何基本上已经建立起来了。

公元 1 世纪的赫伦写出了使用具体数解释求积法的《测量术》等著作。

公元 2 世纪的托勒密完成了到那时为止的数理天文学的集大成著作《数学汇编》,结合天文学研究三角学。

公元 3 世纪丢番图著《算术》,使用简略号求解不定方程式等问题,它对数学发展的影响仅次于《几何原本》,著名的“费马大定理”就是费马在研究丢番图《算术》一书时提出来的,经过 358 年,最后在 1994 年由怀尔斯解决了。

从公元 5 世纪到 15 世纪,数学发展的中心转移到了东方的印度、中亚细亚和阿拉伯国家。在这 1 000 多年时间里,数学主要是由于计算的需要,特别是由于天文学的需要而得到迅速发展。在此期间有两项重要发现:印度—阿拉伯数系和算盘(两者具体出现时期均未确定),印度—阿拉伯数系肯定出现在公元 8 世纪以前的某个时候,而算盘则要比这早得多。

15 世纪的数学活动集中在算术、代数和三角方面。缪勒的名著《三角全书》是欧洲人对平面和球面三角学所作的独立于天文学的第一个系统的阐述。

16 世纪最壮观的数学成就是塔塔利亚、卡尔达诺、拜别利等发现的三次和四次方程的代数解法,接受了负数并使用了虚数。16 世纪最伟大的数学家是韦达,他写了许多关于三角学、代数学和几何学的著作,其中最著名的《分析方法入门》改进了符号,使代数学大为改观。

古希腊的数学看重抽象、逻辑和理论,强调数学是认识自然的工具,重点是几何;而古代中国和印度的数学看重具体、经验和应用,强调数学是支配自然的工具,重点是算术和代数。

1.1.3 变量数学时期

变量数学产生的时代背景是工业革命开始,运动的研究成了自然科学的中心问题。

变量数学建立的第一个里程碑是 1637 年笛卡儿的《几何学》。笛卡儿的解析几何思想方法的精髓是引进坐标。“坐标”一出现,变量就进入了数学,于是运动也进入了数学。恩格斯指出:“数学中的转折点是笛卡儿的变数。有了变数,运动进入了数学,有了变数,辩证法进入了数学,有了变数,微分与积分也就立即成为必要的了……”。

笛卡儿和费马是创立解析几何的两位数学家,他们用代数方程表示曲线,然后通过对方程的讨论来给出曲线的性质,把代数方程和曲线、曲面等联系起来,创造出丰富的、有效的、崭新的数学思想方法。

变量数学发展的一个里程碑是 17 世纪末期,牛顿和莱布尼兹在一大批数学家工作的基础上,创立了微积分学,从而奠定了现代数学理论和发展的基础。恩格斯曾有这样的赞誉:“在一切理论成就中,未必再有什么像 17 世纪下半叶微积分的发明那样被看作人类精神的最高胜利了。”在希腊人那里,数学基本上就是几何,在牛顿之后,数学基本上是分析了。

17 世纪另一项数学成就是纳皮尔在 1614 年首创了对数。对数的使用,实现了由乘除到加减这一惊人的转换,使人们从大量繁复的乘除运算中解放了出来,无疑是对生产力的一次巨大解放和推动。拉普拉斯对此的评价是:对数的发明“以其节省劳力而使天文学家的寿命增加一倍”。

17 世纪的数学呈现以下特征:首先是产生了具有深远影响的数学分支——解析几何、微积分、概率论和射影几何等。其次,17 世纪数学的代数化的趋势发展强劲,代数依赖几

何的地位开始逆转。其三,大量新概念的出现,如无理数、虚数、瞬时变化率、导数、积分等等。

将微积分深入发展,是18世纪数学的主流,18世纪属于欧拉。

欧拉让微积分长大成人,在数学及许多分支中都可以见到很多以欧拉命名的常数、公式和定理,他的工作使得数学更接近于现在的形态。他不但为数学界作出贡献,而且把数学推广到了几乎整个物理的领域。此外欧拉还涉及建筑学、弹道学、航海学等领域。欧拉为哥尼斯堡七桥问题建立的图论模型,是数学模型方法的早期范例。

18世纪的分析学大大促进了代数学的研究,代数学的主题仍然是代数方程。从18世纪中期开始,许多数学家如达朗贝尔、拉格朗日、欧拉等都致力于代数基础定理的研究。终于在1799年,年轻的高斯在他的博士论文中公布了代数基本定理的第一个实质性证明,高斯的这一成果可以看作是18世纪方程论的一个漂亮的总结。

高斯有“数学王子”美称,被认为是历史上最伟大的四个数学家之一(阿基米德、牛顿、欧拉、高斯)。高斯的成就遍及数学的各个领域,在数论、非欧几何、微分几何、超几何级数、复变函数论以及椭圆函数论等方面均有开创性贡献。他发明了最小二乘法原理。他十分注重数学的应用,并且在对天文学、大地测量学和磁学的研究中也偏重于用数学方法进行研究。

从研究风格、方法乃至所取得的具体成就方面,他都是18~19世纪之交的中坚人物。如果我们把18世纪的数学家想象为一系列的高山峻岭,那么最后一个令人肃然起敬的巅峰就是高斯;如果把19世纪的数学家想象为一条条江河,那么其源头就是高斯。

1.1.4 现代数学时期

“当今的时代,乃是数学的黄金时代”——詹姆斯·皮尔朋特;

“现代数学最主要的成就是真正揭示了数学的整体面貌及其实质所在”——罗素。

数学发展的现代阶段始于它的所有基础学科——代数、几何、分析的深刻变革。

非欧几何和非交换代数的相继出现,标志着以欧几里得的《几何原本》为准则的古典时代的终结。

1.1.4.1 代数观念的变革时期

代数思想的革命发生在19世纪30~40年代。

1830年,皮科克的《代数学》问世,书中对代数运算的基本法则进行了探索性研究。皮科克试图建立一门更一般的代数,它仅是符号及其满足某些运算法则的科学。他和德·摩根等英国学者围绕这一目标的工作,为代数结构观点的形成及代数公理化研究作了尝试,因而皮科克被誉为“代数中的欧几里得”。

阿贝尔在1827年证明了五次或更高次的代数方程不可能有一般的根式解。但确实存在一些特殊方程,它们是可解的,这样新问题就产生了:究竟哪些方程是根式可解的?伽罗瓦解决了这个问题,并创立了群论。

伽罗瓦所引入的“群”的概念,已发展成为近世代数的一个新的分支——“群论”,而且在其他数学分支和近代物理、理论化学等科学上都是广泛应用的数学工具。这种理论,甚至对于 20 世纪的结构主义哲学的产生和发展,都发生了巨大影响。因此,伽罗瓦的工作是 19 世纪数学的最突出的成就之一。

1.1.4.2 数论、分析与几何的创新

数论中的重要问题,往往成为新思想发展的酵母。1844 年,库默尔在研究费马大定理时提出了理想数理论,借理想数可证明在唯一因子分解定理不成立的代数数域中,普通数论中的某些结果仍成立。

19 世纪分析严格化的倡导者有高斯、波尔查诺、柯西、阿贝尔和狄利克雷等人。狄利克雷按变量间对应的说法给出现代意义下的函数定义。柯西是对分析严格化影响最大的学者,1821 年发表了《分析教程》,除独立得到波尔查诺的基本结果,还用极限概念定义了连续函数的定积分,这是建立分析严格理论的第一部重要著作。

魏尔斯特拉斯在这一时期给出了现代通用的极限定义,即用静态的方法(不等式)刻画变化过程。他构造出处处不可微的连续函数实例,这对实变函数论的兴起起了催化作用。他从 1842 年起采用明确的一致收敛概念于分析学,使级数理论更趋完善。在复变函数论方面,他提出了基于幂级数的解析开拓理论。

19 世纪最富革命性的创造当属非欧几何。非欧几何对人们认识物质世界的空间形式提供了有力武器,几何学从其传统的束缚中解放出来了,从而为大批新的、有趣的几何的发明开辟了广阔的道路。

1.1.4.3 数学新思想的深化阶段

这一阶段从 19 世纪 50 年代到 19 世纪 70 年代。

1. 黎曼的思想,在几何、分析、数论领域长盛不衰,有力地影响着 19 世纪后期以至 20 世纪的数学研究

1851 年,黎曼第一次明确了单值解析函数的定义,指出了实函数与复函数导数的基本差别,特别是阐述了现称为黎曼面的概念和共形映射定理,开创了多值函数研究的深刻方法,打通了复变函数论深入发展的道路。1854 年,黎曼为获大学讲师资格,提交了两篇论文,其中《关于作为几何学基础的假设》是数学史上影响最深远的作品之一。在另一篇论文中,黎曼探讨了将积分概念推广到间断函数上去,提出了现称为黎曼积分的概念。沿着扩展积分概念的方向,后来的数学家得到各种广义积分,最著名的当属 20 世纪初出现的勒贝格积分。1859 年,黎曼研究 ζ 函数的复零点,提出著名的黎曼猜想。

2. 随着分析工具的逐步完善,数学家开始更自觉地在数学其他分支使用它们

1837 年,狄利克雷在证明算术序列包含无穷多素数时,精心使用了级数理论,这是近代解析数论最早的重要成果。

刘维尔则在 1844 年首次证明了超越数的存在,引起数学家对寻找超越数和证明某些特殊的数为超越数的兴趣。

林德曼利用埃尔米特证明 e 为超越数的方法,证明了 π 的超越性,从而彻底解决了化圆为方的问题。

3. 几何的进一步深化

在这一时期,数学家对射影几何及非欧几何的认识也日趋深化。1859 年,凯莱论证了欧氏空间的度量性质并非图形本身的属性,而可以借助某种特定图形按射影概念加以建立,说明欧氏几何是射影几何的一部分。克莱因发挥凯莱的思想,同样论证非欧几何也可以包括在射影几何之内。这样便澄清了射影几何与度量几何的关系,铺平了几何公理化发展的道路。

1868 年,贝尔特拉米在伪球面上实现了罗巴切夫斯基几何,在欧氏空间中给出直观上难以想象的非欧几何模型。之后克莱因和庞加莱分别给出各自的非欧几何模型,说明非欧几何本身的相容性(即无矛盾性)与欧氏几何一致,加速了人们接受非欧几何的进程。

4. 概率论中的几项重要成果

在 19 世纪,概率论的发展不像数学其他分支那样突出。自拉普拉斯之后,泊松曾得到著名的泊松分布。更重要的是切比雪夫关于独立随机变量序列的大数律和某类独立随机变量序列的中心极限定理,概率论的系统理论到 20 世纪才完成。

综上所述,可看到 19 世纪前半叶出现的新思想,在这 20 多年间变得更成熟,形成了众多独立的研究方向或分支学科。

1.1.4.4 数学公理化运动的初创期

在一个数学理论系统中,从尽可能少的原始概念和一组不加证明的公理出发,用纯逻辑推理的法则,把该系统建成一个演绎系统的方法,就是公理化方法。

数学经过 19 世纪前 70 年的发展,讨论基础问题的条件已趋成熟。当时算术中最基本的实数概念始终是模糊的,柯西的实数定义有严重缺陷,犯了循环定义的错误。

1872 年,魏尔斯特拉斯、康托尔、戴德金和其他一些数学家,在确认有理数存在的前提下,通过不同途径给无理数下了精确定义。

康托尔从 1874 年起发表了一系列有关无穷集合的文章,开创了集合论这一基础性的数学分支。康托尔的工作影响十分深远:首先是重新唤起人们对实无穷的研究,开拓了点集拓扑的领域;其次,使人们把函数的定义域建立在一般的点集之上,推动了测度论和泛函分析的研究;其三,由于集合论的内在矛盾,激发起对数理逻辑和数学基础的深入研究。

1899 年,希尔伯特在前人工作的基础上,写了《几何基础》一书,解决了欧氏几何的欠缺,完善了几何公理化方法,创造了全新的形式公理化方法。几何学的公理化,成为其他学科及分支的楷模。相继出现了各种理论的公理化系统,如理论力学公理化,相对论公理化,数理逻辑公理化,概率论公理化等。1900 年,在第二届国际数学家大会上,希尔伯特作了影响深远的题为《数学问题》的报告,成为迎接 20 世纪挑战的宣言。